

ANÁLISIS GRÁFICO Y NUMÉRICO EN LA INTERPRETACIÓN DE UNA SEÑAL
SISMOLÓGICA: TEMÁTICAS DE LA FÍSICA DE ONDAS IMPLICADAS EN UN
SISMO.

*Trabajo presentado como requisito para optar por el título de Licenciados en
Física*

EDWIN FABIÁN MAYORGA LÓPEZ
WILMAR DARÍO POVEDA MATALLANA

Director
JOHN EDWARD BARRAGÁN

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN: la enseñanza de la física y su relación física
matemática
Bogotá-Colombia
2013

ANÁLISIS GRÁFICO Y NUMÉRICO EN LA INTERPRETACIÓN DE UNA SEÑAL
SISMOLÓGICA: TEMÁTICAS DE LA FÍSICA DE ONDAS IMPLICADAS EN UN
SISMO.

EDWIN FABIÁN MAYORGA LÓPEZ
WILMAR DARÍO POVEDA MATALLANA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN: la enseñanza de la física y su relación física
matemática
Bogotá-Colombia
2013

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	ANÁLISIS GRÁFICO Y NUMÉRICO EN LA INTERPRETACIÓN DE UNA SEÑAL SISMOLÓGICA: TEMÁTICAS DE LA FÍSICA DE ONDAS IMPLICADAS EN UN SISMO.
Autor(es)	Mayorga López, Edwin Fabián & Poveda Matallana, Wilmar Darío
Director	Barragán Parra, John Edward
Publicación	Bogotá. Universidad pedagógica Nacional, 2013. 91p
Unidad Patrocinante	Universidad pedagógica Nacional.
Palabras Claves	Análisis de señales, Análisis de Fourier, Sismos, Ondas, Onda Longitudinal, Onda Transversal, Amplitud, Frecuencia.
2. Descripción	
<p>En este trabajo de Grado se realiza una descripción general de las ondas, particularmente en el campo de la sismología. A partir del análisis de Fourier, se realizan análisis gráficos y numéricos por medio de herramientas computacionales a señales sismológicas, encontrando temáticas importantes de la física de ondas, como el comportamiento de las ondas transversales, longitudinales, amplitudes relacionadas a la energía de los sismos, adicional a esto se evidencia la importancia de la FFT en el campo de la sismología en relación a la magnitud de los sismos (escala de Richter & magnitud de momento).</p> <p>Finalmente se realiza una socialización con el grupo de física de ondas de la Universidad Pedagógica Nacional como una posible propuesta de aula.</p>	
3. Fuentes	
<p>Taboada, C. D. (1998). <i>Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción</i>. Bogota DC: Universidad de Los Andes.</p> <p>Bravo, S., & Pesa, M. (2005). La Construcción de representaciones sobre movimiento ondulatorio. una interpretación a partir de la integración de la teoría de campos conceptuales de Vergnaud y la teoría de modelos mentales de Johnson- Laird. <i>Revista de Enseñanza de la Física</i> , 18 (2), 25.</p> <p>Burbano, P. (2001). Reflexiones sobre a enseñanza de la física . <i>Red de Revistas Cientificas de america latina, el caribe, españa y portugal</i> .</p> <p>Castillo, A. J. (2012). <i>Introducción a la Ingeniería Sismológica</i>. Bogota: Educar Para pensar.</p> <p>WYSESSION, S. S. (2003). <i>AN INTRODUCTION TO SEISMOLOGY EARTH, AND EARTH STRUCTURE</i>. Oxford: Blackwell.</p> <p>Gleason, A. (2002). <i>WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE</i>. BOSTON.</p>	

- Irarrázaval, Pablo. (1999). Análisis de señales. Santiago de Chile, Universidad Pontificia Católica de Chile.
- Maria Mercedes Ayala, F. M. (2013). *EL TENSOR DE ESFUERZO, Un análisis epistemológico desde una perspectiva pedagógica*. Bogotá DC.
- Monsalve, H. (2006). *Introducción a la Sismología: Un Enfoque Básico*. Armenia-Colombia: Universidad Del Quindío.
- Moore, E. (1996). *Volcanes y Terremotos*. California.
- Perez, C. (2002). *Matlab y sus aplicaciones en la ciencia e ingeniería*. Madrid.
- Prager, E. J. (2001). *La Furia de Nuestra Madre Tierra*. Mexico DF: Mc Graw Hill.
- Rothe, J. (1972). *Sismos y Volcanes*. oikos-tau.
- Spiegel, M. (1974). *Fourier Analysis*. Schaum.
- Tintaya, C. O. *PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES*.
- Udias, A., & Mezcuá, J. (1997). *Fundamentos de geofísica*. Madrid: Alianza.
- Zill, D. (1997). *Ecuaciones Diferenciales*. Mexico DF
- Florez, C. H. *ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE SEÑALES DE FUENTES*.
- Salcedo, Juan Pablo. (2009). Geófono de inducción para el estudio de las oscilaciones mecánicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Gantiva, Julie Esperanza. (2011). Conceptos físicos implicados en la explicación de los sismos una aproximación a las ondas sísmicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Castro, Diana Carolina; Ramírez, Michael Eduardo. (2009). La escuela en movimiento: una propuesta didáctica para el estudio de conceptos físicos implicados en un sismo. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Páez, Oscar Hernando. (2012). Una propuesta de aula; módulo didáctico para los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física de ondas mecánicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Ramírez, Diego Hernando. (2006). Enseñanza de conceptos por medio de situaciones problema. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Barco Ríos, Héctor and Rojas Calderón, Edilberto (2001). Simulación de pulsos e Interferencia de ondas por computador. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.

4. Contenidos

Este trabajo de grado consta de cuatro capítulos organizados de la siguiente manera:

- **Capítulo 1: CONCEPTO DE ONDA**
En este capítulo se realiza una descripción formal sobre el concepto de onda, la representación matemática de las ondas, donde se aborda la demostración de la ecuación de onda partiendo de la temática de esfuerzos y deformaciones, dando como partida a una de las formas fundamentales por la cual se generan los sismos. También se muestra que los sismos son un tipo de ondas mecánicas.
- **Capítulo 2: ANÁLISIS DE SEÑALES**
En este capítulo se muestra el análisis de señales en sismología, donde se evidencian temáticas de la física de ondas a partir de diferentes acontecimientos físicos de nuestro entorno. Para ello se hace uso de las nociones matemáticas, como las series de Fourier,

la transformada de Fourier, la transformada rápida de Fourier (FFT) y de principio de superposición de los estados.

- **Capítulo 3: SOCIALIZACIÓN**

En el tercer capítulo se realiza una socialización con los estudiantes de física de ondas del Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional frente a nuestro trabajo, Lo cual podría servir como una posible propuesta de aula.

- **CONCLUSIONES DEL TRABAJO**

Abordamos primero las conclusiones por parte nuestra, que encontramos a lo largo de la realización del trabajo de grado. Después se muestran las conclusiones por parte de los estudiantes del curso de física de ondas, con los cuales socializamos nuestro trabajo y consideramos que juegan un papel importante para culminar de la mejor manera nuestro trabajo.

5. Metodología

Nuestra metodología de investigación es una combinación de algunos pasos de dos modalidades de investigación cualitativa, la fenomenología como otro pilar conceptual de la investigación social de tipo cualitativo y la teoría fundada una propuesta metodológica general para construir teoría desde una perspectiva cualitativa.

6. Conclusiones

Se encuentra que a partir de análisis de diferentes fenómenos que se relacionan a la experiencia común es posible hacer una construcción de temáticas de la física de ondas.

A partir del análisis gráfico y numérico a una señal sísmológica realizado por un software como Matlab y SeisGram, interpretamos el primer arribo de una onda en el sísmograma, como el comportamiento de una onda longitudinal (onda P), el comportamiento de una onda transversal como la onda S, que sería el segundo arribo (onda transversal), la Amplitud de un sismo en términos de su energía (Magnitud), frecuencias asociadas a un sismo.

El trabajo logra mostrar que la representación de las ondas que están inmersas en nuestro entorno no necesariamente son periódicas y sencillas como se suelen mostrar en la mayoría de los libros. Además comprendimos las diferencias y semejanzas entre un movimiento ondulatorio y un movimiento oscilatorio, ya que es de gran importancia entender estas temáticas que no se evidencian claramente en los textos.

El trabajo nos permitió evidenciar la importancia de la transformada de Fourier ya que permite pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia una señal, donde lo que obtengo es las frecuencias características de dicha señal. Lo cual se muestra en el campo de la sísmología con el filtro de información (frecuencias), identificando lo que corresponde al ruido del instrumento receptor y a la señal verdadera, para así poder obtener la información significativa de la señal.

Con respecto al área de la sismología, el trabajo nos permitió conocer más de cerca el objeto de estudio de esta rama de la física. Nos familiarizamos con temáticas en particular como: esfuerzos y deformaciones, la escala de Richter, ideas generales de la ubicación de un sismo, el momento sísmico, la magnitud de momento.

La FFT en el campo de la sismología, nos muestra que la magnitud de momento, es más certera, que la magnitud local o escala de Richter, ya que esta primera tiene características más puntuales del medio como el área de ruptura, la rigidez del medio y el desplazamiento del terreno.

El trabajo y la socialización realizada nos muestran que es posible continuar estos estudios para llegar a una posible propuesta de aula, donde los estudiantes relacionen conocimientos físicos y matemáticos acerca de las ondas con eventos naturales de su entorno.

Elaborado por:	Mayorga López, Edwin Fabián & Poveda Matallana, Wilmar Darío		
Revisado por:	Barragán Parra, John Edward		
Fecha de elaboración del Resumen:	01	12	2013

Agradecimientos.

Nos gustaría expresar nuestro más profundo agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la elaboración del presente Trabajo, en especial a nuestros Padres José Mayorga & María López Cuervo, Rubén Darío Poveda Alfonso & Nancy Matallana Núñez por el incondicional apoyo y constante sacrificio, asimismo a Yeimy Geraldine Berrios Saavedra & Yury Katherine Rodríguez López por el permanente apoyo y compañía en aquellos momentos difíciles.

También agradecemos a todos los profesores del departamento de física, ya que nuestra formación está influenciada por cada uno de ellos. En especial agradecemos al Profesor John Edward Barragán Director de este trabajo de Grado, por la orientación continua, observaciones y comentarios importantes. Indistintamente a Hugo Esteban Poveda Núñez por su amistad y colaboración en el suministro de datos necesarios para la realización de gran parte de este trabajo.

Un agradecimiento muy especial a Diana Patricia Castañeda & Cielo Robles Robles, por sus consejos y su influencia en nuestra formación como personas integras.

Finalmente quisiéramos hacer extensiva nuestra gratitud a todos nuestros compañeros del Departamento de Física, especialmente a Ismael Fernando Rodríguez ballesteros & Yeimi Paola García Mesa, por sus aportes académicos y su valiosa amistad.

A todos muchas gracias.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
PROBLEMA	2
JUSTIFICACIÓN	2
OBJETIVOS	3
Objetivo General	3
Objetivo Específicos	3
METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN	3
1. Capítulo 1: CONCEPTO DE ONDA	4
1.1. Descripción transitoria de onda	4
1.1.1. ¿Qué es una onda mecánica?	7
1.1.2. Representación de una onda	8
1.1.3. Propagación de onda	11
1.1.4. Tensor de esfuerzos y deformaciones	11
1.2. ¿Qué es un sismo?	19
1.2.1. ¿Cómo se genera un sismo?	21
1.2.2. Propagación de onda sísmica	22
1.2.2.1. Ondas Internas	23
1.2.2.2. Ondas Superficiales	24
2. Capítulo 2: ANÁLISIS DE SEÑALES	26
2.1. Sobre las series de Fourier	26
2.2. Transformada de Fourier	27
2.2.1. Transformada discreta de Fourier	31
2.2.2. Transformada rápida de Fourier	32
2.3. ¿Cómo se analiza una señal sísmica?	33
2.3.1. Funcionamiento de un sismómetro	34
2.3.2. Datos de sismos en Colombia y análisis de señales	36
3. Capítulo 3: SOCIALIZACIÓN	45
3.1. Resultados guía 1	45
3.2. Resultados guía 2	47

3.3.Resultados guía 3	48
4. CONCLUSIONES DEL TRABAJO	50
BIBLIOGRAFÍA	52
ANEXOS	55
Anexo N°1: Actividad 1 mostrada en el curso de física de ondas, velocidad de una onda en diferentes medios	55
Anexo N°2: Actividad 2 mostrada en el curso de física de ondas	60
Anexo N°3: Análisis a señales sísmicas, vistas en el capítulo 2	68
Anexo N°4: Actividad 3 mostrada en el curso de física de ondas	75
Anexo N°5: Código en Matlab	84

TABLA DE FIGURAS

Figura 1: (a) imagen de un grupo de olas. (b) terminología de las olas.	5
Figura 2: (a) imagen animada de las ondas de voz (Rojo, 2007) (b) Imagen de un osciloscopio virtual (Zelscope 9), software Zelscope 9.....	6
Figura 3: Una forma de clasificar ondas alude precisamente a la relación entre la dirección de propagación y la dirección en que vibran las partículas del medio	7
Figura 4: Platillo golpeado, en cámara lenta. (Lieberman, 2011)	8
(b) Figura 5: (a) espectro de la voz de una mujer “AH”, la voz es alta, tiene un periodo (intervalo de tiempo para completar un ciclo una oscilación, tiempo para repetirse el patrón) menor, debido a su mayor frecuencia, (b) espectro de la voz de un hombre “AH”, la voz tiene un periodo mayor, debido a su menor frecuencia. (Gleason, 2002). Los dos espectros se hacen en el mismo intervalo de tiempo.	9
Figura 6: Representación de una onda sinusoidal (ideal), que tiene una amplitud y y una longitud de onda λ . Instantánea en el espacio	10
Figura 7: (s) representa un espacio que contiene diferentes estados, donde cada región de este espacio se representa por una función ϕ en particular. Para este caso ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3	11
Figura 8: Representa la función $\phi_1(r, t)$ (a) La región ϕ_1 en un $t = 0$ antes de la propagación; (b) La región ϕ_1 en un $t = 1$ después de la propagación.....	11
Figura 9: (a) análisis del esfuerzo normal como tensión. (b) análisis del esfuerzo normal como presión.....	13
Figura 10: se muestra el tipo esfuerzo cortante.	14
Figura 11: Zona de Subducción entre las placas Nazca y Sudamericana.	19
Figura 12: Imagen caricaturesca de un sismo. Tomado de: TERREMOTOS, AMENAZA SÍSMICA EN BOGOTÁ. ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ.....	20
Figura 13: Placas tectónicas que influyen sobre el territorio Colombiano. (Berrio, 1995)	21
Figura 14: Placas tectónicas. (Republica, 2013).....	22
Figura 15: Representación de una onda de compresión como es el caso de la onda P...	23
Figura 16: Representación de una onda transversal como es el caso de la onda S.....	23
Figura 17: Representación de las ondas superficiales Rayleigh.....	24
Figura 18: Representación de las ondas superficiales Love.....	25
Figura 19: Grafica de la función anterior, donde el eje x representa el dominio del tiempo, y el eje y la amplitud de la función. Realizada en Wolfram Mathematica 7.0 con la siguiente expresión; $\text{Plot}[\text{Piecewise}[\{\{0, x > 3\}, \{1, x < 3\}\}, \{x, -5, 5\}]$	29
Figura 20: Grafica de la función anterior, el eje x representa el dominio de la frecuencia y el eje y las amplitudes. Realizada en Wolfram Mathematica 7.0 con la siguiente expresión; $\text{Plot}[\{2\text{Sin}[3f]f\}, \{f, -\text{Pi}, \text{Pi}\}]$	30
Figura 21: Más ejemplos de la transformada de Fourier, realizadas en Matlab.	31
Figura 22: El sismógrafo Chan-Heng es el primer sismógrafo conocido, se construyó en China alrededor del año 130 d.C. Tomado de:	

http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing_ond_1/trabajos_06_07/io3/public_html/Sismografo/Sismografo.html	34
Figura 23: sismómetro basado en el principio de funcionamiento del péndulo, tomado del video: ¿Cómo es un sismógrafo?	35
Figura 24: (a) sismómetro de respuesta horizontal y vertical. Tomado del artículo 10 del laboratorio de ingeniería sísmica, Instrumentación: El Sismógrafo, de la Universidad De Costa Rica (b) sismómetro amortiguado tomado del video: ¿Cómo es un sismógrafo?	35
Figura 25: (a) Mapa de Colombia con la ubicación de la estación CHI, (b) Mapa de Colombia con todas las estaciones sísmicas. Estas imágenes fueron tomadas de la página web de la red Sismológica Nacional de Colombia	37
Figura 26: Representación del sismo en sus tres componentes Z, N y E, en Matlab. El eje y representa la amplitud de la señal en términos de cuentas y el eje x representa el dominio del tiempo en segundo.	38
Figura 27: Representación del sismo en sus tres componentes Z, N y E, en SeisGram. El eje y representa la amplitud de la señal en términos de cuentas y el eje x representa el dominio del tiempo en segundo.	38
Figura 28: Identificación onda P línea roja, onda S línea verde y cuerpo de ondas longitudinales las que se contienen entre las líneas blancas.	39
Figura 29: Diagrama explicativo de cómo encontrar la magnitud de Richter. Tomado del libro SETH STEIN y MICHAEL WYSESSION	40
Figura 30: Este decaimiento es representativo en todos los sismos cuando se les realiza la FFT, en el momento donde empieza su mayor decaimiento se encuentra el valor del momento sísmico.	41
Figura 31: FFT realizada al sismo en Matlab. El eje y representa la amplitud de la señal y el eje x representa el dominio de la frecuencia en Hz.	42
Figura 32: FFT realizada al sismo en SeisGram.	43
Figura 33: Cuadro tomado del libro STEIN, que sirve para evidenciar la importancia de la magnitud de momento y con ella la importancia de la FFT en la sismología.	44

INTRODUCCIÓN:

En este trabajo se presenta una aplicación del Teorema de Fourier destinada a ampliar las temáticas de la física de ondas¹, a través del estudio de sismos. Para esto se utilizara una herramienta computacional donde se aplique el teorema de Fourier en la interpretación de una señal análogo-digital registrada por un sismómetro, evidenciando información relevante en las características de las ondas.

Dada la relevancia actual del estudio de las ondas en la explicación de fenómenos naturales, es importante generar estrategias de enseñanza, sobre este tipo de fenómenos que sirvan de herramienta en la construcción de conocimientos útiles a la hora de comprender una situación como un sismo (Burbano, 2001).

En el primer Capítulo de este trabajo se realiza una descripción formal sobre el concepto de onda, la representación matemática de las ondas, donde se aborda la demostración de la ecuación de onda a partir de la temática de esfuerzos y deformaciones, dando como partida a una de las formas fundamentales por la cual se generan los sismos. También se muestra que los sismos son un tipo de ondas mecánicas.

En el segundo capítulo se muestra el análisis de señales en sismología, donde se evidencian temáticas de la física de ondas. Para ello se hace uso de las nociones matemáticas, como las series de Fourier, la transformada de Fourier, la transformada rápida de Fourier (FFT) y el principio de superposición de los estados.

En el tercer capítulo se realiza una socialización y descripción de lo que piensan los estudiantes de física de ondas del Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional frente a nuestro trabajo.

¹ Temáticas como ondas transversales, ondas longitudinales, propagación de ondas, fase P, fase S, duración, periodo, amplitud; teorema de Fourier.

PROBLEMA

Como docentes en formación pretendemos que los estudiantes identifiquen relaciones o características en las ciencias naturales para entender su entorno, comprender cómo evoluciona la materia y conocer los hechos que han revolucionado el mundo (Burbano, 2001). En la educación vemos que no es favorable el ambiente para enseñar ciencias, para ello se debe desarrollar una nueva actividad de enseñanza donde se integren tres campos del saber: el disciplinar, el tecnológico y el pedagógico (Kofman, 2004).

En esta consideración, se han realizado diferentes investigaciones acerca de las explicaciones e interpretaciones de los estudiantes en un tema específico de ciencias naturales como son las ondas; los resultados muestran que existen una serie de dificultades, que al ser analizadas desde diferentes perspectivas, proponen que mediante aplicaciones adecuadas y clases coordinadas puedan facilitar el proceso cognitivo de los estudiantes (Bravo & Pesa, 2005).

El uso de aplicaciones tradicionales como el pulso que viaja a través de una cuerda es un modelo sencillo analizándolo cualitativamente, nada intuitivo para los estudiantes y resulta muy difícil de interiorizar (Bravo & Pesa, 2005), por tal razón en nuestro trabajo de grado presentamos la posibilidad de fortalecer temáticas de la física de ondas con una aplicación en el campo de la sismología, la cual consiste en realizar un análisis gráfico y numérico a una señal análogo-digital registrada por un sismómetro, utilizando una herramienta computacional para describir el proceso al cual se somete esta señal y así lograr entender la información significativa.

Con lo anterior nuestro trabajo se orienta hacia la siguiente cuestión: ¿Es posible que el análisis de una señal como una onda sismológica, evidencie temáticas de la física de ondas?

JUSTIFICACIÓN

Existen ciertos fenómenos inherentes a la dinámica propia de la Tierra, que son incontrolables y representan una gran amenaza para la humanidad debido a su poder destructor (Rothe, 1972). Para explicar estos fenómenos, es necesario recurrir a nociones físico- matemáticas del campo de las ondas; teniendo en cuenta que el movimiento ondulatorio se presenta en todas las ramas de la física y es uno de los temas unificadores de la disciplina dada la similitud de las representaciones físicas y matemáticas de los diferentes tipos de ondas.

La importancia de este trabajo es el uso de diferentes herramientas físicas y matemáticas en la representación de una señal sismológica real para la comprensión de la física de ondas. Esta propuesta tiene la intención de poder explicar y relacionar conceptos de la física de ondas en los sismos y, además, mostrar la importancia del análisis de Fourier para argumentar el valor de esta herramienta matemática.

Consideramos que nuestro trabajo de grado es pertinente ya que muy poco se ha trabajado en el análisis de señales en el Departamento de Física de la Universidad. Además es una ciencia relativamente nueva la cual tiene un campo de acción bastante amplio, que dentro del contexto de la educación especialmente en la universidad, puede aportar a la formación de los futuros docentes de física.

OBJETIVOS

Objetivo General

- Realizar análisis gráficos y numéricos a señales sismológicas a partir de herramientas físicas y matemáticas, para evidenciar temáticas de la física de ondas implicadas en un sismo.

Objetivos Específicos

- Identificar teóricamente temáticas de la física de ondas en una onda sismológica.
- Utilizar herramientas computacionales con algoritmos matemáticos, como la transformada rápida de Fourier, en el análisis de una señal sismológica, para encontrar temáticas de la física de ondas como, amplitud, magnitud, frecuencia, el comportamiento de las ondas transversales y ondas longitudinales.
- Socializar con los estudiantes del curso de física de ondas el trabajo realizado, en pro de una futura propuesta de aula.

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Nuestra metodología de investigación es una combinación de algunos pasos de dos modalidades de investigación cualitativa, la fenomenología como otro pilar conceptual de la investigación social de tipo cualitativo y la teoría fundada, una propuesta metodológica general para construir teoría desde una perspectiva cualitativa.

Inicialmente se realizó una búsqueda de bibliografía referente al tema a tratar, para nuestro caso las ondas y el fenómeno de los sismos, luego de estudiarla se procedió a realizar una descripción de una onda partiendo de la experiencia misma y de las ideas relacionadas a un fenómeno como lo son los sismos sin acudir a explicaciones causales. Posterior a esto se realiza una descripción del fenómeno sin dejar de lado la experiencia académica sobre los temas, para poco a poco ir formalizando estas ideas.

Después de esto se realiza el análisis de diferentes señales teniendo en cuenta los temas ya desarrollados, lo que nos permitió de alguna manera fortalecer la teoría desde una perspectiva cualitativa. Finalmente se socializa con el grupo de estudiantes del curso de física de ondas de la Universidad Pedagógica Nacional.

Para esta socialización se realizaron tres sesiones de 2 horas cada una. En la primera sesión se desarrollo una guía, con la cual pudimos ver las ideas previas basadas en las experiencias propias de los estudiantes en relación a las ondas, también en esta sesión los estudiantes pudieron interactuar con una interfaz para el cálculo de la velocidad de una onda en diferentes medios. La segunda sesión se realizo un ejercicio de superposición de funciones a partir de cintas de papel en el tablero, para desarrollar esta idea se planteo una guía con varios ejercicios gráficos, en la última sesión se realizo una exposición cualitativa acerca de los sismos, donde se recopilo las ideas hasta el momento trabajadas, para finalmente realizar una guía donde los estudiantes calcularon la magnitud local o escala de Richter, el momento sísmico, concluyendo cual es más precisa y por qué. Es importante hacer énfasis en que los resultados del trabajo como de la socialización se muestran a manera de ensayo.

1. Capítulo 1: CONCEPTO DE ONDA.

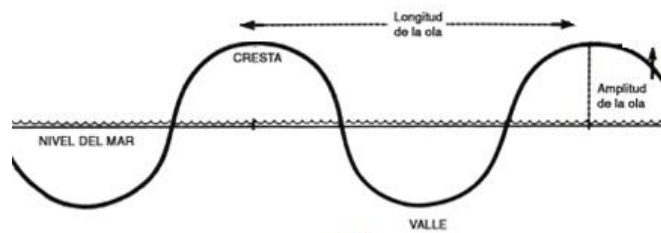
1.1. Descripción transitoria de onda.

La palabra onda viene del latín *unda*, que hace referencia a cierta elevación que se crea en la superficie de una masa líquida a causa de un movimiento o una agitación (Diccionario de la Real Academia Española, 2006). En principio esta definición se asocia al comportamiento del océano cuando las olas procedentes del mar llegan a la playa. Por lo general las olas disminuyen su velocidad a medida que se alejan, es decir cuando se mueven hacia aguas poco profundas próximas a las costas donde disminuyen su altura. Si hubiese un barco en el mar ¿que esperaría que sucediera cada vez que pasa una ola por debajo de él?, ¿en qué dirección se moverá el barco? Inicialmente uno creería que el barco se movería en la misma dirección de la ola pero en realidad lo que el barco hace es subir y bajar. Entonces ¿Cómo explico que una acción en una dirección genera una reacción en otra?

Cuando se analiza lateralmente cómo se mueve una ola (ver Figura [1-a]), se observa que sobresale una masa de agua espaciada una de la otra (tenga en cuenta que la distancia que separa una ola de la otra no siempre es la misma). Teniendo en cuenta lo anterior podemos caracterizar las olas por una longitud vertical que hace referencia a la elevación máxima del agua sobre el nivel de mar, y una longitud horizontal que muestra la distancia entre los picos más altos (crestas espaciales) (Figura [1-b]).



(a)



(b)

Figura 1: (a) imagen de un grupo de olas. (b) terminología de las olas.

Las olas del mar las podemos observar fácilmente, pero además existen otros tipos de acontecimientos que son similares y que están inmersos en nuestra cotidianidad que no los podemos ver, pero si los podemos percibir a través de los demás sentidos. Cuando nosotros hablamos, se genera la voz que viaja a través del aire (medio) hasta llegar a nuestros oídos. Entonces ¿qué es la voz? Si nos ponemos la mano en la garganta cada vez que hablamos, sentimos vibraciones, pero ¿estas vibraciones viajan hasta alcanzar nuestros oídos?, ¿y a qué velocidad viajan?, ¿Por qué pareciera que fuese inmediato el fenómeno de la voz?

Lo que viaja en el aire son las vibraciones producidas por las cuerdas vocales, ósea vibraciones en el aire, un acontecimiento que aunque no lo podamos ver lo podemos registrar en maquinas como un osciloscopio (figura [2-a]), que es muy parecido a un electrocardiógrafo². Este tipo de perturbaciones necesitan un medio para que se puedan transmitir luego de ser generadas por alguna fuente en particular, la propagación de perturbaciones físicamente se conoce como ondas, podemos pensar las olas en el mar y la voz entonces como ondas. Un ejemplo que complementa los dos anteriores son los sismos, ya que se crea una perturbación en el interior de la Tierra que viaja en todas las direcciones atravesando diferentes medios (capas de la tierra). (*Ver anexo 1, donde se muestra que la voz es una onda que tarda tiempo en viajar y que dependiendo del medio su velocidad cambia.*)³

² Un electrocardiógrafo es un aparato electrónico que capta y amplía la actividad eléctrica del corazón, para profundizar esta temática recomendamos el libro de José Félix Roche Plou & Joaquim Cruz Pérez, llamado Electrocardiógrafo.

³ Se presenta un montaje experimental junto con un artículo y una guía elaborada por nosotros como una futura herramienta para cualquier persona en general a la hora de introducir temáticas de la física de ondas. La guía fue mostrada en el curso de física de ondas, los resultados se muestran en los anexos.

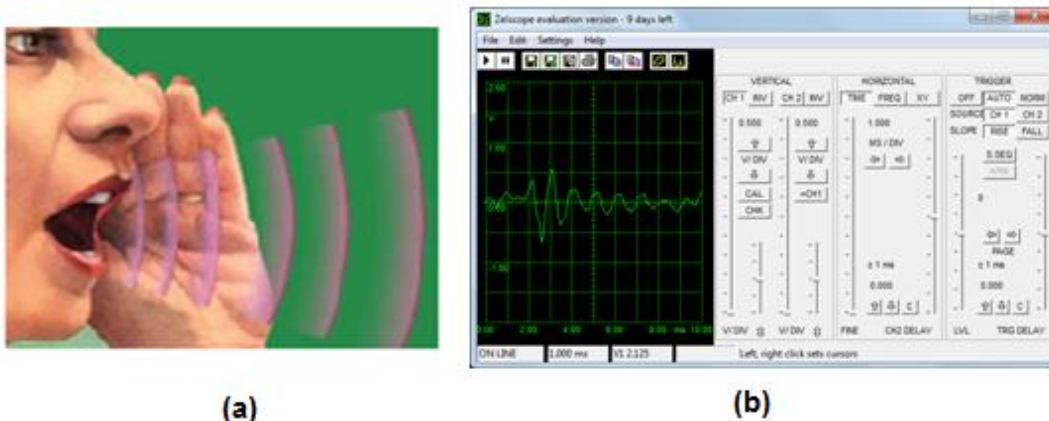


Figura 2: (a) imagen animada de las ondas de voz (Rojo, 2007) (b) Imagen de un osciloscopio virtual (Zelscope 9), software Zelscope 9

De acuerdo con lo anterior, para explicar fenómenos como las ondas en el agua, las ondas de voz y las ondas sísmicas, se hace necesario abordar temáticas relacionadas con el movimiento ondulatorio que hacen referencia a la transmisión de una perturbación de un lugar a otro a través de un medio, donde el medio por sí mismo no se transporta. El movimiento ondulatorio está relacionado con el fenómeno de vibraciones y oscilaciones, ya que se genera a partir de alguna fuente de vibración, sin embargo también es común el movimiento oscilatorio en cada una de las zonas del medio por donde viaja una onda. (Udias & Mezcua, 1997).

Es preciso hacer la aclaración entre un movimiento oscilatorio y un movimiento ondulatorio a partir de sus diferencias y semejanzas. Para producir un movimiento oscilatorio periódico se necesita de una fuente constante que este generando modificaciones en el medio, por el contrario para crear un movimiento ondulatorio solo se necesita una fuerza al momento de su generación. Otra diferencia es que en un movimiento oscilatorio transporta materia, un ejemplo sería el resorte o el péndulo, y para el caso de un movimiento ondulatorio no se transporta materia, pero si se transporta energía. Sin embargo el movimiento oscilatorio está inmerso en el movimiento ondulatorio, ya que cada pequeña zona del medio por donde viaja una onda oscila y se puede mover en periodos que se repiten (aunque en la naturaleza la mayoría de los fenómenos no son periódicos) *ver Figura [3], para entender la relación y diferencia del movimiento ondulatorio y oscilatorio en una onda.*

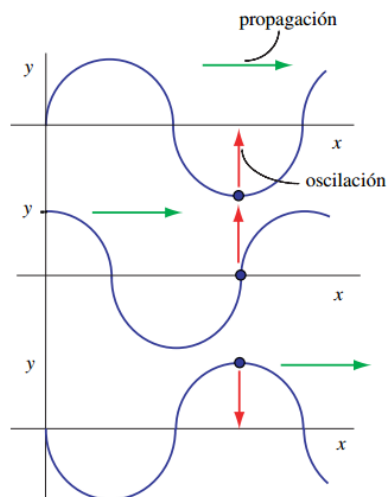


Figura 3: Una forma de clasificar ondas alude precisamente a la relación entre la dirección de propagación y la dirección en que vibran las partículas del medio

De acuerdo con esto, a modo de conclusión una onda consiste en la propagación de una perturbación que depende de las propiedades de un medio, como la densidad, la presión, el campo eléctrico o el campo magnético. A través de dicho medio, se transporta energía sin necesidad de transportar materia. Este tipo de fenómeno ondulatorio está inmerso en nuestro mundo cotidiano, como la voz, los sismos y las olas de mar.

Las ondas clasifican dependiendo el medio en que se propagan: Ondas mecánicas (como las ondas sonoras o como las que son causadas en los terremotos), ondas de choque generadas por los aviones supersónicos, y las ondas electromagnéticas (como la luz visible, las ondas de radio, las señales de televisión y los rayos x).

1.1.1. ¿Qué es una onda mecánica?

Las ondas mecánicas, son un tipo de onda que se propaga a través de materiales o medios continuos (medios elásticos). A diferencia de las ondas electromagnéticas, las ondas mecánicas necesitan siempre un medio material para que se puedan propagar, donde la energía mecánica que se libera produce vibraciones en el material, aprovechando la elasticidad del medio. Las perturbaciones viajan a una velocidad finita, que depende de la densidad del medio, a mayor densidad menor es la velocidad de propagación⁴. La velocidad de la onda también depende de la fuente que la produce, para el caso de los sismos la fuente que lo genera es la tensión que existe entre las placas que produce una deformación. *(Este tema se abordara en la sección 1.2.1.1.)*

Algunos ejemplos de las ondas mecánicas son: las ondas en una cuerda, la vibración en un edificio, las ondas en el agua, las ondas sísmicas, la vibración de un platillo cuando se golpea con la baqueta, las ondas en un resorte, y por su puesto las ondas sonoras.

⁴ Esta afirmación, también se puede evidenciar en el taller del anexo 1.



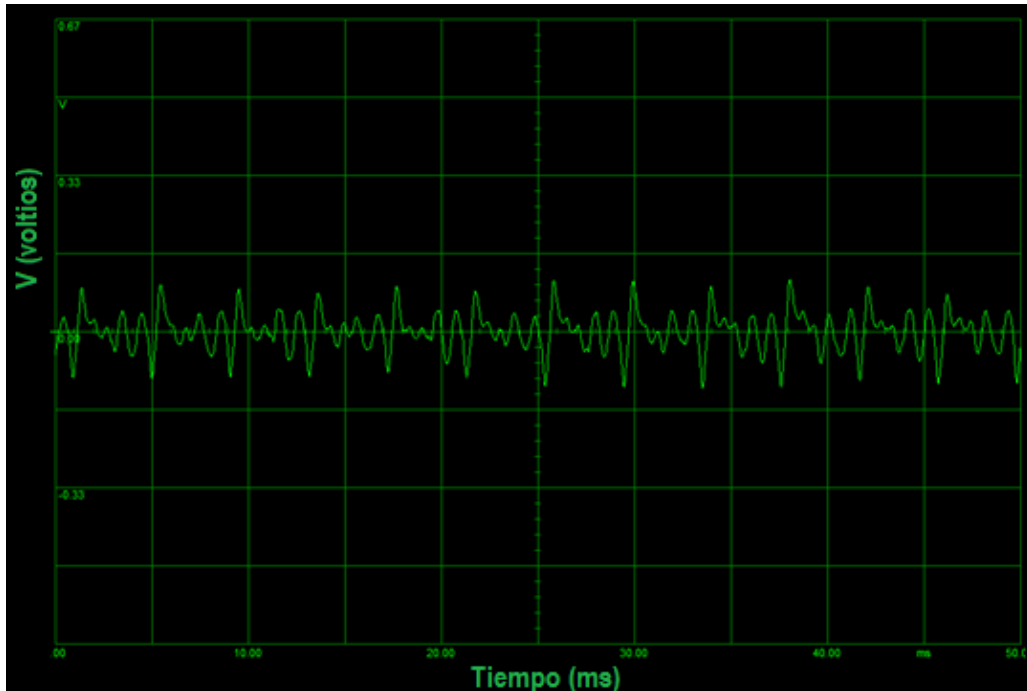
**Figura 4: Platillo golpeado, en cámara lenta.
(Lieberman, 2011)**

1.1.2. Representación de una onda

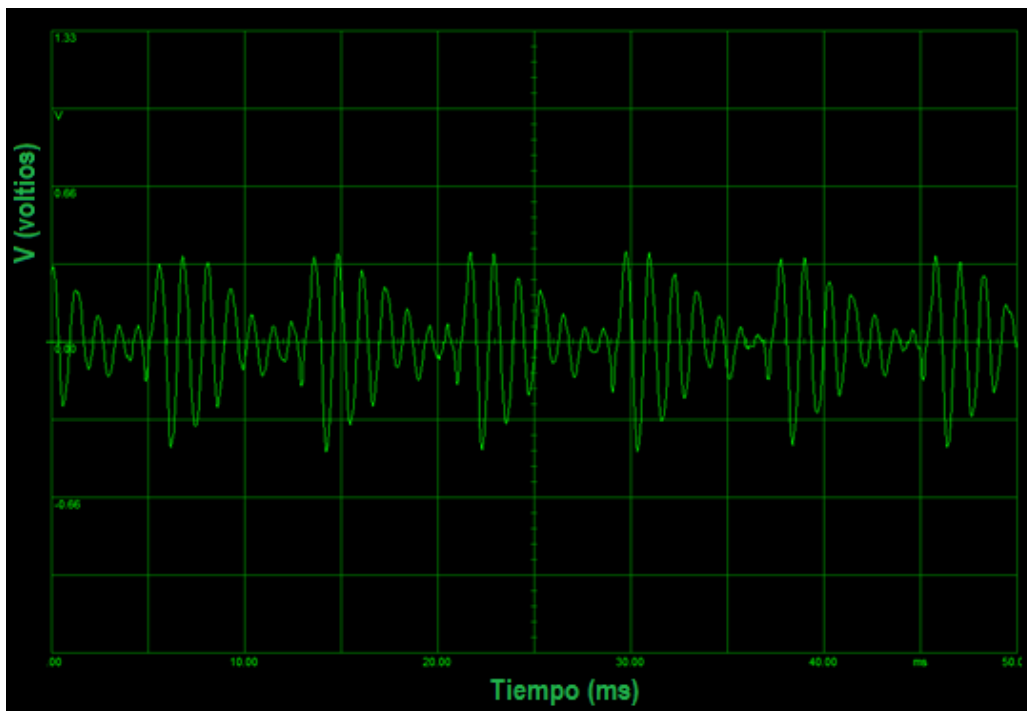
Se ha querido introducir hasta el momento, a partir de diferentes situaciones tres conceptos importantes que dentro del estudio de la física caracterizan a las ondas: La longitud de onda, la frecuencia y la velocidad. La longitud de onda es la distancia que hay entre dos crestas que se comportan de igual forma, se puede entender mejor con el ejemplo de las olas en el mar como la distancia que hay entre los picos de las olas, la frecuencia es la rapidez con la que se repite la perturbación, es importante tener en cuenta que la mayoría de las ondas no son periódicas, lo que se hace a través de representaciones es aproximarla a algo periódico; en relación a la velocidad, las ondas viajan con una velocidad específica dependiendo del medio donde se propagan (esta parte se evidencia en el anexo N°1 donde se realizamos un taller, para demostrar que la velocidad de una onda depende del medio por el cual viaja).

Para el caso de la voz, cuando un hombre y una mujer dicen “AH”, aunque suena igual, se evidencia a través de un osciloscopio que hay una mayor frecuencia en la señal que representa la onda de la voz de la mujer, que la del hombre, ya que la voz de la mujer es aguda y la del hombre es grave, esto hecho en un mismo intervalo de tiempo⁵. (Figura [5]).

⁵ Ver artículo: El tono de la voz masculina y femenina en los informativos radiofónicos: un análisis comparativo. Emma Rodero Antón, Universidad Pontificia de Salamanca.



(a)



(b)

Figura 5: (a) espectro de la voz de una mujer “AH”, la voz es alta, tiene un periodo (intervalo de tiempo para completar un ciclo una oscilación, tiempo para repetirse el patrón) menor, debido a su mayor frecuencia, (b) espectro de la voz de un hombre “AH”, la voz tiene un periodo mayor, debido a su menor frecuencia. (Gleason, 2002). Los dos espectros se hacen en el mismo intervalo de tiempo.

En general las ondas se pueden clasificar en dos tipos, las ondas longitudinales y las ondas transversales:

Las ondas longitudinales se caracterizan porque las partes del medio se mueven o vibran paralelamente a dirección de la propagación de la onda. Por ejemplo, la voz⁶, ó un muelle cuando se comprime. Las ondas transversales a diferencia de las ondas longitudinales se caracterizan porque las partes del medio vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda, este caso se puede ver claramente en una cuerda.

La dimensión de la perturbación que se propaga en el medio siempre es función del tiempo, ya que lo que se puede receptor es una evolución temporal, matemáticamente se puede expresar por medio de la ecuación de onda⁷:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (1)$$

Donde v es la velocidad que depende del tipo de onda y del medio donde se propaga, es decir la velocidad depende de los parámetros elastomecánicos dl medio (T), y de una densidad superficial del mismo medio (σ) así:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\sigma}} \quad (2)$$

La ecuación de onda, es una ecuación diferencial de segundo grado, que describe la evolución en el tiempo y en el espacio. Esta ecuación puede tener diferentes variantes, dependiendo como se trasmite la onda en el medio en que se propaga.

Podemos representar y generalizar las ondas gráficamente de la siguiente manera:

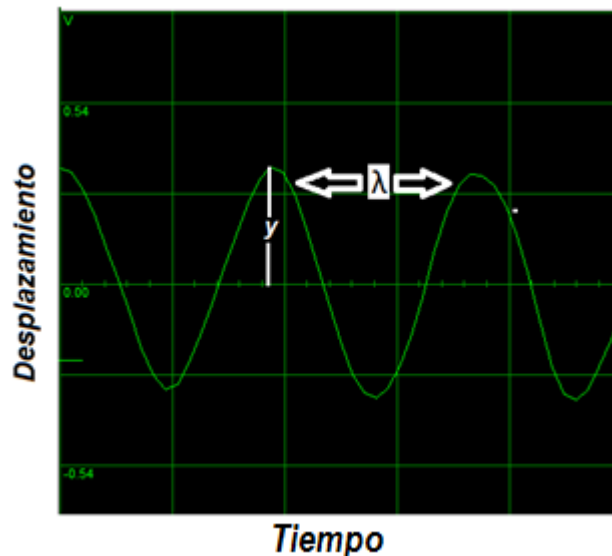


Figura 6: Representación de una onda sinusoidal (ideal), que tiene una amplitud y y una longitud de onda λ . Instantánea en el espacio

⁶ Usamos este ejemplo ya que la voz a grandes rasgos viaja contrayendo y dilatando el medio generando una corriente de Faraday que es la que podemos receptor por un instrumento digital.

⁷ La demostración de la ecuación de onda se presenta más adelante en el acápite de esfuerzos y deformaciones.

1.1.3. Propagación de Onda

Se puede llamar propagación de onda al conjunto de fenómenos físicos que conduce a las ondas desde una fuente hasta un receptor (Udias & Mezcua, 1997). La descripción de los procesos ondulatorios presenta las características propias de cada medio (estados de los medios). A continuación mostraremos una descripción de los elementos esenciales en la propagación de ondas.

Partimos de una región (s) del espacio donde ocurre cierta propagación, que puede o no ser compuesta de un material ponderable (hacemos esta aclaración ya que por ejemplo las ondas electromagnéticas pueden propagarse en el vacío), la perturbación se puede definir como una función cinemática $\varphi(r, t)$ la función anterior hace referencia a cada uno de los estados del medio y su evolución espacio-temporal (donde r representa una posición en el espacio y t la evolución).

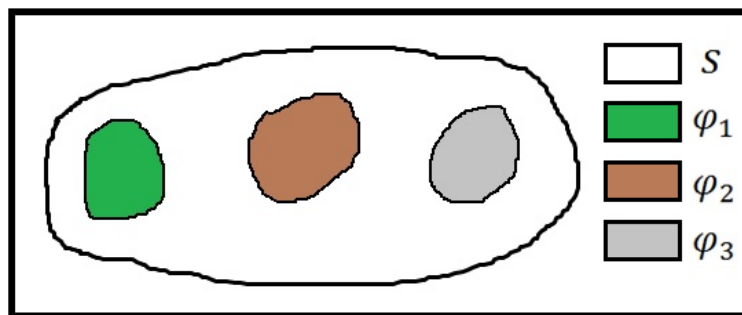


Figura 7: (s) representa un espacio que contiene diferentes estados, donde cada región de este espacio se representa por una función φ en particular. Para este caso $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

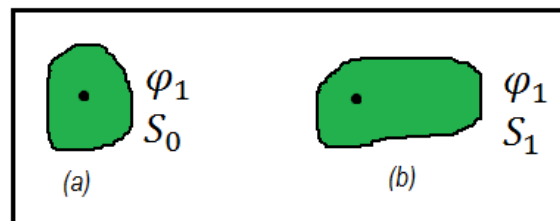


Figura 8: Representa la función $\varphi_1(r, t)$ (a) La región φ_1 en un $t = 0$ antes de la propagación; (b) La región φ_1 en un $t = 1$ después de la propagación.

En un cuerpo o región para que se genere una onda es necesario hablar de un estado de stress del medio. Los estados de stress de un medio se describen o cualifican a partir de los esfuerzos, que es la siguiente temática que abordamos en el trabajo.

1.1.4. Tensor de esfuerzos y deformaciones

A partir de lo dicho anteriormente, debemos tener en cuenta que hay distintos rasgos que conceptualizan el tratamiento de medios continuos. Hay que aclarar que en la producción de un sismo se toma la corteza terrestre como un medio elástico. Entonces se debe tener en cuenta la elasticidad, la perspectiva de estado y la perspectiva de medio

continuo, como estrategias para la organización y el estudio de los cambios que puede sufrir el medio.

Antes de continuar con la temática de medio continuo, enunciamos que hay una problemática evidente en la enseñanza de la física, al partir casi siempre desde un enfoque Newtoniano y no explorar en lo más mínimo un medio continuo, por lo que resulta un poco tedioso abordar a estas instancias una temática como lo son los esfuerzos y deformaciones. (Maria Mercedes Ayala, 2013, pág. 2)

La estática y dinámica de los medios continuos requieren el uso de representaciones por medio de estados, para poder analizar los cambios que sufre el sistema. Así entonces el estado de una determinada región depende de las condiciones en las que se encuentre el medio que la contiene. Se dice que un cuerpo elástico se resiste a cambiar de forma y restaurar su condición de equilibrio, gradualmente después que se detenga la acción que la ha generado.

Podemos llamar estado de *stress*, al estado que tiene esas cualidades de elasticidad y resistencia, y esfuerzo a la magnitud que se elabora para identificar el estado. Maxwell considera al esfuerzo como la causa de cada fuerza⁸. Mientras que Feynman los equipara es decir considera los esfuerzos como fuerzas internas.

Entre tanto, cabe resaltar que el termino esfuerzo se refiere a la variable que identifica los diferentes estados de *stress*. Así pues, la acción mutua entre dos partes de un cuerpo (región) está determinada solo por la diferencia de estado que hay entre ellas. Dicho por Feynman el esfuerzo puede ser definido como la fuerza interna por unidad de área. Siendo imposible considerar el esfuerzo como solo una de estas acciones (por ejemplo la presión, está asociada a dos fuerzas iguales y opuestas que actúan sobre dos caras opuestas de un cuerpo). Lo que es importante observar es que las fuerzas superficiales pueden ser normales al elemento de área en cuyo caso se denomina esfuerzo como presión o como tensión, o pueden ser tangenciales y se denominan esfuerzos cortantes, pueden actuar formando un ángulo de 0 o 90 grados. No cabe duda entonces que a partir de lo anterior se considera el esfuerzo como una magnitud con relación a un elemento de área. El área puede ser imaginaria o real para el modelo.

El esfuerzo normal es usualmente designado como de tensión o comprensión, dependiendo su tendencia ya que puede alargar o acortar el material sobre el cual actúa. Así la representación matemática de un esfuerzo de tipo normal se define como:

$$s = \frac{dP}{dA} \quad (3)$$

Donde P es la fuerza interna y A es el área de la sección sobre la cual P actúa, donde la fuerza interna era igual a la carga aplicada, esto es, P=Q (ver Figura [9-a]).

⁸ MAXWELL, J.C., Matter and Motion. Dover Publicatios Inc., New York, pág 40.

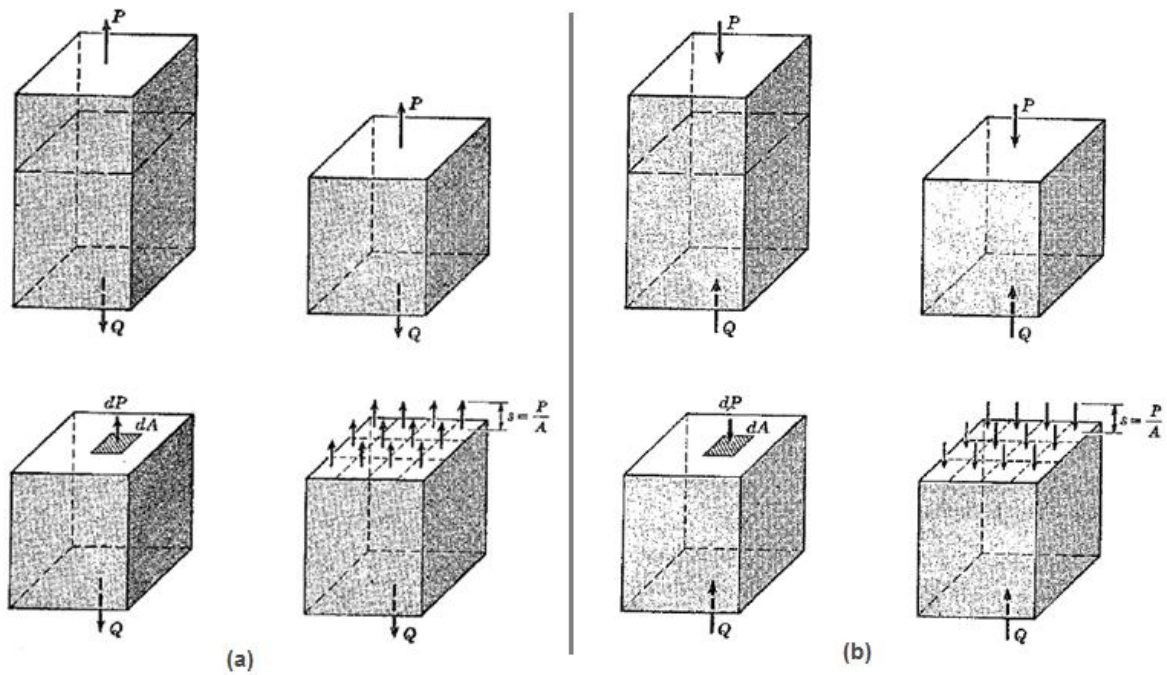


Figura 9: (a) análisis del esfuerzo normal como tensión. (b) análisis del esfuerzo normal como presión.

El esfuerzo como presión difiere del esfuerzo como tensión solamente en la dirección de los vectores de la fuerza (ver Figura [9-b]) y puede ser evaluado por las mismas ecuaciones.

Tras esta situación, ahora abordamos los esfuerzos cortantes, que están inmersos en varias situaciones de la naturaleza, por ejemplo, cuando alguien trata de desplazar un cuerpo sobre una superficie rugosa; la fuerza necesaria para desplazarlo en dirección horizontal será el producto del peso del cuerpo por el coeficiente de fricción. Si una persona empuja el cuerpo en cuestión, para moverlo tendrá que ejercer una fuerza igual o superior que el producto ya señalado. La fuerza de fricción que se desarrolla producirá deformaciones en el cuerpo y en la superficie sobre la cual este se desliza, deformaciones a las que corresponderán esfuerzos que se liberan súbitamente en el instante en que el cuerpo se desliza, debido a que la fuerza de empuje es mayor a la fuerza de fricción que se oponía al movimiento. Este ejemplo es muy similar al que ocurre en la zona donde convergen dos placas tectónicas.

Por ende los esfuerzos cortantes, tienen una fuerza interna P que debe actuar paralela a la sección transversal y producir un esfuerzo cortante. La definición matemática del esfuerzo cortante es:

$$s_s = \frac{dP}{dA} \quad (4)$$

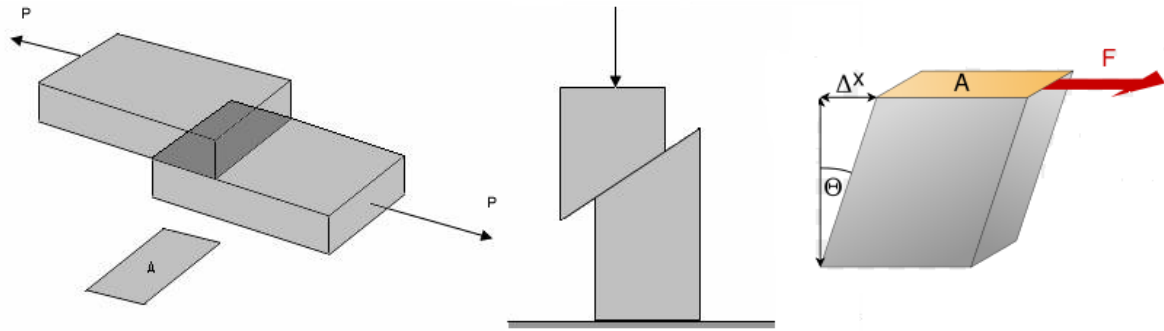


Figura 10: se muestra el tipo esfuerzo cortante.

Pero si conocemos el esfuerzo cortante en tres elementos de área, es decir, en dirección x , y , y z . denotando s_{xx} , s_{xy} y s_{xz} , a las cantidades del esfuerzo en el elemento de área x , con s_{yx} , s_{yy} y s_{yz} , a las cantidades del esfuerzo en el elemento de área y , y con s_{zx} , s_{zy} y s_{zz} las cantidades del esfuerzo en el elemento de área z . Para demostrarlo se hace una proyección sobre cada uno de los elementos de área así:

$$s_{xx}(\hat{x} \cdot \hat{\mu}) + s_{xy}(\hat{y} \cdot \hat{\mu}) + s_{xz}(\hat{z} \cdot \hat{\mu}) = s_{x\mu}$$

esfuerzo en la dirección x , donde μ es la dirección de proyección.

$$s_{yx}(\hat{x} \cdot \hat{\mu}) + s_{yy}(\hat{y} \cdot \hat{\mu}) + s_{yz}(\hat{z} \cdot \hat{\mu}) = s_{y\mu}$$

esfuerzo en la dirección y , donde μ es la dirección de proyección.

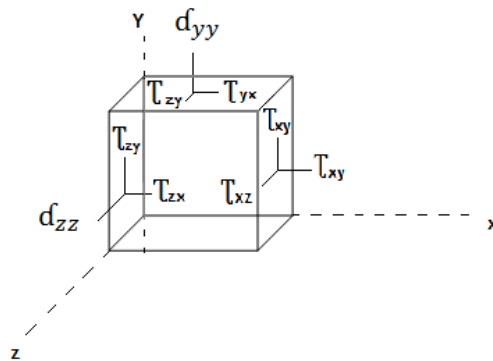
$$s_{zx}(\hat{x} \cdot \hat{\mu}) + s_{zy}(\hat{y} \cdot \hat{\mu}) + s_{zz}(\hat{z} \cdot \hat{\mu}) = s_{z\mu}$$

esfuerzo en la dirección z , donde μ es la dirección de proyección.

En forma matricial este procedimiento, nos debe de dar cuenta del esfuerzo en cualquier dirección del elemento de área, así:

$$\begin{bmatrix} s_{x\mu} \\ s_{y\mu} \\ s_{z\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \cdot \hat{\mu} \\ \hat{y} \cdot \hat{\mu} \\ \hat{z} \cdot \hat{\mu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

A partir de las temáticas de esfuerzos y deformaciones se puede encontrar la deducción a la ecuación de onda, así:



Esfuerzos

Considerando el objeto de la figura, analizaremos como actúan cada uno de los esfuerzos cuando el objeto en conjunto no se encuentra en equilibrio. En nuestro caso los esfuerzos que actúan en la cara DEFG son respectivamente:

$$\sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx, \sigma_{yx} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} dx, \sigma_{zx} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} dx$$

Como estos esfuerzos son opuestos a la que actúan sobre la cara ABOC, el esfuerzo neto será:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx, \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} dx, \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} dx$$

Estos esfuerzos tienen un área $dydx$ y por tanto afectan el volumen $dx dy dz$ por tanto la fuerza neta por unidad de volumen en las direcciones x, y, z son:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x}$$

Las otras caras tienen expresiones similares, entonces la fuerza total en dirección del eje x es:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}, \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}$$

Por medio de la segunda ley de Newton, podemos obtener la fuerza que actúa en la dirección del eje x es:

$$f_x = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Esta expresión se podría generalizar en la dirección x con las demás componentes así:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}, \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}$$

Esta ecuación tan solo describe los desplazamientos a causa de la fuerza f_x , realizando el mismo procedimiento se encuentra las fuerzas f_y, f_z . sin embargo se hace necesario y amable representar todas las fuerzas por medio de una sola expresión.

Cuando hay diferentes esfuerzos, cada uno producía deformaciones independientemente de los demás, y que por lo tanto la deformación total será la suma de todas las deformaciones a causa de los esfuerzos.

En un medio isotrópico, la deformación y el esfuerzo están relacionados por:

$$\sigma_{ii} = \lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{ii} \text{ Tal que } i = x, y, z$$

$$\sigma_{ij} = \mu \epsilon_{ij} \text{ Tal que } i, j = x, y, z$$

Siendo λ y μ dos parámetros elásticos del material, conocidos como las constantes de lame. Físicamente μ representa la rigidez del medio y Δ hace referencia a la expansión o contracción volumétrica.

Teniendo en cuenta todo lo anterior la fuerza puede ser escrita en términos de los desplazamientos.

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y}, \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial(\lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(\mu \epsilon_{xy})}{\partial y} + \frac{\partial(\mu \epsilon_{xy})}{\partial z}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left[\frac{2\partial(\epsilon_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(\epsilon_{xy})}{\partial y} + \frac{\partial(\epsilon_{xz})}{\partial z} \right]$$

Utilizando las ecuaciones:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

Las anteriores son tres componentes del tensor deformación, corresponden a la diagonal Y las otras componentes serán:

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

Entonces la fuerza se puede escribir teniendo en cuenta las diferentes componentes, entonces:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left[\frac{2\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right]$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right]$$

Siendo $\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$, conocido como laplaciano.

Entonces podemos hacer más amable la expresión:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

Por último la expresión que se encuentra dentro del paréntesis, es la dilatación definida como:

$$\Delta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Entonces

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial \Delta}{\partial x}$$

Factorizando

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u$$

Análogamente es posible escribir las ecuaciones para los desplazamientos v & w .

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w$$

Las anteriores ecuaciones representan fuerzas, en este caso son las fuerzas que actúan en las tres caras del cuerpo f_x, f_y y f_z . Para obtener la ecuación de onda, derivamos las anteriores ecuaciones respecto a: x, y, z y las derivamos, así:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = (\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} \right) + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla^2 \Delta + \mu \nabla^2 \Delta$$

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta$$

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \Delta$$

En donde $\alpha^2 = \frac{(\lambda+2\mu)}{\rho}$

Si restamos la derivada de la ecuación que describe la fuerza f_y con respecto a z de la derivada de la ecuación que describe la fuerza f_z con respecto a y tenemos que:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

Se observa que lo que está dentro de los paréntesis representa una rotación sobre el eje x , θ_x

$$\rho \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \theta_x$$

$$\frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} = \nabla^2 \theta_x$$

En donde $\beta^2 = \frac{\mu}{\rho}$

Si se realiza el mismo procedimiento se obtienen resultados similares para θ_y y θ_z estas ecuaciones son ejemplos diferentes de la ecuación de onda. En forma general, esta puede ser descrita por:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \nabla^2 \delta$$

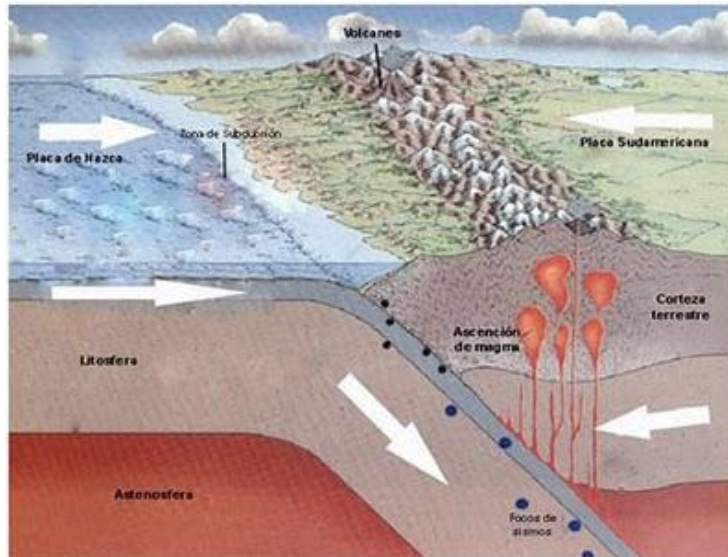


Figura 11: Zona de Subducción entre las placas Nazca y Sudamericana.

Las Zonas de subducción están bien definidas en la actualidad, son las zonas donde actúan los esfuerzos. La más notable es la del borde del océano pacifico, la cual conforma el llamado cinturón de fuego del pacifico, a lo largo del cual ocurre la mayor liberación de energía acumulada en función del tiempo.

Ya sea que las placas se desplacen con movimientos paralelos en sentido contrario pero sin pasar una sobre otra (caso de las fallas de rumbo) o que los movimientos también sean sensiblemente paralelos pero que conduzcan a la situación en que una penetra por debajo a la otra (caso de las zonas de subducción), habrá de todas formas grandes fuerzas de fricción en juego, es decir, habrán esfuerzos.

1.2. ¿Qué es un sismo?

Hay varios tipos de ondas, con lo que nos podemos relacionar en nuestra cotidianidad, como lo hemos mostrado hasta el momento en nuestro trabajo: las ondas de voz para comunicarnos, las ondas en el agua como las olas, las ondas sísmicas o terremotos que se generan en el interior de la tierra.



Figura 12: Imagen caricaturesca de un sismo. Tomado de: TERREMOTOS, AMENAZA SÍSMICA EN BOGOTÁ. ALCALDÍA MAYOR DE BOGOTÁ.

Un sismo es un fenómeno ondulatorio, que se produce por un rompimiento repentino en la cubierta rígida del planeta llamada corteza terrestre⁹, mediante una liberación de energía debido a los esfuerzos entre las placas tectónicas. Como consecuencia se producen perturbaciones que se propagan en todas las direcciones y que percibimos como una sacudida o un balanceo con una duración e intensidad variables (Quiroz, 2005), algo similar a lo que sentimos cuando estamos en la calle y pasa un bus o camión grade y hace temblar el suelo.

Las ondas sismológicas son un tipo de ondas mecánicas, que se propagan en todas las direcciones desde el interior de la Tierra, liberando grandes cantidades de energía que afectan el equilibrio aparente del planeta. Cabe resaltar que las ondas solo se registran en la superficie, ya que es donde se tienen aparatos que las receptan. Esta actividad sísmica además de generar destrucción en las edificaciones, puede causar deslizamientos de tierra en zonas altas, cambios en los niveles de los ríos y lagunas. También ha servido para conocer con mayor precisión nuestro planeta (en el interior de la tierra las temperaturas son altas que han limitado su estudio de manera directa, donde las ondas aportan al estudio de lo que allí sucede).

“los experimentos de Laboratorio sugieren que la temperatura del núcleo exterior ronda por unos llameantes 5000 °C, casi tan caliente como la superficie del Sol (Lamb y Sington)”. (Prager, La Furia de Nuestra Madre Tierra, 2001)

Existen dos tipos de ondas sismológicas fundamentales, las ondas internas y las ondas superficiales. Las ondas internas se denominan S y P, estas son las que se propagan por el interior de la tierra¹⁰, y las ondas superficiales R y L (Rayleigh y Love), que son las que se propagan por la superficie terrestre. Las ondas sismológicas se propagan con velocidades que dependen de las propiedades elásticas del medio y de la profundidad en la cual se genera la onda. ”Posteriormente se complementara esta idea cuando se aborde las características de cada una de estas ondas, en el acápite 1.2.2.”.

⁹ La corteza terrestre hace parte de la composición interna de la Tierra, recomendamos el libro “ciencias de la Tierra, una introducción a la geología física- geomorfología. Tarbuck – Lutgens. Capítulos 1 y 2”, para aclarar este tema.

¹⁰ De este tipo de ondas se derivan otras combinaciones como la onda sp,sh, entre otras, las cuales no son relevantes para nuestro trabajo, pero se pueden consultar en cualquier libro de sismología.

Nuestro país es sísmicamente activo ya que está ubicado en el límite de tres placas tectónicas como lo son la Nazca, la Sudamericana y la del Caribe. Ya que estas tres placas convergen cerca a nuestro territorio.



Figura 13: Placas tectónicas que influyen sobre el territorio Colombiano. (Berrio, 1995)

1.2.1. ¿Cómo se genera un sismo?

Existen dos teorías estrechamente ligadas, desarrolladas hacia inicios del siglo XVII, que se conocen como Deriva continental y tectónica de placas. La derivada continental establece que hace unos 200 millones de años, los continentes estuvieron unidos formando un gran supercontinente llamado la Pangea y que gradualmente se fue separando hasta llegar a los continentes que conocemos actualmente, esto se evidencia por la presencia de fósiles y rocas semejantes en costas ahora distantes, también se descubrieron fósiles propios de un clima en climas muy diferentes. (Prager, La Furia de Nuestra Madre Tierra, 2001)

Esta teoría va ligada al conocimiento de la litosfera terrestre y con ella a una serie de grandes placas que se mueven en diferentes direcciones y velocidades. Este movimiento es continuo y puede alcanzar algunos milímetros o centímetros por año (este aumento se puede evidenciar tomando un punto de referencia en cada uno de los continentes y medir la separación entre ellos por año)¹¹, las placas tectónicas conforman la superficie de nuestro planeta y es por medio de estas que se explica la estructura y la dinámica de la superficie terrestre. En los bordes de las placas se concentra actividad sísmica, volcánica y tectónica, que dan lugar a la formación de grandes cadenas y cuencas¹².

¹¹ Esa no es la única manera de mostrar esta separación, a partir de las variaciones del campo magnético se puede calcular la edad del suelo en el mar. Para complementar esta idea se recomendamos el texto (Prager, 2001, págs. 7-12)

¹² Para aclarar las nociones de la tectónica de placas se recomienda el texto: La física y la tierra. Stephanie Klarica. Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes.



Figura 14: Placas tectónicas. (Republica, 2013)

La generación de los sismos se debe, básicamente, a dos tipos de movimientos entre placas: de subducción y de desplazamiento lateral¹³. Las fronteras terrestres convergentes, en particular donde se presentan zonas de subducción, pueden generar terremotos en diferentes profundidades de la tierra. No obstante, la mayor parte de los terremotos ocurren en los 32 kilómetros de profundidad (Prager, La Furia de Nuestra Madre Tierra, 2001).

Los movimientos relativos de las placas, producen defectos en los contornos de las placas cuando chocan entre sí, estos movimientos relativos implican un almacenamiento de energía, Esta energía no solo depende del movimiento, sino que también depende de las características geométricas y mecánicas del medio. Cuando la fuerza del movimiento de las placas es mayor a la fuerza que las mantiene unidas en equilibrio, se genera una ruptura y se libera gran cantidad de la energía almacenada, entonces se genera un sismo¹⁴.

1.2.2. Propagación de onda sísmica.

En las zonas de convergencia de las placas o de movimientos relativos durante un largo tiempo, siempre hay energía elástica acumulada, esta tiende a liberarse súbitamente cuando se produce algún tipo de desequilibrio. Con el fin de complementar el panorama del origen y propagación de los sismos, en este capítulo se describen los diferentes tipos de ondas sísmicas que permiten la disipación de la energía sísmica.

¹³ se recomendando el texto: Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción. A. Taboada, C. Dimate & A. Fuenzalida. Universidad de Los Andes.

¹⁴ Es de resaltar que gracias al movimiento relativo de las placas, los sismos son producidos por sistemas de fallas, sismicidad interna, corteza difusa y sismicidad por origen volcánico (Prager E. J., 2001)

1.2.2.1. Ondas internas.

Estas ondas se pueden transmitir en cualquier dirección por el interior de los cuerpos, se dividen en dos clases: ondas longitudinales o de compresión y ondas transversales o cortantes.

Las ondas de compresión más conocidas como ondas P son similares a aquellas que portan la energía que trasmite el sonido, son ondas longitudinales que generan un movimiento de vibración en las partículas en la dirección de propagación de la onda, semejante a las ondas sonoras de tal manera que el medio se comprime y se dilata. La onda P se caracteriza por el enriquecimiento de las partículas del medio trasmisor a lo largo de la trayectoria ondulatoria, en este tipo de ondas la compresión se genera en la misma dirección en la que se trasmite el estado de esfuerzos.

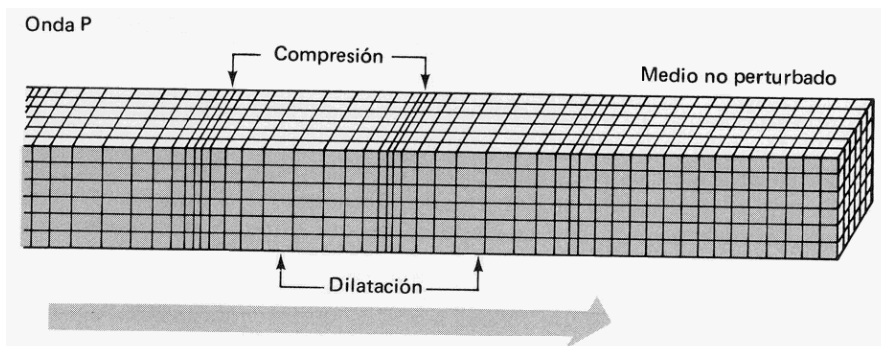


Figura 15: Representación de una onda de compresión como es el caso de la onda P.

Las ondas S son ondas transversales es decir el movimiento de vibración que generan en las partículas es perpendicular a la dirección de propagación de la onda, su velocidad es menor que la de las ondas P, este tipo de ondas se atenúan fácilmente en los fluidos, se asemejan a las observadas en una cuerda con un extremo fijo y moviendo el extremo libre. También se caracteriza por su movimiento a través del medio en forma de cizalla que desplaza las partículas en planos perpendiculares.

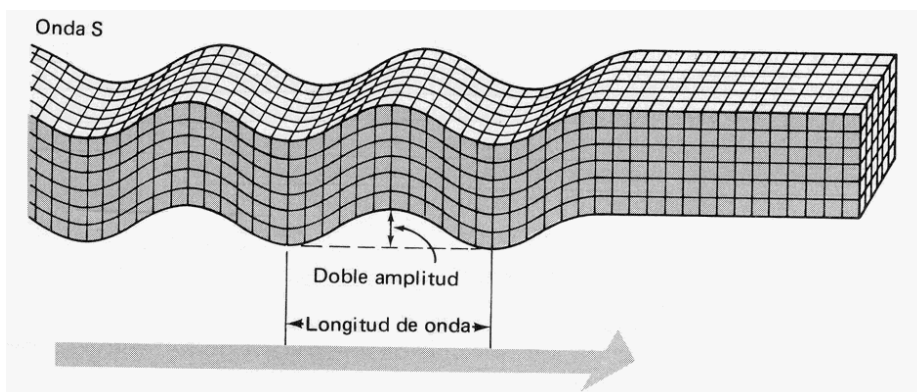


Figura 16: Representación de una onda transversal como es el caso de la onda S.

Las velocidades de las ondas S y P dependen de las características del medio por el que se propagan (densidad, propiedades elásticas, etc.) en todos los sismos la primera onda

en sentirse es la onda P su efecto es parecido al de una onda sonora que retumba, después llega la onda S con un movimiento transversal a la dirección de propagación causando una vibración en la superficie del suelo principalmente en dirección horizontal. La velocidad de la onda P es mayor a la velocidad de la onda S, es por esto que en un sismógrafo, sismómetro o puesto de control siempre llega la onda P antes de la onda S, por esta razón en un temblor de Tierra se siente primero una sensación débil y luego una más fuerte.

La velocidad de las ondas P está dada por la ecuación (6).

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} \quad (6)$$

La velocidad de las ondas S está dada por la ecuación (7).

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (7)$$

Donde λ y μ son las constantes de Lamé, donde μ es la rigidez del medio, mientras que λ no tiene un significado físico pero está en la ecuación por conveniencia matemática para dar cuenta de este evento. Se debe tener en cuenta que λ y μ depende de la relación de Poisson y el modulo de Young. (Castillo, 2012)

1.2.2.2. Ondas superficiales.

Estas ondas se propagan en la superficie libre de la tierra y en las discontinuidades de la litosfera terrestre y se dividen en dos tipos diferentes:

Las ondas Rayleigh son una consecuencia de la propagación de las ondas sobre la superficie de la tierra su amplitud es menor en la medida que se propaga en superficies de discontinuidad más profunda, su velocidad de propagación es menor que la de la onda S, perturba a las partículas a su paso horizontal y verticalmente, el movimiento que describen las partículas es una elipse contenida en el plano vertical en la dirección de propagación de la onda y girando en sentido retrogrado del avance (Monsalve, 2006).

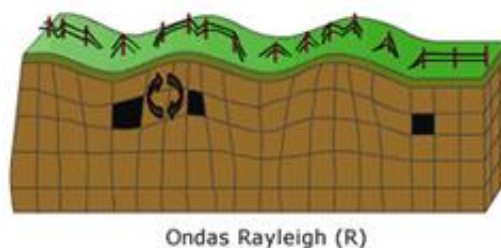


Figura 17: Representación de las ondas superficiales Rayleigh.

Las ondas Love describen un movimiento similar a las ondas S y no tienen ningún desplazamiento vertical, la velocidad de esta onda es mayor a la de la onda Rayleigh. Las ondas de Love (ondas L) y ondas Rayleigh (ondas R), se propagan a lo largo de la superficie libre de la Tierra o en capas limitadas por discontinuidades entre el manto superior y la corteza. Las amplitudes de estas ondas son mayores cerca a la superficie que en la profundidad (Monsalve, 2006)

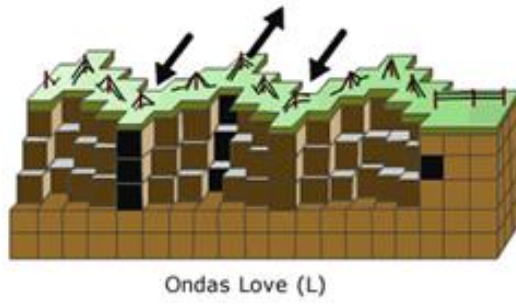


Figura 18: Representación de las ondas superficiales Love.

2. Capítulo 2: ANÁLISIS DE SEÑALES

En este capítulo mostramos el análisis de señales en sismología, con el fin de mostrar conceptos de la física de ondas a partir de diferentes acontecimientos físicos de nuestro entorno. Para ello hacemos uso de las nociones matemáticas, como las series de Fourier, la transformada de Fourier, la transformada rápida de Fourier (FFT) y el principio de superposición de los estados.

2.1. Sobre las series de Fourier

Históricamente, las series de Fourier aparecen en el siglo XVII gracias al matemático francés Jean Baptiste Joseph Fourier. Surgen del estudio del problema de la conducción de calor¹⁵.

La construcción de estas series fue un gran avance en las matemáticas, ya que permite mostrar que cualquier función periódica de periodo T , que tenga una forma complicada, se puede expresar como la superposición de funciones simples. Las funciones simples, son las funciones trigonométricas SENO y COSENO . La ecuación se escribe de la siguiente forma:

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{Cos}(n\omega t) + b_n \text{Sen}(n\omega t) \quad (8)$$

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{Cos}\left(n \frac{2\pi}{T} t\right) + b_n \text{Sen}\left(n \frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$\text{Siendo } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Donde a_0 es la amplitud promedio de la función $g(t)$ y a_n, b_n son las amplitudes o pesos de las funciones simples de $\text{Cos}(n\omega t)$ y $\text{Sen}(n\omega t)$ respectivamente. Estas constantes se pueden deducir a partir de las siguientes expresiones:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt = \frac{1}{T} \int_c^{c+T} g(t) dt \quad (9)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \text{Cos}(n\omega t) dt \quad (10)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \text{Sen}(n\omega t) dt \quad (11)$$

¹⁵ Para entender mejor el problema por el cual surgen las series de Fourier, recomendamos ver el libro: Una perspectiva histórica de las series de Fourier de Antonio Cañada Villar – Universidad de Granada.

A parte de la ecuación (8), las series de Fourier tienen otra representación matemática a través de la función de Euler (forma compleja)¹⁶.

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t} \quad (12)$$

Donde C_n , se convierte en el único coeficiente complejo de las series de Fourier, con parte real y parte imaginaria:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{-in\omega_0 t} dt \quad (13)$$

2.2. Transformada de Fourier

Las series de Fourier nos muestran una descripción de cualquier función periódica en términos de funciones simples como senos y cosenos, siempre en el dominio del tiempo, o del espacio. ¿Pero este análisis aplicará a funciones no periódicas?, ¿qué sucede cuando no es periódica una función? Para estos casos se utiliza la transformada de Fourier, que nos muestra básicamente que una función de forma compleja se puede expresar en términos de sus frecuencias, es decir cambiando del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, mostrando a simple vista lo que no se ve en el dominio del tiempo¹⁷.

Para llegar a la formulación de la transformada de Fourier, podemos considerar la serie de Fourier general en la cual todas las frecuencias son múltiplos de la frecuencia fundamental es decir:

$$\omega_n = n\omega \quad (14)$$

$$\text{Siendo } n\omega = 2\pi f_n$$

Reescribiendo las series de Fourier, de la forma compleja:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega t} \quad (15)$$

Como ya sabemos el valor de $n\omega$, entonces:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i2\pi f_n t} \quad (16)$$

Con coeficientes de Fourier

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) e^{-in\omega t} dt \quad (17)$$

¹⁶ Las demostraciones para llegar a los valores de a_0 , a_n , y b_n , y la deducción de la formulación compleja para las series de Fourier se encuentran en varios libros, especialmente recomendamos los siguientes: WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE; Gleason, Alan (2002), Análisis de Señales; Juan, Enrique San (1993), Fourier Analysis; Spiegel, Murray (1914) y Ecuaciones Diferenciales; Denis Zill

¹⁷ Recordemos que una función periódica, como una función seno tienen una frecuencia fundamental que muchas veces se puede ver fácilmente, todo lo contrario a lo que pasa con una función compleja como las de la voz mostradas en el capítulo 1.

Para una función no periódica o de forma compleja, se piensa el periodo como infinito. Teniendo la relación entre periodo y frecuencia:

$$f = \frac{1}{T}, \text{ y pensando el } T \rightarrow \infty, \text{ entonces } \Delta f = \frac{1}{T} \rightarrow \frac{1}{\infty}$$

De esta forma se puede reescribir la ecuación (17), así:

$$C_n = \Delta f \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) e^{-i2\pi f_n t} dt \quad (18)$$

Lo que se pretende con la transformada de Fourier es representar la amplitud de una señal continua en el dominio de la frecuencia, usando su respuesta en el dominio del tiempo. Por esta razón procedemos a dejar las series de Fourier con el valor de la fórmula de los coeficientes de Fourier.

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \Delta f \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) e^{-i2\pi f_n t} dt \right\} e^{i2\pi f_n t} \quad (19)$$

Si aplicamos aquí $T \rightarrow \infty$, tenemos que aplicar límites.

$$g(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) e^{-i2\pi f_n t} dt \right\} e^{i2\pi f_n t} * \Delta f \quad (20)$$

Es posible completar esta expresión, escribiendo la ecuación con términos de tiempo y frecuencia de la siguiente manera:

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i2\pi f t} dt \right\} e^{i2\pi f t} df$$

Ahora vamos a convertir la anterior ecuación en las dos fórmulas de las cuales proviene. Comenzando por la ecuación de los coeficientes de Fourier que se ha convertido en función de la frecuencia, lo que llamaremos $G(f)$.

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (21)$$

Esta es otra ecuación para los coeficientes de Fourier de cualquier onda, incluyendo las no periódicas, que son las que ahora vamos a tratar, ondas sísmicas, de sonido, etc. Esta es otra ecuación que a su vez nos ofrece una nueva versión de la fórmula de la serie de Fourier, sustituyendo el valor $G(f)$ en las series que se mostraron en la ecuación (19).

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi f t} dt \quad (22),$$

esta ecuación es llamada transformación inversa de Fourier.

Si alineamos las dos últimas ecuaciones en el mismo renglón, forman una pareja simétrica:

Transformada de Fourier	Transformada inversa de Fourier
$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i2\pi ft} dt$	$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi ft} dt$

Para entender mejor de que se trata la transformada de Fourier presentamos el siguiente ejemplo:

Se tiene la siguiente función, para la cual se pide graficar $F(t)$ y calcular la transformada de Fourier para $a = 3$.

$$F(t) = \begin{cases} 1 & |t| < a \\ 0 & |t| > a \end{cases}$$

La grafica de esta función es la siguiente:

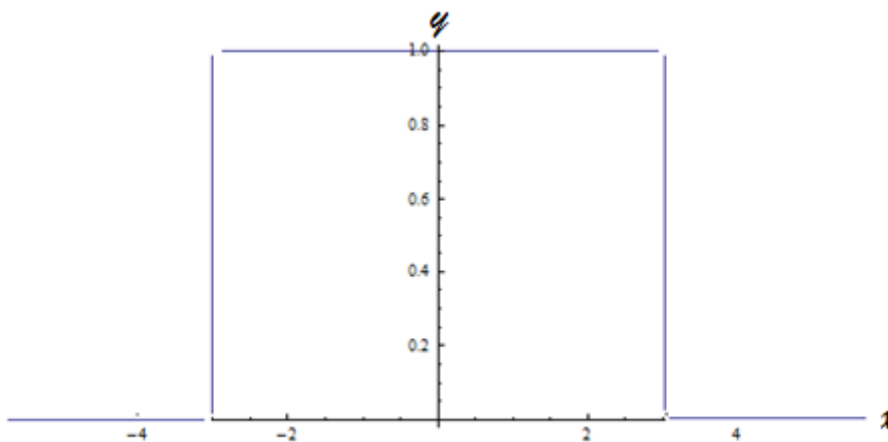


Figura 19: Grafica de la función anterior, donde el eje x representa el dominio del tiempo, y el eje y la amplitud de la función. Realizada en Wolfram Mathematica 7.0 con la siguiente expresión; `Plot[Piecewise[{{0, x > 3}, {1, x < 3}}, {x, -5, 5}]`

De acuerdo a la definición de la transformada de Fourier se tiene:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-ift} dt$$

Reemplazando,

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-ift} dt = \int_{-a}^a 1 e^{-ift} dt$$

Integrando,

$$F(f) = \int_{-a}^a e^{-ift} dt \quad u = -ift ; \quad du = -if dt ; \quad dt = \frac{du}{-if}$$

$$F(f) = \int_{-a}^a e^u \frac{du}{-if} = \frac{1}{-if} \int_{-a}^a e^u du$$

$$F(f) = \frac{e^u}{-if}$$

$$F(f) = \frac{e^{-ift}}{-if} \text{ evaluando los limites}$$

$$F(f) = \frac{e^{-ifa} - e^{ifa}}{-if}$$

$$\text{sabiendo que } \sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$$

$$F(f) = \frac{2 \sin fa}{f}$$

La representación grafica en el dominio de las frecuencias de esta función es la siguiente:

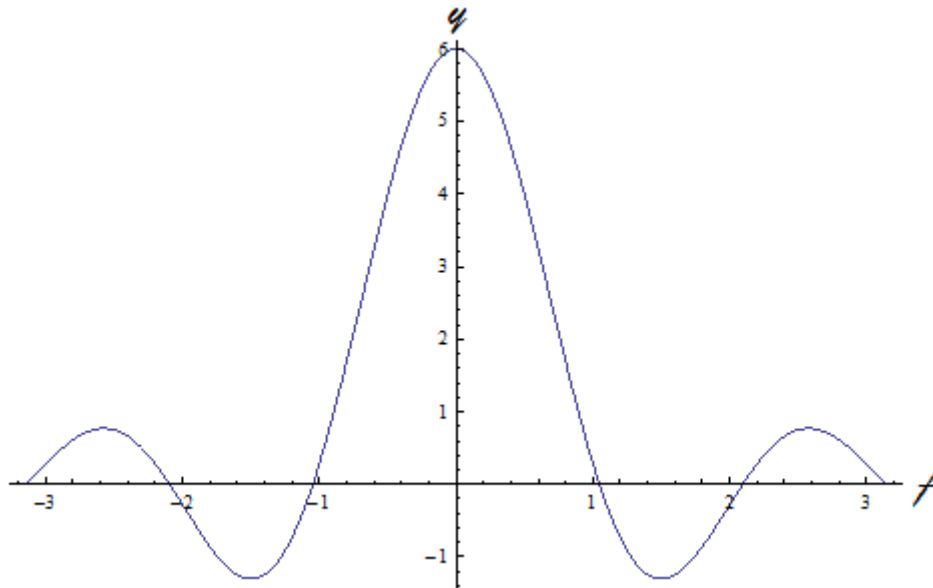


Figura 20: Grafica de la función anterior, el eje x representa el dominio de la frecuencia y el eje y las amplitudes. Realizada en Wolfram Mathematica 7.0 con la siguiente expresión; `Plot[{2 Sin[3f]/f}, {f, -Pi, Pi}]`

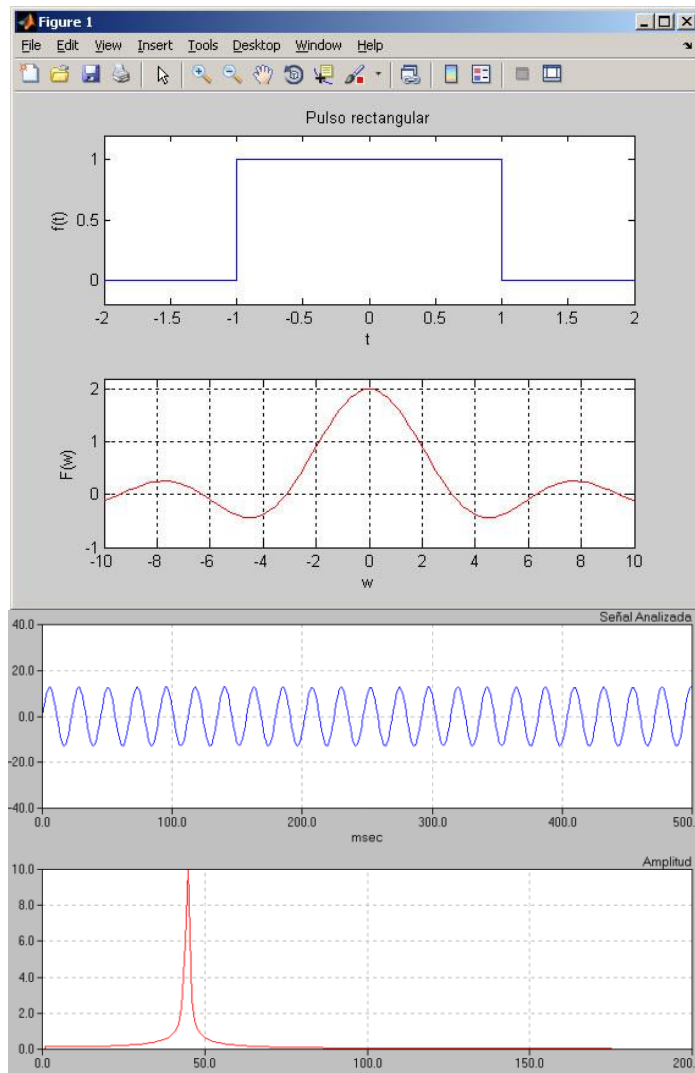


Figura 21: Más ejemplos de la transformada de Fourier, realizadas en Matlab.

2.2.1. Transformada discreta de Fourier

La representación de una señal periódica por medio de una serie de Fourier es equivalente a resolver la señal en sus diferentes componentes armónicos¹⁸. La expresión de la serie de Fourier compleja (ecuación [12]) indica que una señal periódica $g(t)$ de período T_0 tiene componentes de frecuencia $0, f_0, 2f_0, 3f_0 \dots$, donde $f_0 = 1/T_0$ es la frecuencia fundamental. Mientras que $g(t)$ pertenece al dominio del tiempo, donde t es una variable definida continuamente sobre un intervalo finito o infinito, su descripción en el dominio de la frecuencia consta de componentes c_n concentrados en las frecuencias $nf_0, n = 1,2,3\dots$. El gráfico de c_n en función de la frecuencia $f = nf_0, =n1/T_0$ se denomina espectro de la señal. Dada una señal $g(t)$ se puede determinar su espectro utilizando la ecuación de análisis (21); recíprocamente, si se especifica el espectro, es posible determinar la señal temporal asociada utilizando la ecuación de síntesis. Esto implica que la señal $g(t)$ puede especificarse de dos formas equivalentes:

¹⁸ Los armónicos se conocen como paquetes fundamentales de una función, los armónicos son componentes sinusoidales.

1. en el dominio tiempo, donde se representa $g(t)$ como una función de la variable real tiempo;
2. en el dominio frecuencia, donde la señal es descrita por su espectro en función de las frecuencias armónicas de f_0 .

En resumen la transformada discreta de Fourier (DFT), es el equivalente discreto de la transformada de Fourier donde se ha transformado la variable continua t por la variable discreta nT_s , donde T_s es el periodo de muestreo. La transformada de Fourier es:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i2\pi ft} dt$$

La transformada de Fourier es un método muy eficiente para determinar el espectro de una señal. Permite convertir una secuencia de valores en el dominio del tiempo, a una secuencia de valores equivalente en el dominio de la frecuencia, la inversa de la transformada discreta de Fourier realiza lo contrario. Las ecuaciones de la transformada discreta de Fourier son:

$$G(k) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) * W^{nk} \quad (23) \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N - 1$$

$$g(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} G(k) * W^{-nk} \quad (24) \quad \text{para } n = 0, 1, \dots, N - 1$$

Donde los factores $W = e^{i2\pi/N}$.¹⁹

El espectro que obtenemos al usar la DFT tiene algunas propiedades interesantes, ya que se encuentran las frecuencias características de la función, es decir se encuentran frecuencias predominantes (los picos más altos) y otros más pequeños pero que siguen siendo múltiplos enteros de la frecuencia fundamental. Se pueden filtrar ciertas frecuencias para poder entender diferente información, después de una señal filtrada la podemos pasar al dominio del tiempo y ver ahora como se caracteriza.

2.2.2. Transformada rápida de Fourier

La FFT, es conocida fundamentalmente como la transformada rápida de Fourier, que es un método esencial en el análisis de señales. Es capaz de realizar transformaciones de Fourier de forma instantánea a la representación de cualquier onda o cualquier función, por más compleja que sea. Es sorprendente la capacidad de la FFT (fast Fourier transform) para reducir el número de cálculos requeridos, en el análisis de una señal. El tiempo de procesamiento de la FFT es más rápido que calcular la transformada discreta de Fourier directamente de su definición, es decir que la FFT es un algoritmo utilizado en sistemas digitales que reducen sus cálculos a la hora de analizar cualquier señal.

¹⁹ Las demostraciones para llegar a la DFT (transformada discreta de Fourier) se encuentran en varios libros, especialmente recomendamos el siguiente: WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE.

Si se toma una señal con N valores, en primer lugar la transformada rápida de Fourier nos permite dividir la señal en dos secuencias, una con los números pares y otra con los números impares, Partiendo de:

$$G(k) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) * W^{nk}$$

Mediante la sustitución $n=2r$ para los pares y $n=2r+1$ para los impares, se transforma en:

$$G_N(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2r) * W_N^{2rk} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2r+1) * W_N^{(2r+1)k} \quad (25)$$

De otra forma:

$$G_N(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2r) * W_N^{\frac{rk}{2}} + W_N^k \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} g(2r+1) * W_N^{\frac{rk}{2}} \quad (26)$$

Como se mostro anteriormente, es como suelen analizar los sistemas digitales.

La FFT reduce el número de cálculos de acuerdo al número de la potencia del número total de datos, pudiéndose definir el numero de cálculos de la FFT como $N \log N$.²⁰

2.3. ¿Cómo se analiza una señal sísmica?

Para analizar una señal primero tenemos que saber que una señal se entiende como la función de una o más variables, que transportan información acerca de la naturaleza de un fenómeno físico. Cuando la señal depende de una sola variable, se dice que es una señal unidimensional. Cuando la señal depende de dos o más variables se dice que es una señal multidimensional.

Para el caso de la sismología, podemos ver y entender en el sismograma, la onda P, la onda S y grupo de ondas superficiales, podríamos establecer la duración de un sismo a criterio del analizador, también realizando la transformada rápida de Fourier, se encuentra el momento sísmico, se puede decidir si está bien o no calibrado el instrumento que recepta un sismo, es decir ver la relación señal-ruido, entre otros. Ya para casos más particulares como la voz, se pueden evidenciar cierta periodicidad entre sus patrones, además realizando la FFT se encuentra una de las características del sonido; el timbre, que básicamente trata de eso que hace característico determinado sonido, de esta parte del trabajo en adelante se muestra en conjunto lo necesario, paquetes y herramientas para analizar señales sísmicas y de otros acontecimientos naturales como la voz.

²⁰ Para entender mejor como son los cálculos y procedimientos recomendamos nuestro libro base para el análisis de Fourier, WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE, pagina 391.

2.3.1. Funcionamiento de un sismómetro

Las perturbaciones producidas por los sismos se miden con instrumentos llamados sismómetros. El primer instrumento fue construido por los chinos en el siglo II d.c, consistía en un jarrón en forma de Dragón con cuatro cabezas, donde en cada boca se colocaba una bola en estado inestable la cual se movía con las vibraciones del suelo.



Figura 22: El sismógrafo Chan-Heng es el primer sismógrafo conocido, se construyó en China alrededor del año 130 d.C. Tomado de: http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing_ond_1/trabajos_06_07/io3/public_html/Sismografo/Sismografo.html

Solo hasta el siglo XIX se empiezan a utilizar los primeros instrumentos basados en el principio del péndulo mecánico, esto permitió medir los movimientos de la tierra con un sensor fijo a un marco inercial de referencia. El cual presentaba un inconveniente relacionado a la oscilación que presenta la masa después de salir de su estado de reposo, ya que esta no correspondería al verdadero movimiento del suelo (Ver Figura [23]). Posteriormente en 1900 un Geofísico Alemán llamado Wiechert desarrollo un sismógrafo de respuesta horizontal, que consiste en un péndulo de periodo invertido que permite registrar las dos componentes (Ver figura [24]), adicional a esto amortiguaba la posterior oscilación de la masa (Ver Figura [25]). A partir de 1906 se desarrollo el primer sismógrafo electromagnético por el Físico Galitzin, que consistía en una masa que se mueve a través de una bobina en el campo magnético generado por un imán, esta corriente inducida pasa generada en la bobina pasa a un galvanómetro que registra en un papel fotográfico. En 1915 Milne-Shaw construye un sismógrafo con mejoras en el periodo y la amplificación si se tiene en cuenta la interacción del sismómetro y el galvanómetro.

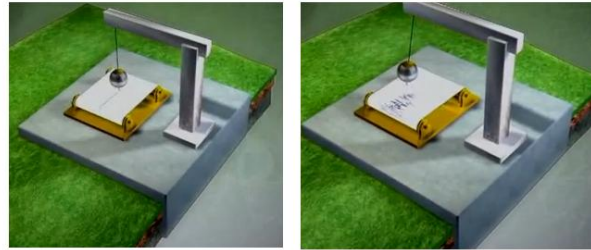


Figura 23: sismómetro basado en el principio de funcionamiento del péndulo, tomado del video: ¿Cómo es un sismógrafo?

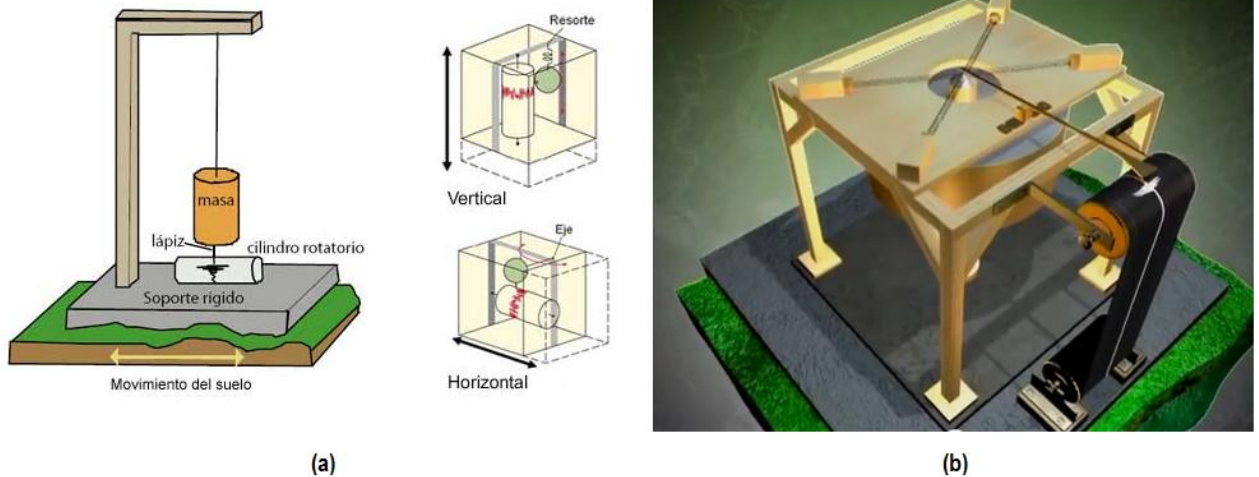


Figura 24: (a) sismómetro de respuesta horizontal y vertical. Tomado del artículo 10 del laboratorio de ingeniería sísmica, Instrumentación: El Sismógrafo, de la Universidad De Costa Rica (b) sismómetro amortiguado tomado del video: ¿Cómo es un sismógrafo?

El movimiento de este sistema mecánico amortiguado se describe a partir de la ecuación diferencial de la forma.

$$m\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = P(t)$$

Donde $m\ddot{u}$ hace referencia a la fuerza de inercia, $C\dot{u}$ a la fuerza de amortiguamiento y Ku a la fuerza del resorte. Teniendo en cuenta que $P(t) = 0$ la solución a la ecuación se escribe de la siguiente manera $u(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$, las soluciones para λ serían:

$$\lambda_1 = (-\epsilon + i\sqrt{1 - \omega^2})\omega$$

$$\lambda_2 = (-\epsilon - i\sqrt{1 - \omega^2})\omega$$

Al sustituir estas soluciones y haciendo la siguiente consideración $\hat{\omega} = \omega\sqrt{1 - \epsilon^2}$ y el teorema de Demoiivre se obtiene: $u(t) = e^{-\epsilon\omega t}(A\cos\hat{\omega}t + B\sin\hat{\omega}t)$ estos coeficientes dependerán de las condiciones iniciales.

A esta ecuación se debe anexar la Fuerza electromagnética haciendo uso de la ecuación de Biot-Savart para el caso del sismómetro electromagnético²¹.

Los péndulos cuando se ponen en movimiento y se dejan oscilar libremente tienden a una frecuencia natural, en general el periodo del sismómetro dependerá del periodo del péndulo, si el suelo se mueve con una frecuencia menor a la frecuencia natural, la masa del péndulo reflejara exactamente el movimiento del suelo, en otras palabras el movimiento relativo de la masa del péndulo y el marco inercial será mínimo (tiende a cero), pero cuando el movimiento de la tierra tiene una frecuencia cercana a la frecuencia natural del péndulo, se presentara una resonancia y la traza será proporcional a la velocidad del suelo, y si es mayor el péndulo se retrasa y su traza será proporcional a la aceleración.

Para el caso del sismómetro electromagnético las señales sísmicas pueden ser de una amplia gama de frecuencias, por lo que es importante conocer el instrumento y su respectivo rango de frecuencias; estos instrumentos se clasifican en instrumentos de periodo corto (entre 0.1-1s), instrumentos de periodo largo (0.1-10s), instrumentos de banda ancha (0.01-50s) y instrumentos de Súper banda ancha (0.001-1000s).

2.3.2. Datos de sismos en Colombia y análisis de señales.

Trabajamos con datos reales de sismos, propinados por la Red Sismológica Nacional de Colombia. En cuanto a la información de los sismos vamos a trabajar con 10 sismos.

Los datos de los sismos son los siguientes:

1. Sismo registrado por la estación BOCO²², ocurrido el primero de noviembre de 1995 a las 00:35:32.
2. Sismo registrado por la estación CHI²³, ocurrido el seis de noviembre de 2009 a las 08:53
3. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el veintisiete de febrero de 2010 a las 06:34:27
4. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el veintiséis de julio de 2011 a las 17:49:16
5. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el quince de enero de 2012 a las 13:49:59

²¹ Para ver la solución de la ecuación del oscilador, recomendamos el libro Introducción a la Sismología un Enfoque Básico. Hugo Monsalve Jaramillo (2006). Universidad del Quindío.

²² La estación BOCO estaba ubicada en el kilometro 9 de la via Bogotá - Choachí, en el cerro de Guadalupe. Las coordenadas de ubicación del sensor eran 4.5869N y -74.0432W, se encontraba a una elevación de 3071m.s.n.m en una perforación en roca a 40 metros de profundidad. La estación BOCO estaba compuesta por un sismómetro Teledyne-Geotech KS-36000, con tres canales de registro continuo de largo periodo: vertical, norte-sur y este-oeste (LHZ, LHN y LHE).

²³ La estación CHI (Chingaza) está ubicada en el departamento de Cundinamarca, en el municipio La Calera, las coordenadas de ubicación de este sensor son 4.6295N y -73.33W, se encuentra a una elevación de 3140 m.s.n.m. el sensor es Streckeisen STS-2, con tres canales de registro continuo de largo periodo: HHZ.

Y vamos a trabajar con 5 sismogramas de un mismo sismo, pero receptado por 5 estaciones diferentes, el sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinticuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54.

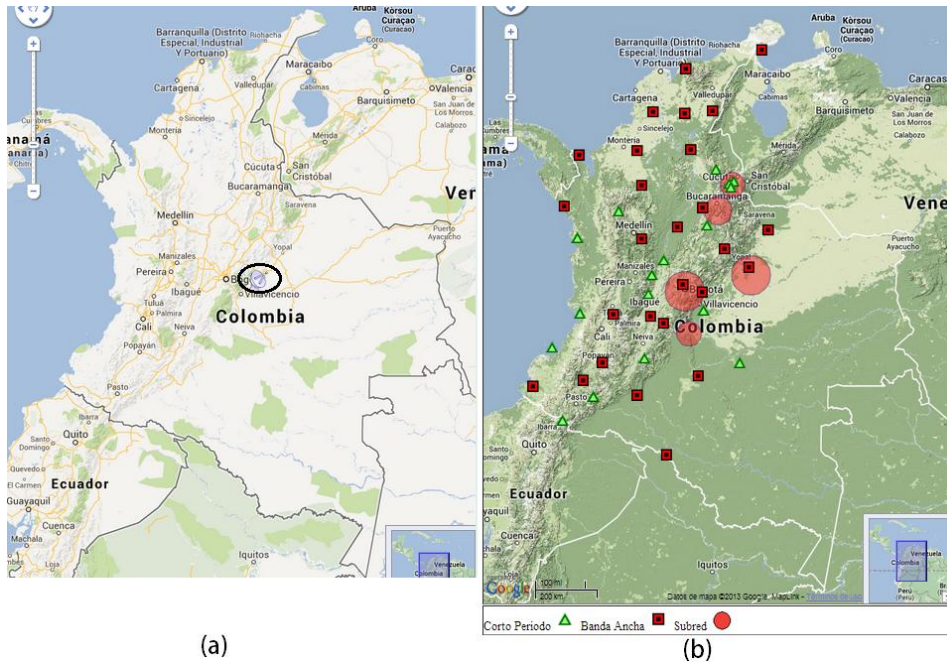


Figura 25: (a) Mapa de Colombia con la ubicación de la estación CHI, (b) Mapa de Colombia con todas las estaciones sísmicas. Estas imágenes fueron tomadas de la página web de la red Sismológica Nacional de Colombia

Con la representación del sismograma (dominio del tiempo) se ubica de forma aproximada las ondas P, S y ondas superficiales en las señales, se entiende como es la magnitud local o la escala de Richter, encontrada a partir de la mayor amplitud (onda S). Para encontrar las anteriores vicisitudes se hace necesario el uso de herramientas computacionales como Matlab²⁴ y SeisGram²⁵ que son básicamente los sistemas que se utilizan en Colombia en la recolección de información relevante de los acontecimientos telúricos.

Empezamos con nuestro primer dato sísmico, leemos la información con Matlab y SeisGram, mostrando el siguiente sismograma, (la información concreta del sismo se presenta al final en los anexos):

1. Sismo registrado por la estación BOCO, ocurrido el primero de noviembre de 1995 a las 00:35:32.

²⁴ Matlab “laboratorio de matrices” es un software matemático, con un lenguaje de programación propio. Es disponible para plataformas Unix, Windows, Mac y Linux. Entre sus presentaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, representación de datos y funciones, la creación de interfaces.

²⁵ Es un software diseñado para el análisis de señales sísmica, se utiliza en Colombia. es un software libre que lee fácilmente las trazas arrojadas por los sismómetros.

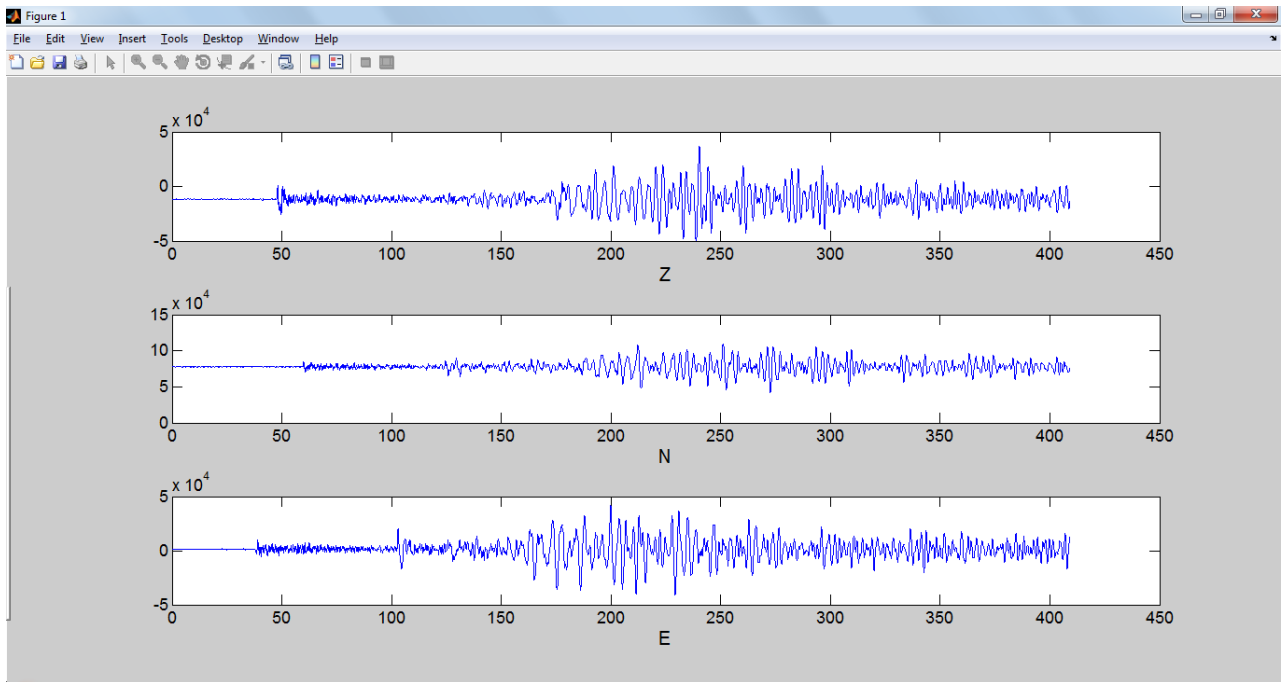


Figura 26: Representación del sismo en sus tres componentes Z, N y E, en Matlab. El eje y representa la amplitud de la señal en términos de cuentas y el eje x representa el dominio del tiempo en segundo.

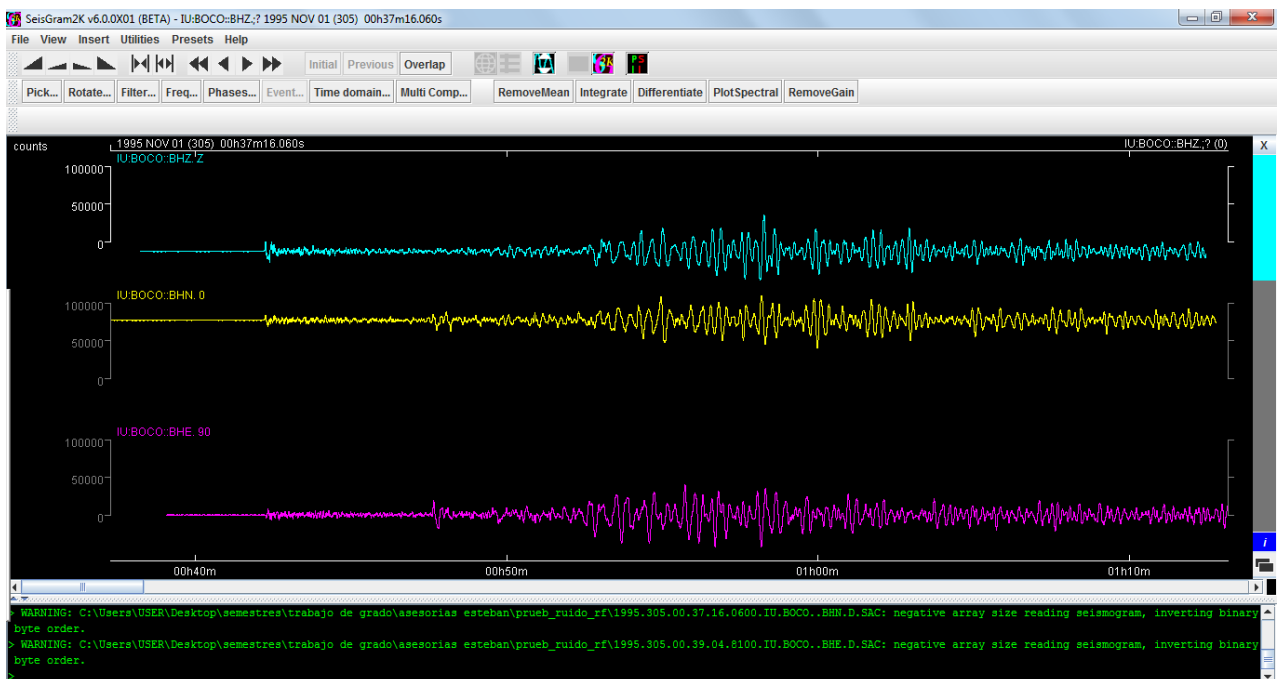


Figura 27: Representación del sismo en sus tres componentes Z, N y E, en SeisGram. El eje y representa la amplitud de la señal en términos de cuentas y el eje x representa el dominio del tiempo en segundo.

A partir de esta representación de un evento telúrico, empezamos por recordar que en el capítulo uno hablamos sobre las ondas sísmicas, ondas P, S y superficiales. Deteniéndonos un poco en la señal, podemos identificar la onda P, S y el cuerpo de ondas superficiales, ya que sabemos que las ondas P son longitudinales (viaja en una sola dirección) y que por lo tanto es la primera que tiene que llegar al lugar donde se

recepta el sismo, también se identifica la onda S es la segunda onda, pero se evidencia con un pico mayor, una mayor amplitud, ya que es una onda transversal (hace que las zonas del medio por el cual viaja la onda se muevan perpendicular al movimiento de la propagación de la onda). Es importante mostrar que las unidades de la amplitud de la onda son cuentas.



Figura 28: Identificación onda P línea roja, onda S línea verde y cuerpo de ondas longitudinales las que se contienen entre las líneas blancas.

La primera onda que se muestra es la onda P ya que es la más rápida identificada con la línea roja de la Figura [28], luego llega la onda S (onda transversal) que es la que comúnmente tiene el pico de amplitud más alto identificada con la línea verde, y por último se reciben todas las ondas que se generan cuando las ondas P y S llegan a la superficie, llamadas ondas superficiales, las que causan mayor destrucción, que son las que se contienen entre las líneas blancas.

Ahora con la identificación de la onda P y S, también podemos entender cómo se encuentra la magnitud de un sismo en la escala de Richter o magnitud local. Para ello tenemos un libro base en sismología donde tratar estos temas, (WYSESSION, 2003).

El análisis para encontrar la magnitud en la escala de Richter²⁶ del sismo con el espectro de tiempo, depende directamente de la mayor amplitud, es decir de la onda S, y de la ubicación del sismo o distancia a la cual se genero (emisor-receptor). Estas escalas se expresan de la siguiente manera:

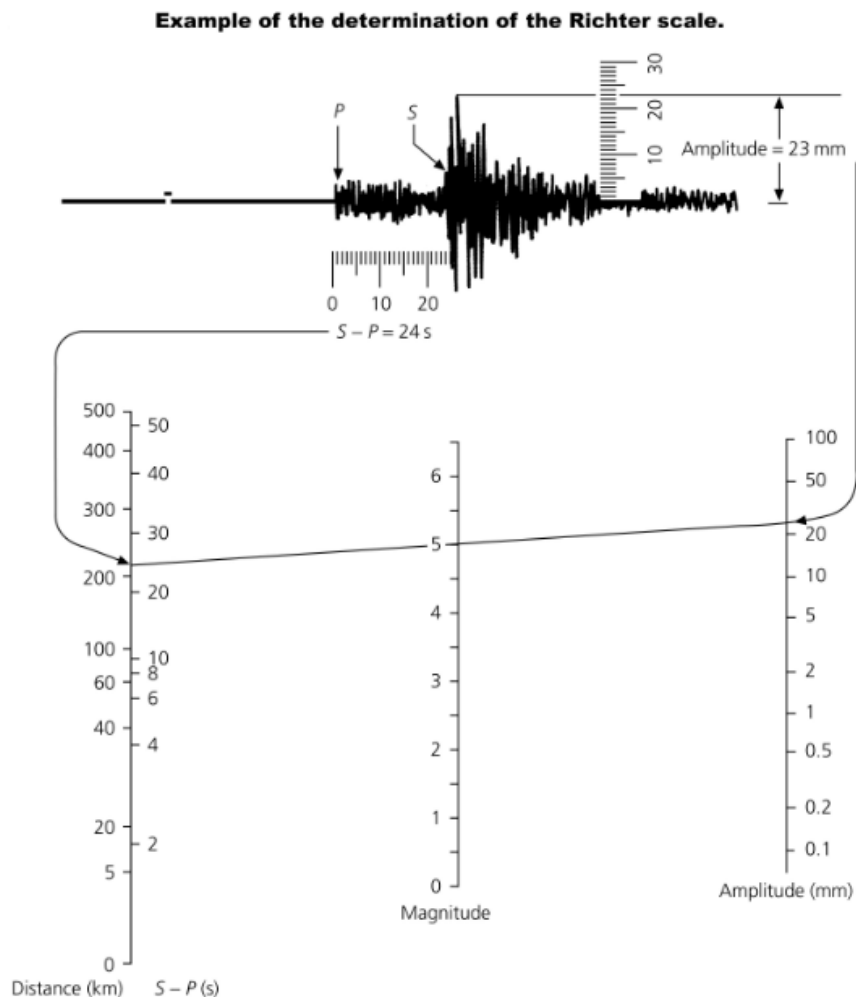
$$M_L = \log\left(\frac{A}{T}\right) + F(h, \Delta) + C \quad (27)$$

²⁶ Fue desarrollada por Charles Richter con la colaboración de Beno Gutenberg en 1935, ambos investigadores del Instituto de Tecnología de California, con el propósito original de separar el gran número de terremotos pequeños de los menos frecuentes terremotos mayores observados en California en su tiempo.

Donde A es la amplitud de la onda S , T el periodo del instrumento, h un factor de profundidad, Δ el delta de distancia entre la fuente y el receptor, y C es un factor de escala que depende de cada región. Presentamos un caso particular, un sismo ocurrido en California en el año 1935, donde el periodo del instrumento tendía a ser uno, el parámetro de profundidad: 2.76, y la constante del medio: -2.48, reflejando:

$$M_L = \log A + 2.76 \log \Delta - 2.48 \quad (28)$$

Con estos valores ya podemos encontrar la magnitud local o escala de Richter, para este sismo en particular. Pero hay un diagrama explicativo (ver Figura [29]), que toma el valor mayor de la amplitud en una escala y en otra la distancia entre el sismo y la estación, que se encuentra con la diferencia de tiempos de llegada de las ondas P y S (esta relación ya está establecida), entre estas escalas se ajusta perfectamente una escala de magnitud, que da cuenta de la magnitud local uniendo por medio de una línea recta los dos valores, el de amplitud y el de distancia.



**Figura 29: Diagrama explicativo de cómo encontrar la magnitud de Richter.
Tomado del libro SETH STEIN y MICHAEL WYSESSION**

En la parte de las guías (ver anexos) que llevamos al curso de física de ondas para mostrar nuestro trabajo, se familiarizo a los estudiantes con la escala de Richter.

Encontramos en clase la magnitud local de un sismo que tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinte cuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54.

Esta magnitud en la sismología no resulta de gran importancia, ya que como vemos la escala de Richter se satura en 7 o 7.5. Entonces se hace necesario la transformada rápida de Fourier para encontrar una densidad espectral, un diagrama de frecuencias, ya que a partir del diagrama de frecuencias se encuentra el Momento Sísmico, que es dependiente de las características del medio, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$M_0 = \mu A \Delta u \quad (29)$$

Dependiente del coeficiente μ que representa la densidad del medio, del área de la ruptura A y Δu el desplazamiento del terreno. Estos parámetros ya están arreglados dependiendo del análisis espectral de las frecuencias, como se explica en la siguiente figura:

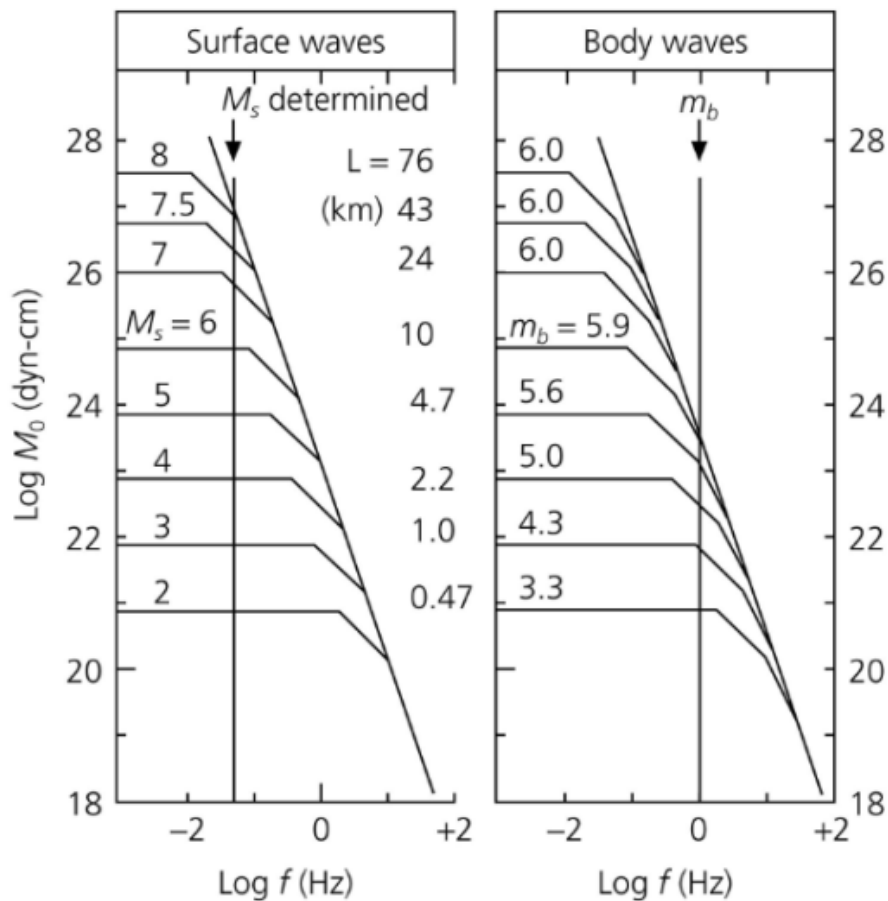


Figura 30: Este decaimiento es representativo en todos los sismos cuando se les realiza la FFT, en el momento donde empieza su mayor decaimiento se encuentra el valor del momento sísmico.

Por nuestra parte realizamos la FFT a el sismo que empezamos analizar ocurrido en el año 1995 receptado por la estación BOCO, la información del sismo nos dice que tiene un momento sísmico de 6.69. Este valor es el que queremos demostrar, en nuestra

investigación encontramos que el momento sísmico está definido de la siguiente forma²⁷:

$$M_w = \frac{\log M_0}{1.5} - 10.73 \quad (30)$$

Realizando la FFT a este sismo en Matlab, encontramos lo siguiente:

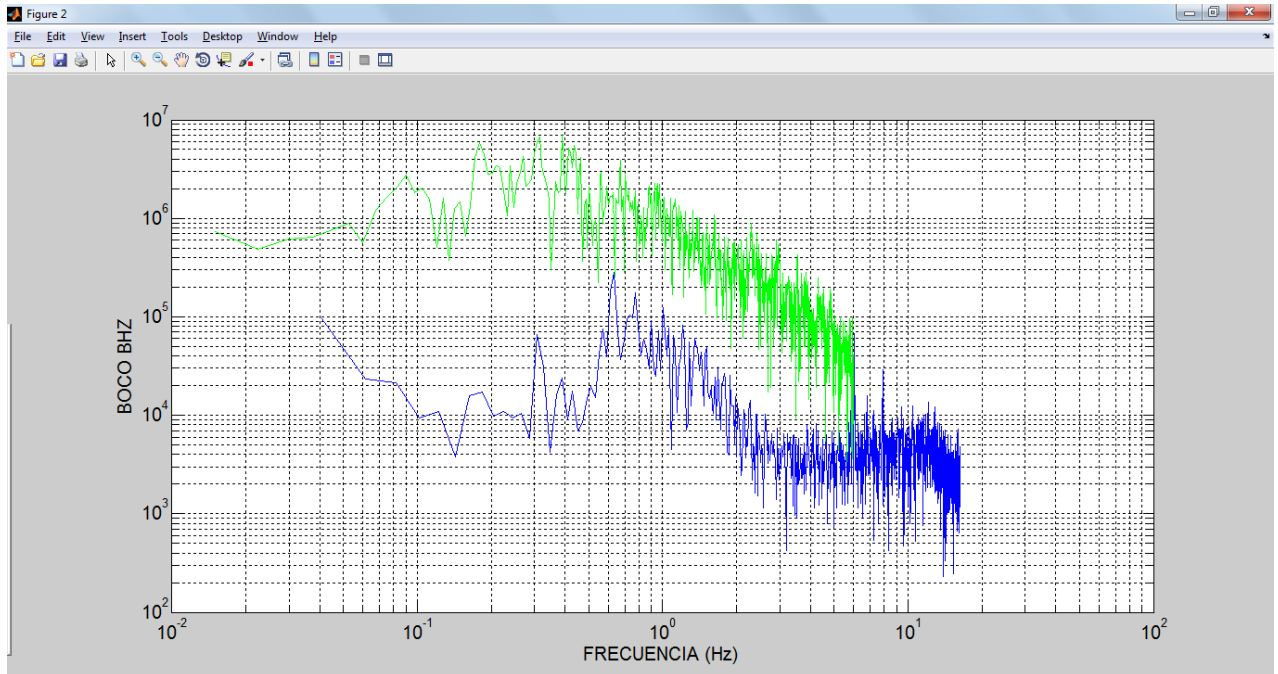


Figura 31: FFT realizada al sismo en Matlab. El eje y representa la amplitud de la señal y el eje x representa el dominio de la frecuencia en Hz.

El espectro azul nos indica el ruido receptado por el instrumento, filtrado por ya que sabemos el ruido que recepta el instrumento, el espectro verde es el que en verdad nos da la información del sismo, entre más estén independientes, se obtiene mayor certeza de la información, esto se hace utilizando un código en Matlab, el cual lo presentamos en los anexos del trabajo. Con este espectro podemos hablar de la certeza de los datos, es decir entre más independiente sea el espectro azul del verde podemos tener mayor confiabilidad de la información del sismo, esto es lo que se llama relación señal-ruido.

El espectro anterior visto en el software SeisGram se muestra de la siguiente manera:

²⁷ Para profundizar en esta temática, recomendamos el siguiente libro, donde encontramos información relevante en la física de la sismología: AN INTRODUCTION TO SEISMOLOGY. SETH STEIN y MICHAEL WYSESSION

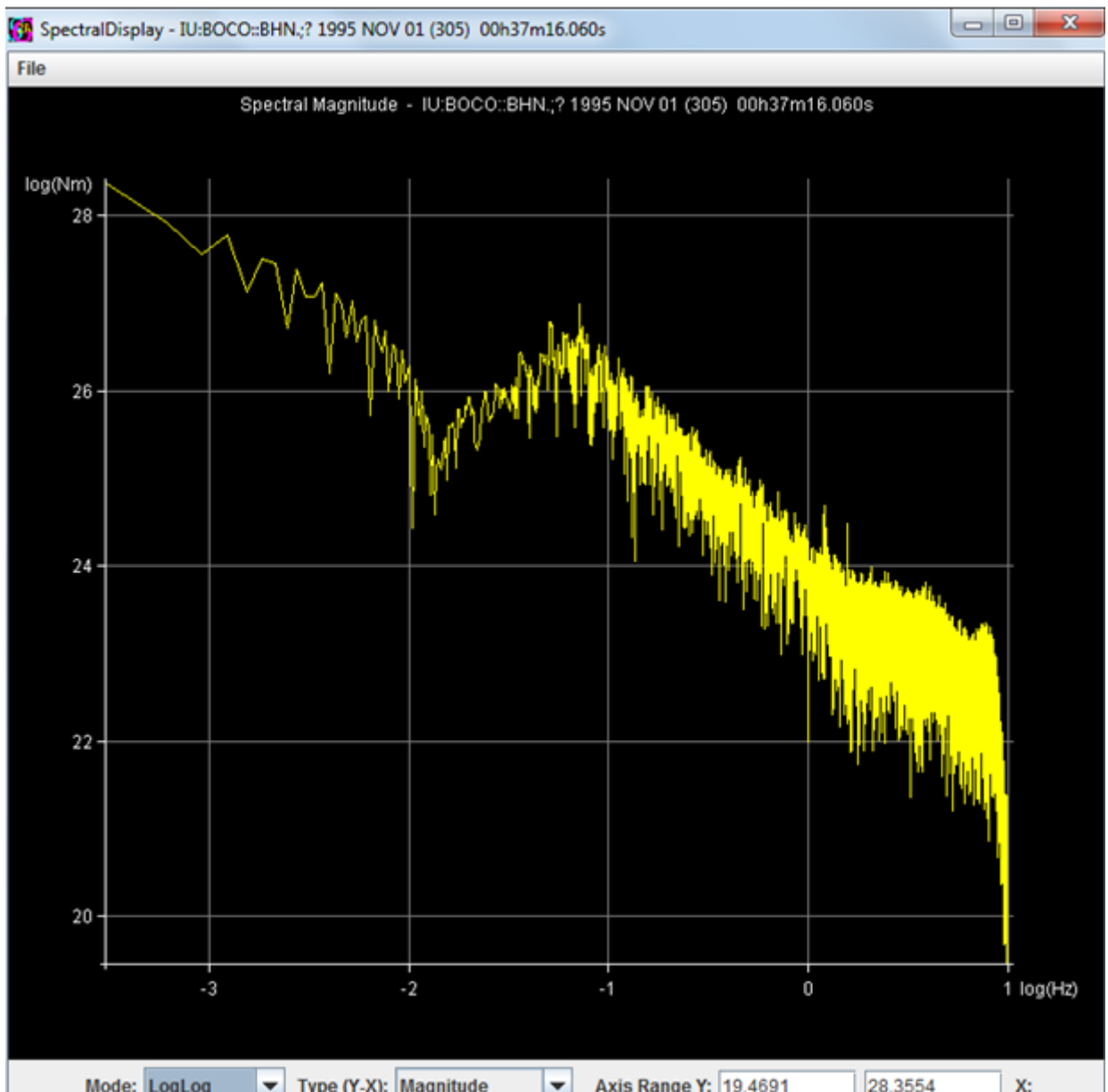


Figura 32: FFT realizada al sismo en SeisGram.

Este espectro tiene una ventaja y es que se trabaja con escalas logarítmicas ya filtradas del ruido y las unidades están en términos de energía. Analizando la Figura [32] vemos que cuando empieza el mayor decaimiento se tiene un valor aproximado a 26.15 de momento sísmico²⁸. Reemplazando este valor en la ecuación (30), para encontrar la magnitud de momento, obtenemos lo siguiente:

$$M_w = \frac{26.15}{1.5} - 10.73, \text{ entonces } M_w = 6.70$$

Comprobando entonces analíticamente el valor teórico de la magnitud del sismo 6.69 que nos fue propinado por la Red Sismológica de Colombia.

Es en este punto donde la FFT retoma un importante papel en el campo de la sismología, mostrando que la magnitud de momento M_w , es más certera, que la

²⁸ El punto de mayor del decaimiento se entiende como el primer arribo de la onda P, donde se muestra un evidente cambio de energía, una mayor frecuencia.

magnitud local o escala de Richter. Es por ello que ahora en la sismología se habla de magnitud de momento a la hora de hablar de la magnitud de un sismo.

Earthquake	Body wave magnitude, m_b	Surface wave magnitude, M_s	Fault area (km ²) (length × width)	Average dislocation (m)	Moment (dyn-cm), M_0	Moment magnitude, M_w
Truckee, 1966	5.4	5.9	10 × 10	0.3	8.3×10^{24}	5.9
San Fernando, 1971	6.2	6.6	20 × 14	1.4	1.2×10^{26}	6.7
Loma Prieta, 1989	6.2	7.1	40 × 15	1.7	3.0×10^{26}	6.9
San Francisco, 1906		7.8	450 × 10	4	5.4×10^{27}	7.8
Alaska, 1964	6.2	8.4	500 × 300	7	5.2×10^{29}	9.1
Chile, 1960		8.3	800 × 200	21	2.4×10^{30}	9.5

Sources: Values from Geller (1976), Wallace *et al.* (1991), and Wald *et al.* (1993).

Figura 33: Cuadro tomado del libro STEIN, que sirve para evidenciar la importancia de la magnitud de momento y con ella la importancia de la FFT en la sismología.

Con un análisis más profundo de este tipo de fenómenos se puede llegar a evidenciar las zonas de amenaza sísmica que tiene el país, se puede también obtener el epicentro e hipocentro de un sismo, examinando el mismo evento con mínimo tres estaciones diferentes.

Este procedimiento lo realizamos para otros cuatro datos sísmicos los cuales se muestran en el anexo N°3, al final del trabajo.

3. Capítulo 3: SOCIALIZACIÓN

En el presente capítulo abordamos la socialización que realizamos con los estudiantes de física de ondas frente a nuestro trabajo. Es de resaltar que las guías y talleres que abordamos se muestran en los anexos. De este capítulo vemos que surge nuestro trabajo como una posible propuesta para la enseñanza de temáticas de la física de ondas, pero ahora a partir de un fenómeno en particular como lo son los sismos.

3.1. Resultados de la guía 1 mostrada en el curso de física de ondas, se realiza a modo de ensayo.

En la primera sesión en el curso de física de ondas, se realizaron una serie de preguntas introductorias abiertas a los estudiantes, con el propósito de dar cuenta de ciertas características del comportamiento de las ondas. La recopilación de esta información se muestra de la siguiente manera:

Para la pregunta inicial, ¿la voz tarda tiempo en viajar?, los estudiantes coincidieron que sí, varios hicieron aclaraciones como el caso de Jessica Zambrano, *“aunque parezca casi instantáneo que escuchemos la voz de la persona que habla, no lo es, tarda un tiempo en llegar a nuestros oídos. Las personas que están más cerca del que habla, escuchan primero que los que están más lejos, es porque alguien que se encuentre a una distancia considerada no podrá escuchar ya que la onda se disipara debido a que la amplitud de la onda es directamente proporcional a su intensidad”*, para el caso de Carlos Redondo, considero lo siguiente; *“si tarda tiempo en viajar, podemos evidenciarlo en el fenómeno del eco”*. En particular la consideración de Carlos es muy rescatable ya que se refiere a un fenómeno conocido, lo que hace que tipos de estudiantes como él tengan un acercamiento con los acontecimientos físicos de nuestro entorno. En este mismo contexto de ejemplos y analogías Andrés Camilo Vásquez responde lo siguiente; *“ aunque la voz parezca algo instantáneo es como cualquier otro sonido y aunque no sea muy evidente los sonidos tienen una velocidad y estos se puede evidenciar al analizar el por qué un rayo se observa primero y después se escucha”* otro estudiante propuso que evidentemente la voz era una onda que tardaba tiempo en viajar, lo mostro con el experimento que hacíamos de niños con dos vasos unidos por medio de una cuerda, mostrando que si se hablaba en voz baja por un vaso al otro lado lo iban a escuchar perfectamente ya que la voz viajaba por la cuerda.

Otro tipo de respuestas que llamo la atención de nosotros, es por ejemplo la de Edwin Sebastián Barreara quien comenta lo siguiente: *“ la voz si tarda tiempo en viajar, pese a que mientras la onda de sonido se propaga, el medio la disipa, esta pierde su intensidad, pero dependiendo de la distancia por la cual es propagada, damos cuenta del tiempo que emplea para viajar, no es lo mismo escuchar un avión elevarse a una distancia no muy lejana, a escuchar el sonido que produjo al elevarse pero ya cuando el avión se encuentra volando a una distancia muy lejana”*.

Para la siguiente pregunta: ¿la velocidad de una onda es constante?, encontramos respuestas que estaban divididas, por ejemplo, Edwin Sebastián Barrera responde: *“no es constante, pese a que la onda se propaga de manera constante siempre y cuando el medio se lo permite, la velocidad de la onda varía o disminuye en presencia de un medio que oponga resistencia”*. Frente a esta respuesta vemos que el estudiante había podido responder diciendo que sí, ya que explica brevemente las condiciones con las cuales la onda puede ser constante. Por su parte Lady Johana Olaya responde: *“la velocidad de una onda depende del medio en que se encuentra viajando. Es decir que la velocidad no es constante”*. Pero también se encontró una respuesta con argumentos para decir sí, la velocidad de una onda es constante, Luis Eduardo Caballero: *“la velocidad de una onda es constante mientras permanezca en el mismo medio, al cambiar de medio la velocidad varía”*.

Con estas respuestas surgió un buen debate en el salón de clase, ya que estaban repartidas las partes que pensaban que la velocidad de una onda era constante. Dando una conclusión muy general debido a que todos tenían claras las características de las ondas, se llegó a pensar que la velocidad de una onda es constante siempre y cuando cumpla cierta condición, la más importante que se mantenga en un mismo medio.

Para la pregunta, ¿la velocidad de una onda y una partícula del medio en que se diferencian?, encontramos que 6 de los 18 estudiantes que participaron en esta clase no contestaron, lo que nos muestra a primera vista que hay realmente algunas falencias conceptuales en los estudiantes frente a esta temática, esto con toda razón, ya que es un tema que no se interioriza fácilmente. A esta pregunta Andrés Camilo Vásquez responde de forma muy general como varios integrantes del curso: *“en una onda viaja la energía y en una masa el movimiento es de masa”*. Por otro lado estudiantes como Edwin Sebastián Barrera se acercan a la solución de este interrogante asegurando que: *“se diferencian en cuanto la dirección, una onda mientras viaja no necesariamente lleva la misma dirección que la de una partícula del medio”*, esta respuesta se podría completar con el argumento de Edwin Vargas; *“si diferencian en que una cambia de posición mientras que la otra no ya que la partícula sube y baja a medida que la onda se propaga”*. Como vemos, este tipo de respuestas necesitan de una aclaración. Luego de un rato de discusión dimos como conclusión, que los movimientos eran diferentes, ya que la onda se transporta por un medio en particular y las partículas de este medio tenían como cualidad su movimiento que resulta ser a causa de la onda, pero sin ser el mismo tipo de movimiento, ya que la onda se traslada mientras que las partículas del medio no (luego de pasar una onda, las partículas tienen a su posición inicial, lo que muestra que no hay desplazamiento).

Para la pregunta; la velocidad de una onda depende del medio o de la fuente, ¿Por qué?, aproximadamente una sexta parte del grupo afirmaba que la velocidad de la onda dependía tanto de la fuente como el medio, por ejemplo Carlos Redondo y Andrés Camilo Vásquez quienes respondieron respectivamente lo siguiente: *“depende de ambos la intensidad del pulso o tren de pulsos y la facilidad del medio para transportar las ondas”* y *“Depende de ambos, pues ambos van hacer que las que determinen el comportamiento de la onda, ya que si la fuente no permite la transmisión de la onda su velocidad será cero”*. Pero otro grupo de estudiantes, como Edwin Barrera plasmaban lo siguiente: *“la velocidad de una onda depende del medio ya que este puede disipar la onda provocando que esta pierda parte de su velocidad inicial.”*, Edwin Vargas: *“depende del medio ya que dependiendo de la densidad de este se propaga más rápido o menor”* cerramos la discusión con el argumento de que la velocidad de una onda

depende solamente del medio, ya que si un medio es más denso que otro, viaja más rápido por él, esto se aclaró con el ejemplo de la piscina, cuando uno está afuera y escucha algo y cuando está sumergido y escucha diferente, se escuchan las cosas con una leve impresión de más rápido en un líquido que en el aire, esto no lo muestra la velocidad del sonido en diferentes medios. Claro está que para que se genere una onda se necesita de una fuente, que puede ser una diferencia de fuerzas o esfuerzos.

En la última pregunta ¿Qué características debe tener el medio para que una onda viaje más rápido?, se llegó a una pronta respuesta gracias a los debates anteriores, aclarando que el medio más rígido, la onda viaja más rápido. Entonces se llega a un primer acercamiento a lo que se llama cuerpo o medio rígido.

Es de resaltar que se tomaron en cuenta las actitudes más sobresalientes en las respuestas de los estudiantes

Terminada esta parte de la sesión de gran importancia para el lineamiento de nuestro trabajo. Empezamos por preparar la actividad con el sensor piezoeléctrico como se muestra continuación

En cuanto a la actividad experimental llevada a cabo se presentó lo siguiente. Debido a que solo se disponía de una sola interfaz los datos se tomaron en conjunto con todo el grupo, donde se dio la oportunidad a todos los estudiantes de interactuar con la interfaz en cada una de las mediciones que se realizaron para el cálculo de una velocidad aproximada de una onda en dos medios diferentes como la madera y el concreto para establecer relaciones (se realizaron 15 medidas para cada medio). La velocidad que se obtuvo a partir de los datos para una onda en la madera fue de 391,66m/s, para el caso del concreto la velocidad fue de 1084m/s. es importante aclarar que la distancia entre los piezoeléctricos es corta, y que los medios utilizados no son propiamente homogéneos, de todas maneras se logra evidenciar que la onda tiene una velocidad mayor en el concreto que en la madera, debido a que un medio es más rígido que el otro. (Ver anexo N°1)

3.2. Resultados de la guía 2 mostrada en el curso de física de ondas, se realiza a modo de ensayo.

Se realizó una pregunta en relación a la idea de superposición que tienen los estudiantes, adicional a esta pregunta se proponen una serie de ejercicios donde se muestra que una función compleja se puede representar mediante la superposición de funciones simples.

A la pregunta ¿Cómo se realiza la esa superposición de funciones simples? Los estudiantes coincidieron en que es una suma, hay diferencias entre lo que se debe sumar, algunos estudiantes manifiestan que son solo algunos puntos lo que se suman, como lo es el caso del estudiante Johnny Flórez, el cual escribe lo siguiente “*la suma se hace partiendo de los picos de ambas funciones en el eje vertical*” otro estudiante como es el caso de Edwin Barrera afirma; “*es necesario escoger ciertos puntos de cada grafica que estén en la misma posición*”, solo pocas personas hicieron la aclaración de que es la suma de todos los puntos, citamos el caso del estudiante Edwin Vargas, quien escribe lo siguiente; “*Se realiza mediante una suma punto a punto de cada una de las graficas tanto la de A como la grafica de B, se suman todos los puntos como cantidades vectoriales*”, socializamos y finalmente llegamos a la conclusión junto con la respuesta de Edwin, que la superposición de dos funciones es la suma de cada uno de los puntos de la función y que se podía realizar vectorialmente.

En esta actividad también se realizó el ejercicio de superposición en el tablero usando cintas de papel, donde los estudiantes pudieron observar de una manera más directa y didáctica la idea de superposición.

3.3. Resultados de la guía 3 mostrada en el curso de física de ondas, se realiza a modo de ensayo.

Al igual que las anteriores guías, la guía número 3 se encuentra en los anexos, para este caso en particular es el anexo N°4. En el momento de mostrar nuestra tercera guía, hicimos una clase magistral donde mostrábamos temas como: ¿Qué es un sismo?, ¿Cómo se originan los sismos?, esfuerzos y deformaciones, ondas sismológicas, ondas internos o de cuerpo, ondas superficiales, funcionamiento de un sismómetro, datos de sismos en Colombia y análisis de señales, identificación de las ondas S, P y superficiales, escala de Richter, momento sísmico y magnitud de momento.

A la primera pregunta de la guía: ¿describa desde su experiencia que es un sismo?, se encontraron respuestas interesantes como la de Lady Johana Olaya Quintero “*es un fenómeno ondulatorio que se da por la liberación de energía, y se produce en el interior de la Tierra*” y la de Andrés Camilo Vásquez Blanco “*un sismo es el movimiento de la superficie de la Tierra debido a la liberación de energía por la constante interacción entre las placas que la conforman*”. Con este tipo de respuestas nos damos cuenta que efectivamente los estudiantes pueden reconocer fenómenos y asociar explicaciones físicas a los mismos.

La siguiente pregunta: ¿defina con sus palabras como se origina un sismo?, varios estudiantes coincidieron en que los sismos se originan debido a la interacción de las placas tectónicas. A continuación mostramos algunas de ellas, “*un sismo se origina cuando las placas tectónicas chocan, provocando una onda que se traslada por la Tierra, siendo en el punto de origen lo más fuerte y al alejarse va perdiendo fuerza*” estudiante Daniel David Díaz Macías, “*las placas están en constante movimiento de manera que ocurren choques entre ellas hasta el punto de provocar rompimiento en la tierra y de esta manera la liberación de esfuerzos*” estudiante Luis Eduardo Caballero Herrera, por último nos llamó la atención la siguiente respuesta “*un sismo se origina debido a que las placas están en constante movimiento y cuando las placas están en contacto generan estrés y cuando se liberan arrojan al medio un gran cantidad de energía*”. En esta parte vemos que los estudiantes solo le atribuyen a la generación de un sismo la interacción de las placas tectónicas, pero esta no es la única forma por la cual se genera un sismo. Consideramos que de considerar este trabajo como una propuesta de aula, hay que reforzar este punto.

Las siguientes dos preguntas eran de opción múltiple, donde se buscaba reconocer por parte de los estudiantes características de las ondas asociadas a la explicación de un sismo. Es decir se trataba de evidenciar que tipo de onda sismológica es longitudinal y cual es transversal. Todos los estudiantes coincidieron de acuerdo a la explicación, que la onda P es una onda longitudinal y la onda S es una onda transversal.

Para la siguiente pregunta: ¿Cuál es el significado físico de cada grupo de ondas que se ven en un sismograma?, pocos estudiantes logran evidenciar el sentido físico que se encuentra implícito en un sismograma a pesar de que los estudiantes manifiestan saber cuáles son las características de las ondas. Una respuesta que se acerca bastante al sentido físico es la siguiente, “*la onda P llega primero y es longitudinal, la onda S es transversal y tiene un diferencia de tiempo de llegada, y finalmente las ondas*

superficiales que son las de mayor amplitud y generan cambios en la superficie” Lady Johana Olaya Quintero.

Finalmente realizamos la siguiente pregunta: ¿Cuál es la importancia de la FFT en la sismología?, vimos que tal vez por motivos de tiempo los estudiantes no lograron dar una buena respuesta, pero sí fueron claros dos estudiantes. *“la FFT tiene en cuenta la profundidad, el medio, el área de ruptura, ya que puede filtran otro tipo de vibraciones no necesaria para el análisis, como el ruido” Kelly Johana Huertas Sánchez & “filtrar señales, en sus ondas y frecuencias fundamentales, poder encontrar la magnitud de momento sísmico y ser más certero y preciso a la hora de cualificar un sismo” Luis Eduardo Caballero Herrera.*

Al final de esta sesión es importante resaltar que los estudiantes encontraron la magnitud en la escala de Richter de un sismo ocurrido en el nevado del Ruiz, también se encontró la magnitud de momento de acuerdo a la relación que nos muestra el libro base Stein. Los sismogramas que se utilizaron se muestran en los anexos.

CONCLUSIONES DEL TRABAJO

Inicialmente abordamos las opiniones de los estudiantes frente a nuestro trabajo, ya que consideramos que juegan un papel importante para culminar de la mejor manera nuestro trabajo. Después mostramos las conclusiones encontradas a lo largo del trabajo y la socialización realizada con los estudiantes.

Opiniones generales por parte de los estudiantes sobre el trabajo.

“fue muy didáctico el punto de vista como quisieron enseñar las ondas, no se puede enseñar un tema entero y tan complejo en tres sesiones, pero lo que explicaron lo dieron a entender bien”. Edwin Duvan Beltrán Romero

“es interesante ya que el tema es complejo y nos permite entender el cómo se puede percibir los distintos tipos de onda que se transmiten en un medio cualquiera, pocos sabían o entendían el significado fenomenológico de un sismo, y entender el por qué se originan dichos sismos facilita la comprensión del tema relacionado a las ondas en si” Edwin Sebastián Barrera.

“estuvo muy interesante el trabajo, me llamo mucho la atención como lograron de una manera u otra generar participación en el grupo. Al ser un tema nuevo impacto mas, ya que para mi manera de ver creía que eran mucho más complicados esos temas” Lady Johana Olaya Quintero.

“se le puede agregar un poco mas de interés. Quizá con un montaje que pueda simular estos fenómenos donde el estudiante pueda observar cada efecto de este” Kelly Yohana Huertas.

“el trabajo realizado fue muy interesante, ya que es una forma innovadora de enseñar física de ondas y aprender a concebirla de diferente forma” Luis Esteban Hernández

CONCLUSIONES

Se encuentra que a partir de análisis de diferentes fenómenos que se relacionan a la experiencia común es posible hacer una construcción de temáticas de la física de ondas.

A partir del análisis gráfico y numérico a una señal sismológica realizado por un software como Matlab y SeisGram, interpretamos el primer arribo de una onda en el sismograma, como el comportamiento de una onda longitudinal (onda P), el comportamiento de una onda transversal como la onda S, que sería el segundo arribo (onda transversal), la Amplitud de un sismo en términos de su energía (Magnitud), frecuencias asociadas a un sismo.

El trabajo logra mostrar que la representación de las ondas que están inmersas en nuestro entorno no necesariamente son periódicas y sencillas como se suelen mostrar en la mayoría de los libros. Además comprendimos las diferencias y semejanzas entre un

movimiento ondulatorio y un movimiento oscilatorio, ya que es de gran importancia entender estas temáticas que no se evidencian claramente en los textos.

El trabajo nos permitió evidenciar la importancia de la transformada de Fourier ya que permite pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia una señal, donde lo que obtengo es las frecuencias características de dicha señal. Lo cual se muestra en el campo de la sismología con el filtro de información (frecuencias), identificando lo que corresponde al ruido del instrumento receptor y a la señal verdadera, para así poder obtener la información significativa de la señal.

Con respecto al área de la sismología, el trabajo nos permitió conocer más de cerca el objeto de estudio de esta rama de la física. Nos familiarizamos con temáticas en particular como: esfuerzos y deformaciones, la escala de Richter, ideas generales de la ubicación de un sismo, el momento sísmico, la magnitud de momento.

La FFT en el campo de la sismología, nos muestra que la magnitud de momento, es más certera, que la magnitud local o escala de Richter, ya que esta primera tiene características más puntuales del medio como el área de ruptura, la rigidez del medio y el desplazamiento del terreno.

El trabajo y la socialización realizada nos muestran que es posible continuar estos estudios para llegar a una posible propuesta de aula, donde los estudiantes relacionen conocimientos físicos y matemáticos acerca de las ondas con eventos naturales de su entorno.

BIBLIOGRAFÍA

A. Taboada, C. D. (1998). *Sismotectónica de Colombia: deformación continental activa y subducción*. Bogota DC: Universidad de Los Andes.

Bravo, S., & Pesa, M. (2005). La Construcción de representaciones sobre movimiento ondulatorio. una interpretación a partir de la integración de la teoría de campos conceptuales de Vergnaud y la teoría de modelos mentales de Johnson- Laird. *Revista de Enseñanza de la Física* , 18 (2), 25.

Burbano, P. (2001). Reflexiones sobre a enseñanza de la física . *Red de Revistas Científicas de america latina, el caribe, españa y portugal* .

Castillo, A. J. (2012). *Introducción a la Ingeniería Sismológica*. Bogota: Educar Para pensar.

WYSESSION, S. S. (2003). *AN INTRODUCTION TO SEISMOLOGY EARTH, AND EARTH STRUCTURE*. Oxford: Blackwell.

Gleason, A. (2002). *WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE*. BOSTON.

Irrázaval, Pablo. (1999). Análisis de señales. Santiago de Chile, Universidad Pontificia Católica de Chile.

Juan, E. S. (1993). *Análisis de Señales*. Santiago de Chile.

Kofman, H. (2004). Integración De Las Funciones Construidas y Comunicativas De Las NTICs En La Enseñanza De La Física Universitaria y La Capacitación Docente. *Revista de Enseñanza De La Física* , 17.

Lieberman, J. (2011). *Discovery*. Obtenido de Discovery: <http://www.tudiscovery.com/web/camaralenta/>

Maria Mercedes Ayala, F. M. (2013). *EL TENSOR DE ESFUERZO, Un análisis epistemológico desde una perspectiva pedagógica* . Bogotá DC.

Monsalve, H. (2006). *Introducción a la Sismología: Un Enfoque Básico*. Armenia-columbia: Universidad Del Quindío.

Moore, E. (1996). *Volcanes y Terremotos*. California.

Perez, C. (2002). *Matlab y sus aplicaciones en la ciencia e ingeniería*. Madrid.

Prager, E. J. (2001). *La Furia de Nuestra Madre Tierra* . Mexico DF: Mc Graw Hill.

Quiroz, P. V. (5 de Octubre de 2005). Efectos Que Originan Los Sismos En El Subsuelo. Mexico DF, Mexico.

- Republica, B. d. (2013). *Escuelapedia informacion didactica* . Recuperado el 28 de Abril de 2013, de Escuelapedia informacion didactica : <http://www.escuelapedia.com/>
- Rojo, A. (2007). *LA FÍSICA EN LA VIDA COTIDIANA*. QUILMES : UNIVERSIDAD NACIONAL DE QUILMES.
- Rothe, J. (1972). *Sismos y Volcanes*. oikos-tau.
- Sarria, A. (1995). *Ingenieria Sismica*. bogota-colombia: Universidad De Los Andes.
- Spiegel, M. (1974). *Fourier Analysis*. Schaum.
- Tintaya, C. O. *PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES*.
- Udias, A., & Mezcua, J. (1997). *Fundamentos de geofísica*. Madrid: Alianza.
- Zill, D. (1997). *Ecuaciones Diferenciales*. Mexico DF
- Alicia Guerrero de Mesa. (2005). Oscilaciones y ondas, notas de clase. Universidad Nacional de Colombia.
- Shepley L. Ross. (2002). Ecuaciones diferenciales.
- R. Dobry (20 August 2012) Radiation damping in the context of one-dimensional wave propagation: A teaching perspective. Elsevier.
- Stefan Baisch, GoËtz H.R. Bokelmann (18 November 1998) Spectral analysis with incomplete time series: an example from seismology. Pergamon.
- Ande, E. (1975). *El mundo en que vivimos* .
- Berrio, V. (1995). *Panamá y su Historia* . Panamá .
- Diccionario de la Real Academia Española*. (2006).
- Florez, C. H. *ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE SEÑALES DE FUENTES*.
- Gutierrez, E. G. (2010). *Representacion de señal de audio*.
- Salcedo, Juan Pablo. (2009). Geófono de inducción para el estudio de las oscilaciones mecánicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Gantiva, Julie Esperanza. (2011). Conceptos físicos implicados en la explicación de los sismos una aproximación a las ondas sísmicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Castro, Diana Carolina; Ramírez, Michael Eduardo. (2009). La escuela en movimiento: una propuesta didáctica para el estudio de conceptos físicos implicados en un sismo. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.

Páez, Oscar Hernando. (2012). Una propuesta de aula; modulo didáctico para los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física de ondas mecánicas. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.

Ramírez, Diego Hernando. (2006). Enseñanza de conceptos por medio de situaciones problema. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.

Barco Ríos, Héctor and Rojas Calderón, Edilberto (2001). Simulación de pulsos e Interferencia de ondas por computador. Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.

ANEXOS

Anexo N° 1: Actividad 1 mostrada en el curso de física de ondas, velocidad de una onda en diferentes medios.



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
LICENCIATURA EN FÍSICA
2013**

Guía de trabajo elaborada en el marco del trabajo monográfico: ANÁLISIS GRÁFICO Y NUMÉRICO EN LA INTERPRETACIÓN DE UNA SEÑAL SISMOLÓGICA: UNA APROXIMACIÓN A LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE ONDA por:

**Wilmar Darío Poveda & Edwin Fabián Mayorga
Asesor: John Barragán**

Guía 1: SENSORES PIEZOELÉCTRICOS PARA EL CÁLCULO DE VELOCIDADES DE UNA ONDA EN DIFERENTES MEDIOS.

Nombre _____ código _____

Preguntas introductorias.

0. ¿la voz tarda tiempo en viajar?
1. ¿La velocidad de una onda es constante?
2. ¿La velocidad de una onda y una partícula en que se diferencian?
3. La velocidad de una onda, depende del medio o de la fuente ¿Por qué?
4. ¿Qué características debe tener el medio para que una onda viaje más rápido?

En la siguiente practica se tratara de evidenciar la velocidad de una onda en dos medios diferentes, concreto y madera.

5. ¿En cuál de estos dos medios cree que es mayor la velocidad? y ¿Por qué?

Guía 1: SENSORES PIEZOELÉCTRICOS PARA EL CÁLCULO DE VELOCIDADES DE UNA ONDA EN DIFERENTES MEDIOS.

- **PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA:**

El objeto de esta práctica experimental es evidenciar que una onda tarda tiempo en viajar y que la velocidad cambia según el medio. (Para este caso los medios serán el concreto y la madera)

- **MARCO TEÓRICO:**

Las ondas a grandes rasgos consisten en la propagación de una perturbación en diferentes medios. Una onda implica un transporte de energía, sin necesidad de transporte de materia. El medio perturbado puede ser de naturaleza diversa como aire, agua, un trozo de metal, entre otros.

Estas ondas se pueden clasificar de acuerdo al medio en que viajan y se clasifican así:

- **Ondas mecánicas:** las ondas mecánicas necesitan un medio elástico (sólido, líquido o gaseoso) para propagarse. Las partículas del medio oscilan alrededor de un punto fijo, por lo que no existe transporte neto de materia a través del medio. Dentro de las ondas mecánicas tenemos las ondas elásticas, las ondas sonoras y las ondas de gravedad.

En el estudio de las ondas mecánicas se estudian fundamentalmente ondas transversales y longitudinales. Las ondas longitudinales se caracterizan porque las partes del medio se mueven o vibran paralelamente a dirección de la propagación de la onda. Por ejemplo la voz ó un muelle cuando se comprime. Las ondas transversales a diferencia de las ondas longitudinales se caracterizan porque las partes del medio vibran perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda (Figura [6]). Elongación, amplitud, Longitud de Onda

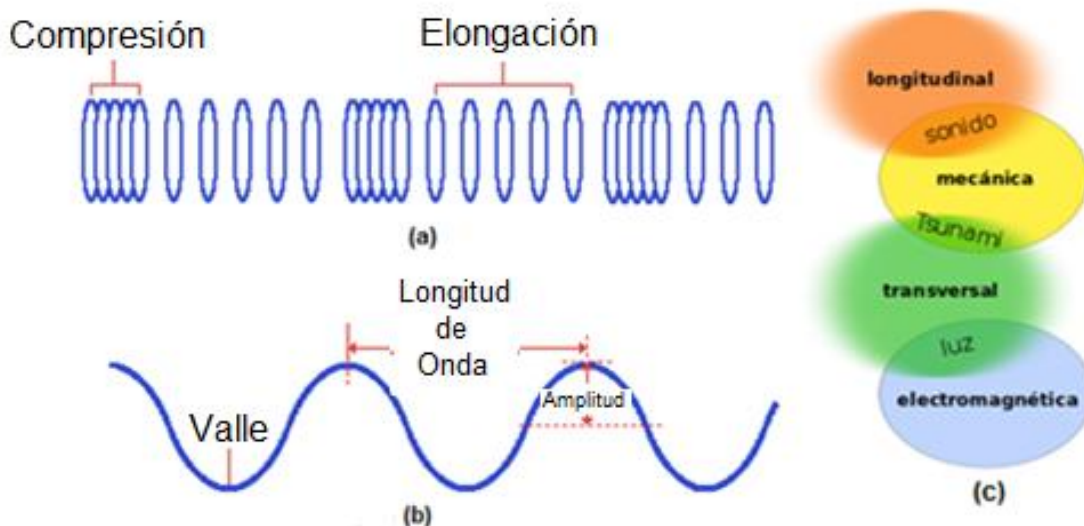


Figura [6]; La figura (a) se representa el tipo de ondas longitudinales (compresión). La figura (b) es la representación del tipo de ondas transversales. La figura (c), nos muestra las relaciones de las ondas con diferentes fenómenos. Tomado de <http://rabfis15.uco.es>.

Las ondas que nosotros trabajamos en el proyecto son ondas mecánicas donde su movimiento va a estar determinado por el material por el cual se va a generar y a

desplazar la onda. Se toma la velocidad de ondas sonoras para determinar la velocidad del resto de ondas ya que se conoce esta velocidad límite.

- **Materiales:**

- ❖ 1 Interfaz (consiste de un circuito similar al que se muestra en la siguiente Figura 1 pero se han sustituido los micrófonos por piezoeléctricos)

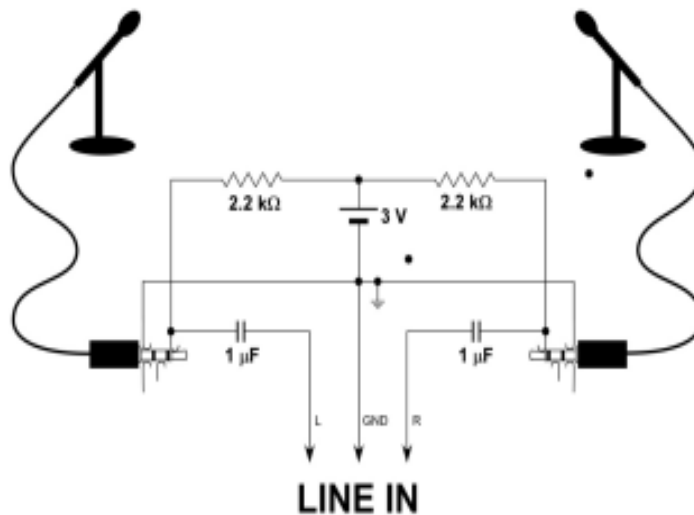


Figura 1

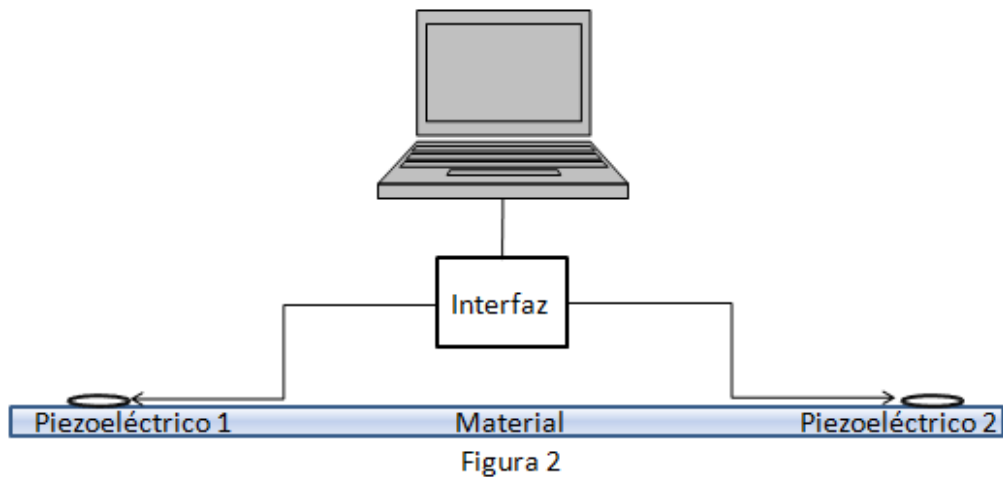
- ❖ 1 regla
- ❖ 1 masa (1.5Kg)
- ❖ Software Audacity

Nota: se ha sustituido en la interfaz para este caso los dos micrófonos por un par de Piezoeléctricos.

¿Qué es un piezoeléctrico?

Es un dispositivo que utiliza el efecto piezoeléctrico para medir; presión, aceleración, tensión o fuerza, transformando las lecturas a señales eléctricas.

- **Procedimiento:** Mediante un plud conecte la interfaz al computador, (tenga en cuenta que al momento de realizar la experiencia el software debe estar activado) luego coloque los dos piezoeléctricos separados entre sí a una distancia de 2 metros sobre un mismo material. Figura 2



Posteriormente deje caer la masa desde una altura de 1 metro (esto se hace para que la fuerza con la que golpea el material sea constante) cerca a un piezoeléctrico, el software registrará la señal de cada piezoeléctrico de manera independiente, mostrando los respectivos tiempos de llegada. Figura 3

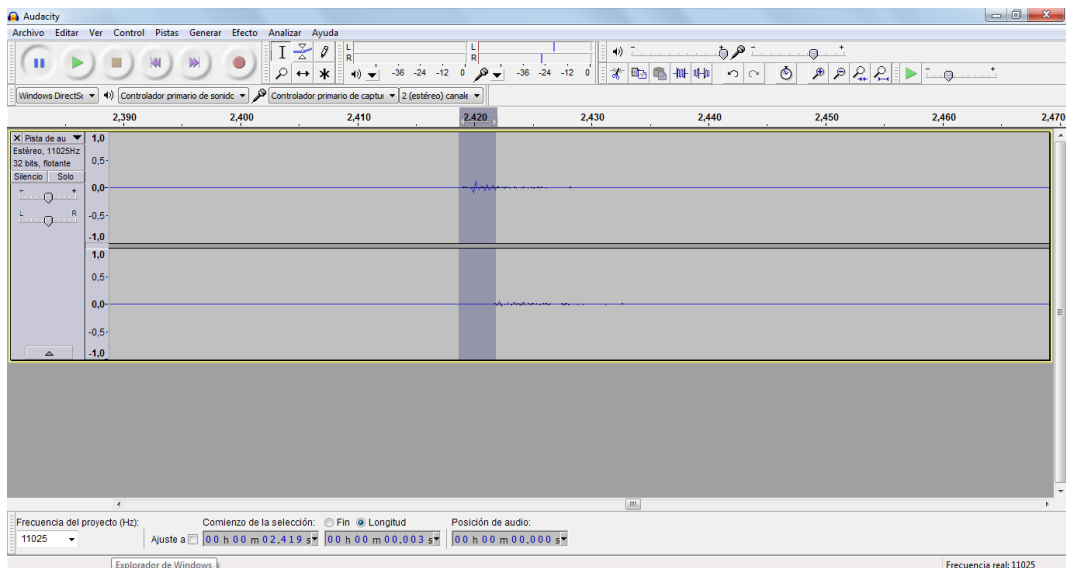


Figura 3: Se muestran un canal para cada piezoeléctrico, donde la diferencia de tiempo se establece entre los primeros picos registrados por cada canal

Repita este procedimiento 15 veces para poder establecer un valor promedio de los tiempos, para poder calcular la velocidad promedio con la que viaja la onda. Consigne los datos en la Tablas 1 y 2 de acuerdo al medio (tenga en cuenta, que entre más medidas se tomen se obtendrá un valor más acertado de la velocidad de una onda para un medio en particular)

Tabla 1 (Material Concreto)

n	Diferencias de	Incertidumbre
-----	----------------	---------------

	tiempos (s)	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Con los valores encontrados, podemos calcular el error experimental de esta práctica, por medio de la desviación estándar:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{15} \sqrt{(\bar{t} - t_i)^2}}{N} \quad (1)$$

La desviación estándar representa la incertidumbre de cada uno de los tiempos encontrados. Luego de realizar estos procedimientos, procedemos a encontrar la velocidad de la onda, haciendo uso del tiempo promedio y el valor de la distancia entre los piezoeléctricos en la siguiente ecuación:

$$velocidad = \frac{\text{distancia entre los piezoelectricos}}{\text{tiempo promedio entre los picos de la señal}}$$

Velocidad promedio en el concreto _____

Repetimos el mismo procedimiento para la madera.

Tabla 2 (Material Madera)

N	Diferencias de tiempos (s)	Incertidumbre
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Velocidad promedio en la madera _____

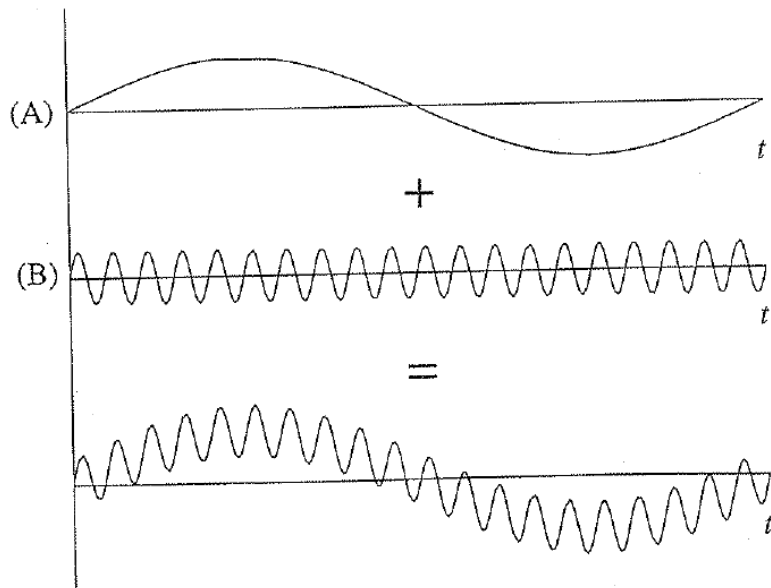
Anexo N° 2: Actividad 2 mostrada en el curso de física de ondas.

**Actividad 2 Física de ondas
Suma de funciones trigonométricas**

Nombre: _____

La suma de funciones trigonométricas, se puede considerar como la superposición de ondas.

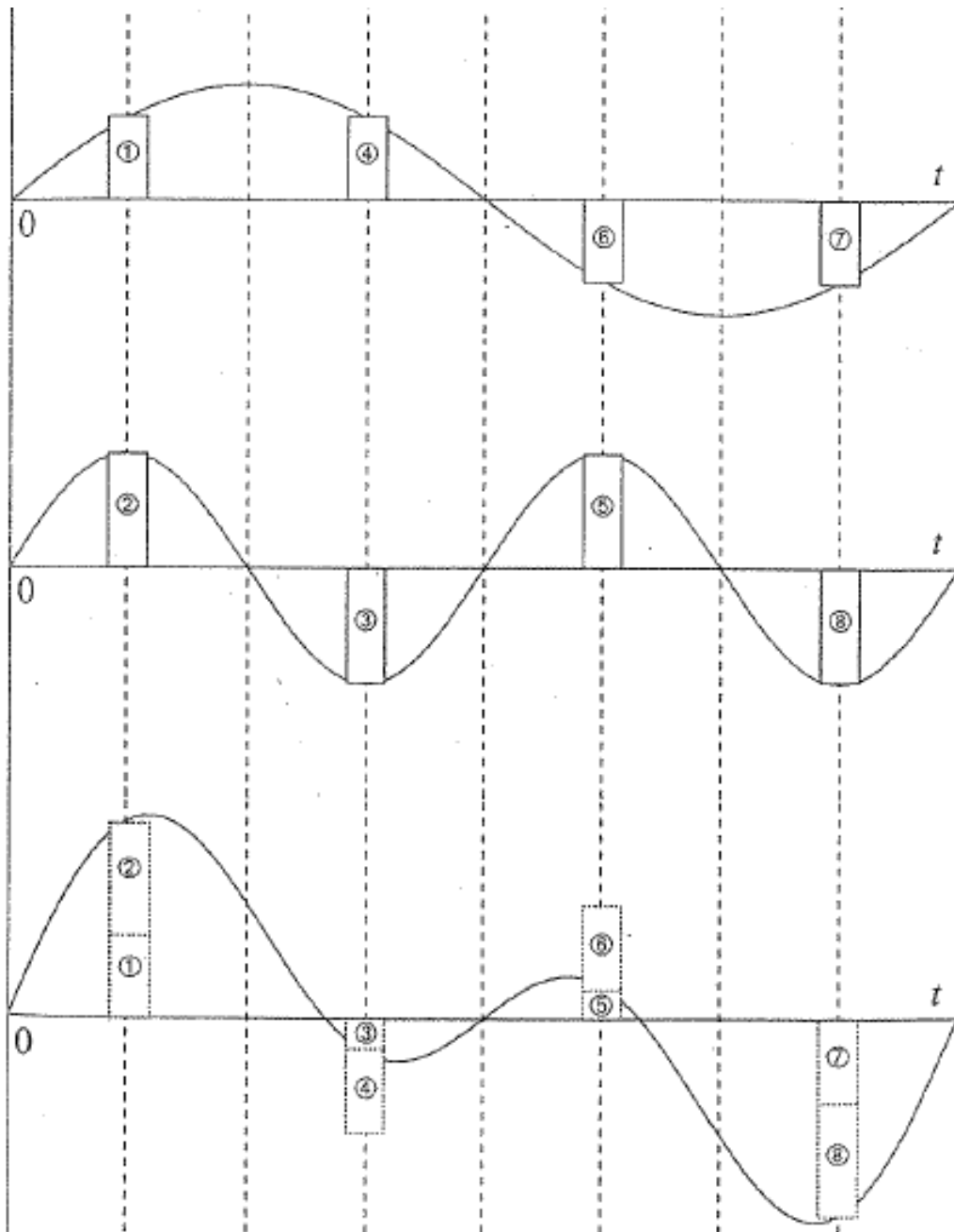
Ejemplo: función A + función B.



Tomado de: WHO IS FOURIER? A MATHEMATICAL ADVENTURE. Transnational College of LEX.

¿Cómo se realiza dicha superposición?

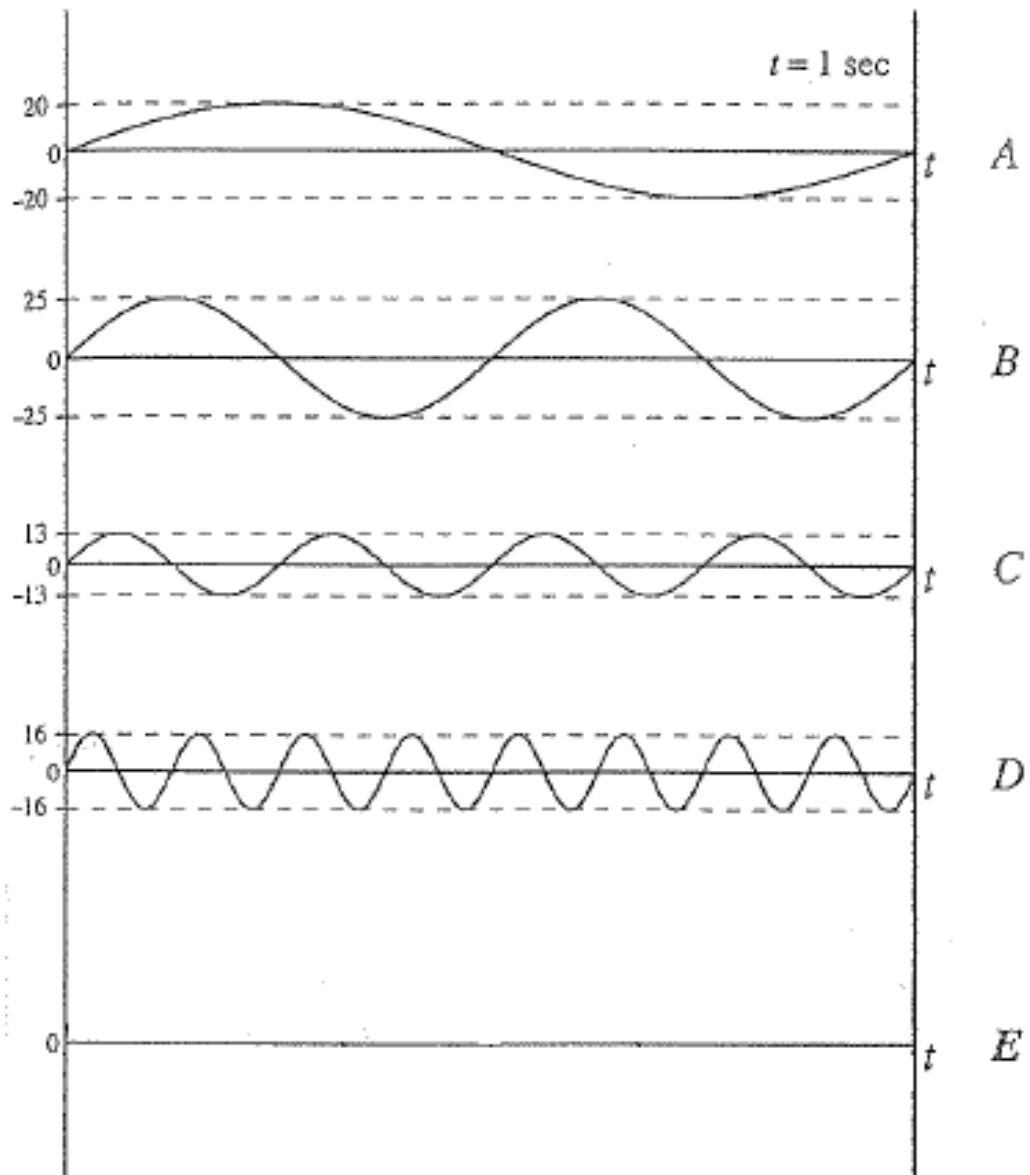
Ejemplo 2:



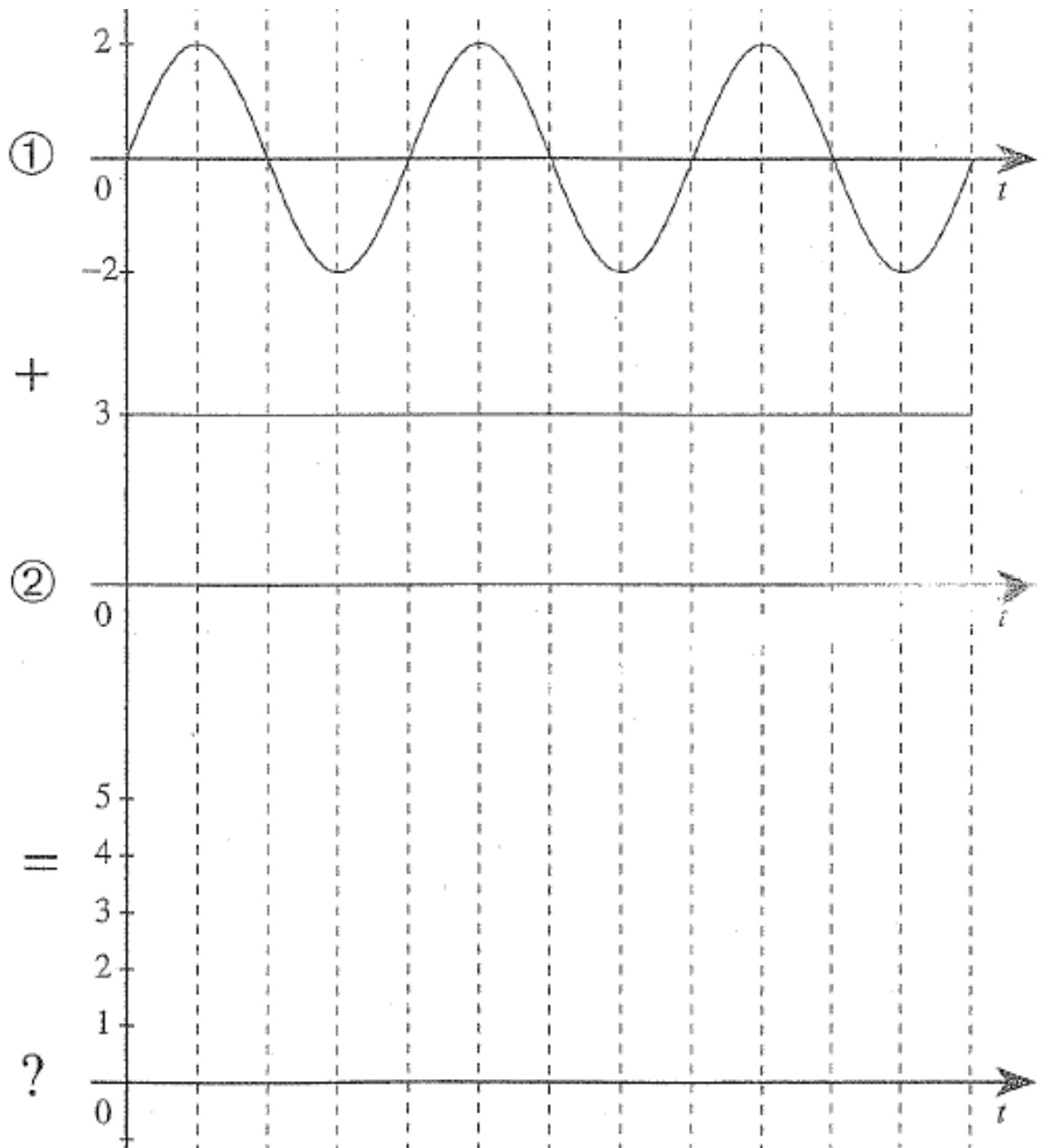
El objetivo de esta pequeña práctica es evidenciar que una función de representación compleja, se puede hacer mediante la superposición de funciones simples.

Ejercicios

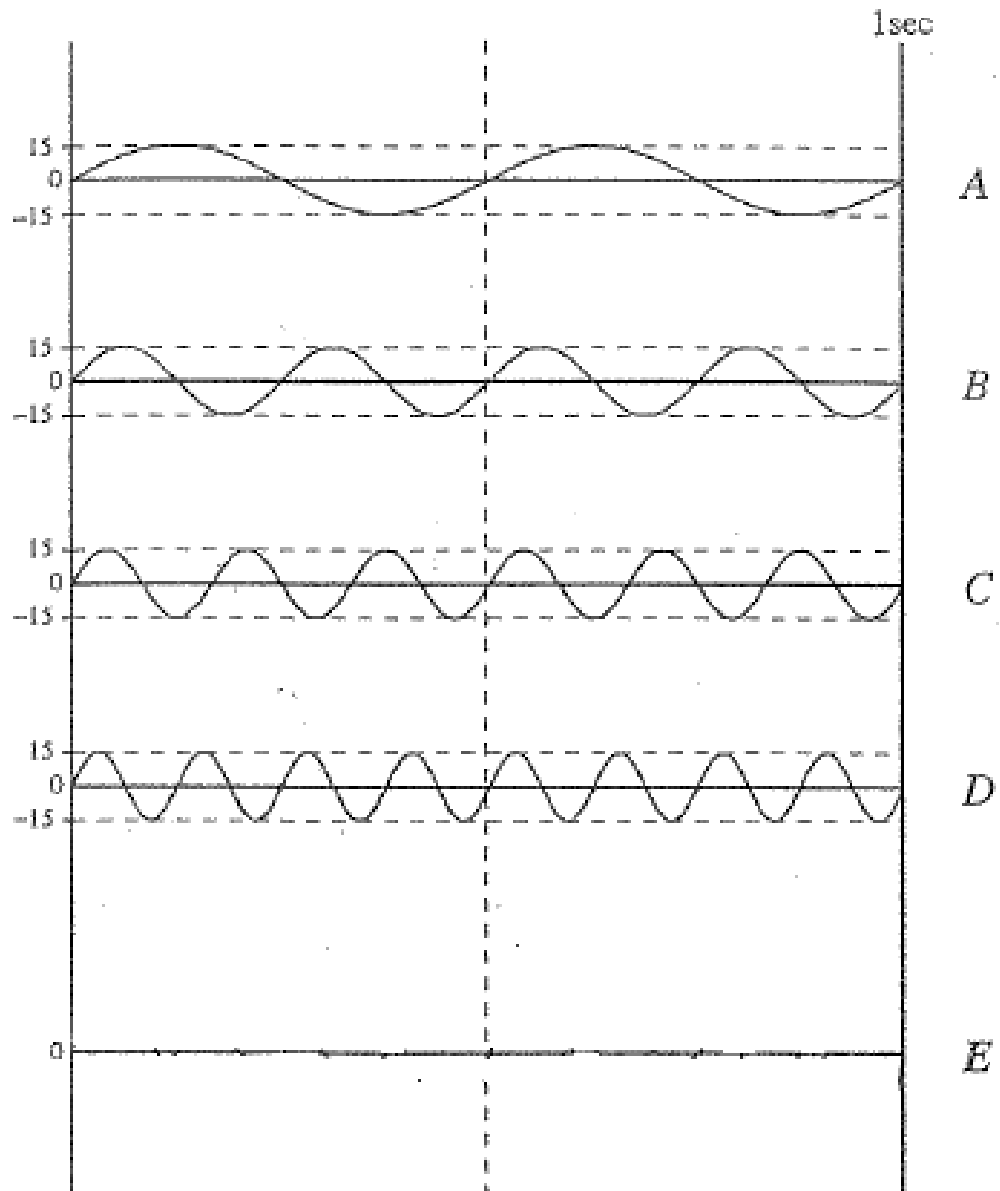
1. Realizar, $A+B+C+D=E$



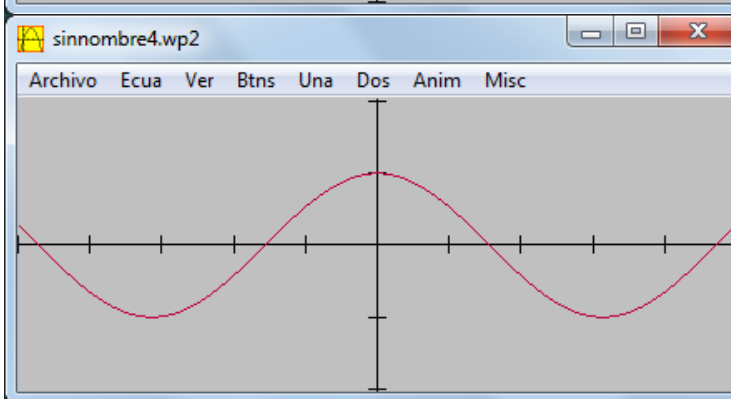
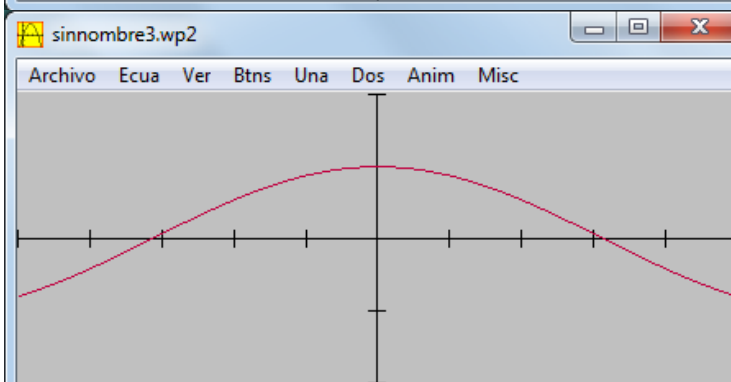
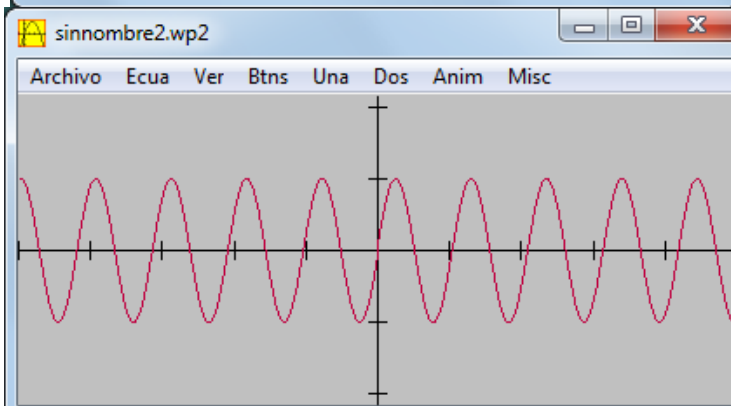
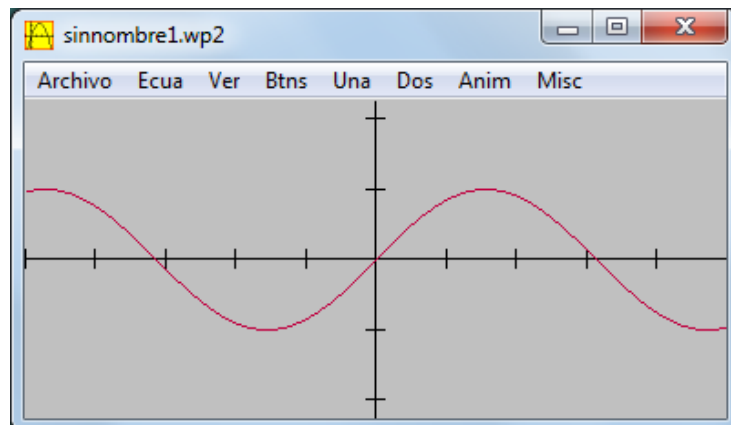
2. Realizar $1+2=?$



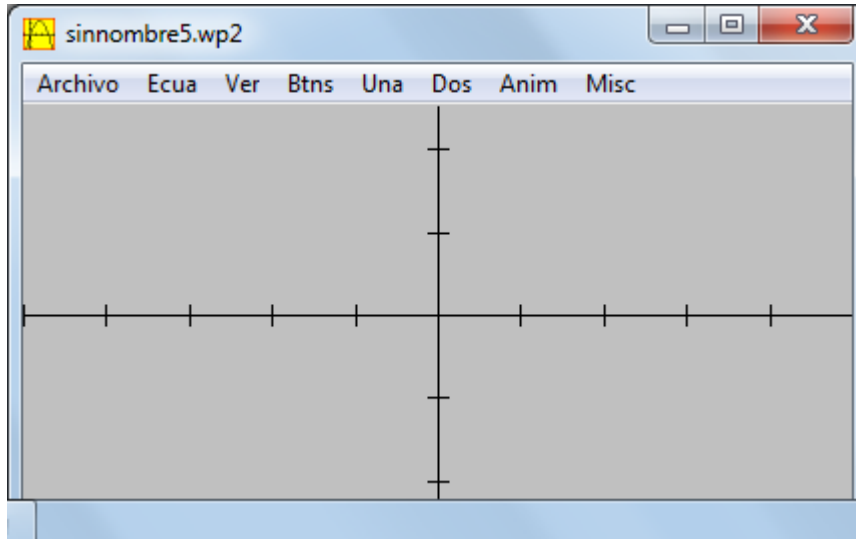
3. Realizar, $A+B+C+D=E$



4. Superponer las siguientes funciones.

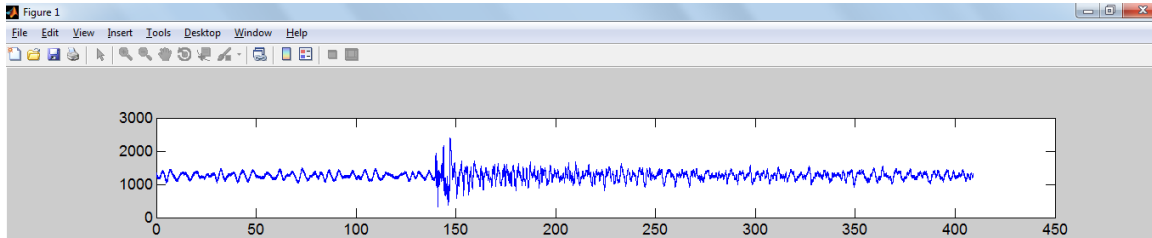


Solución.

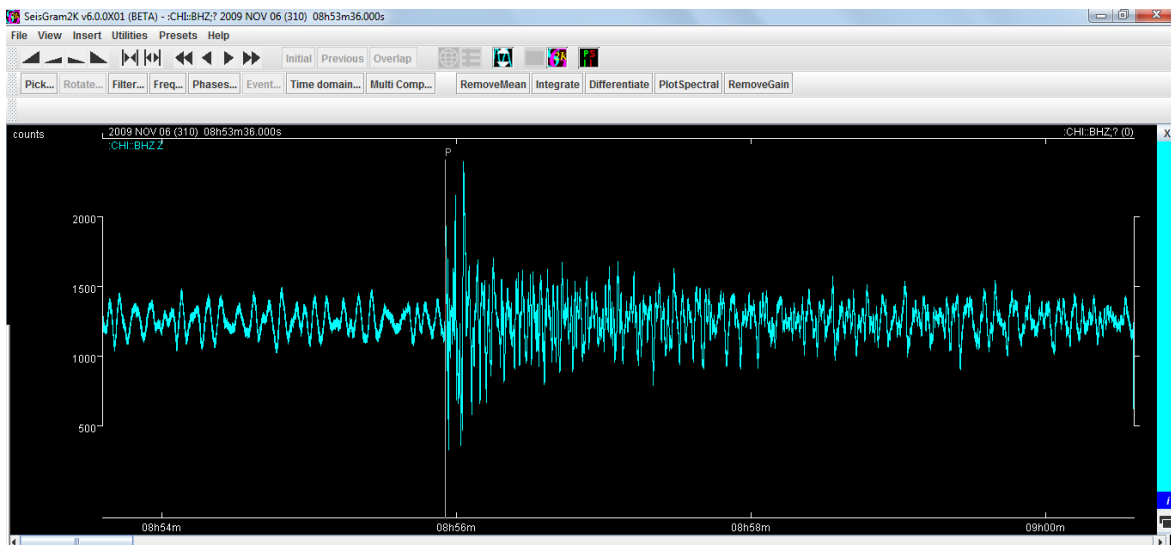


Anexo N° 3: Análisis a señales sísmicas, vistas en el capítulo 2.

2. Sismo registrado por la estación CHI²⁹, ocurrido el seis de noviembre de 2009 a las 08:53



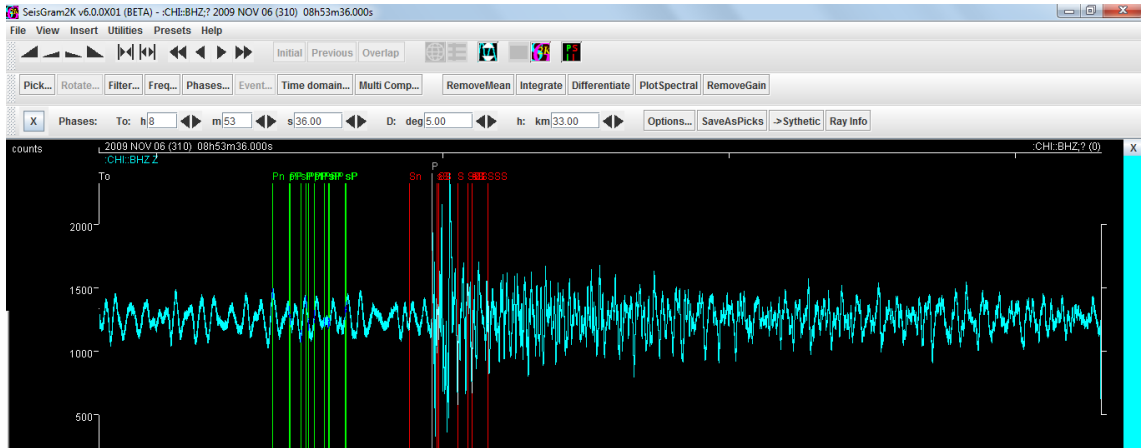
Sismograma en Matlab



Sismograma en Seisgram

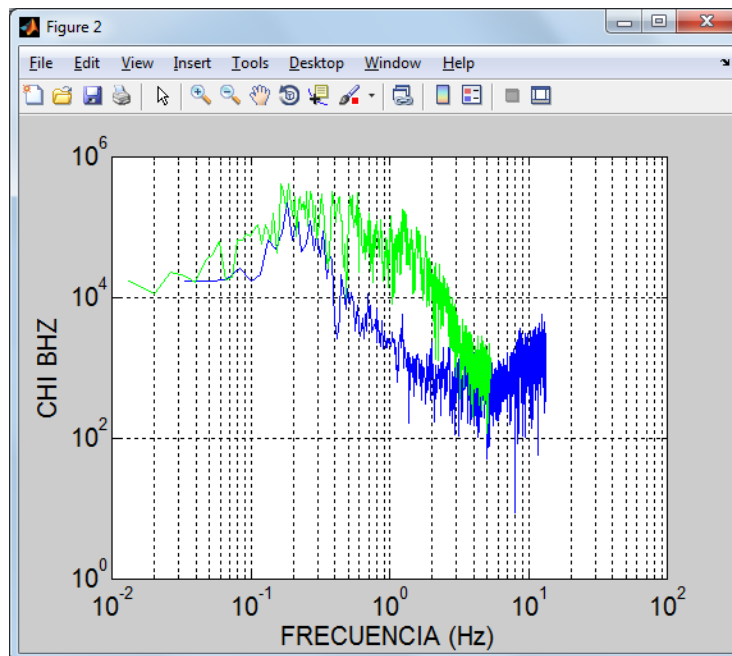
Ahora identificación de las ondas P, S y superficiales. Como vemos no todos los sismogramas son fáciles de leer, por ejemplo en este caso, el programa es capaz de identificar las ondas P y S, dándole clic en la herramienta fase de arriba, así:

²⁹ La estación CHI (Chingaza) está ubicada en el departamento de Cundinamarca, en el municipio La Calera, las coordenadas de ubicación de este sensor son 4.6295N y -73.33W, se encuentra a una elevación de 3140 m.s.n.m. el sensor es Streckeisen STS-2, con tres canales de registro continuo de largo periodo: HHZ.



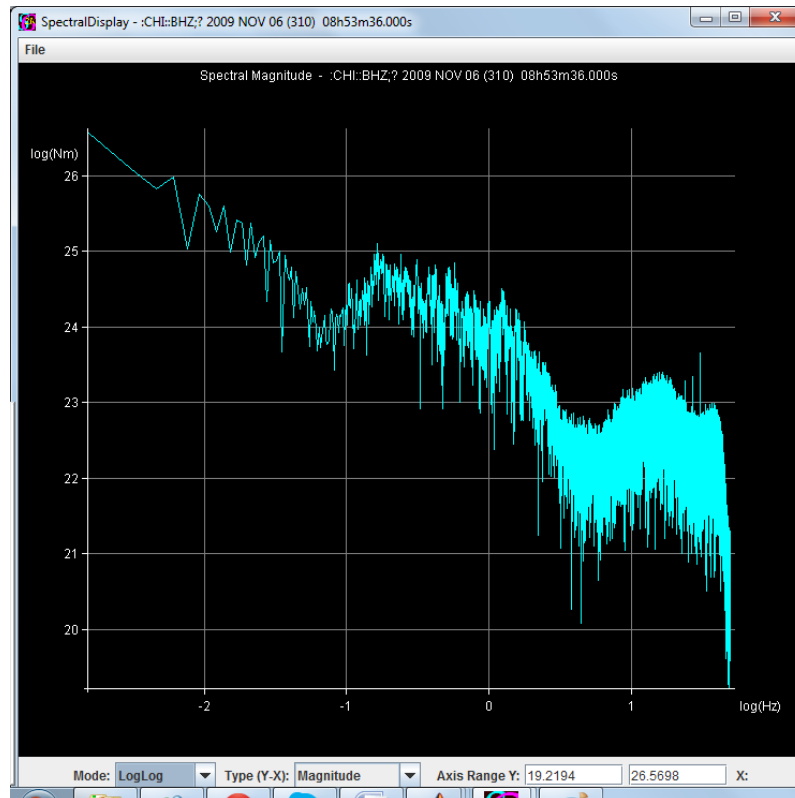
Identificación de las ondas; onda P líneas verdes, onda S líneas rojas

Realizamos la FFT para mirar que tan bien esta calibrado el instrumento, para encontrar el momento sísmico y con él la magnitud de momento.



FFT realizada con la plantilla en Matlab

En este diagrama percibimos que hay una buena calibración por parte del instrumento, ya que al filtrar el ruido, se obtienen dos señales independientes; la azul que representa las frecuencias del ruido y la verde que muestra la información del sismo.



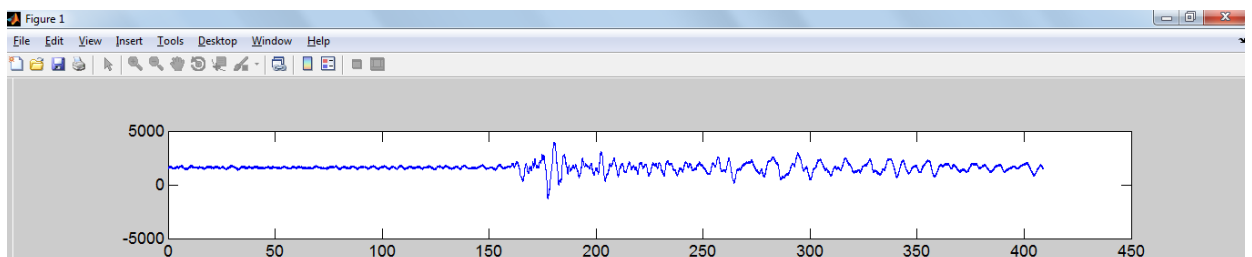
FFT realizada en SeisGram

Recordemos que el espectro que nos arroja SeisGram tiene una ventaja y es que se trabaja con escalas logarítmicas ya filtradas del ruido y las unidades están en términos de energía. Analizando la Figura anterior vemos que cuando empieza el mayor decaimiento se tiene un valor aproximado a 24.60 de momento sísmico. Reemplazando este valor en la ecuación (33), para encontrar la magnitud de momento, obtenemos lo siguiente:

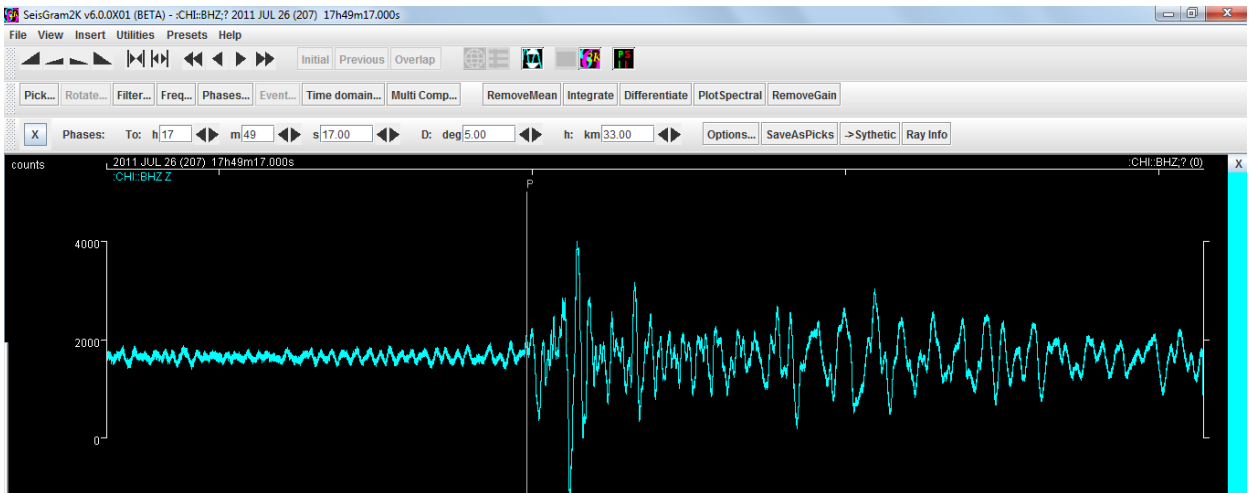
$$M_w = \frac{24.60}{1.5} - 10.73, \text{ entonces } M_w = 5.67$$

Entonces la magnitud de momento de este sismo es de 5.67

3. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el veintisiete de febrero de 2010 a las 06:34:27
4. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el veintiséis de julio de 2011 a las 17:49:16

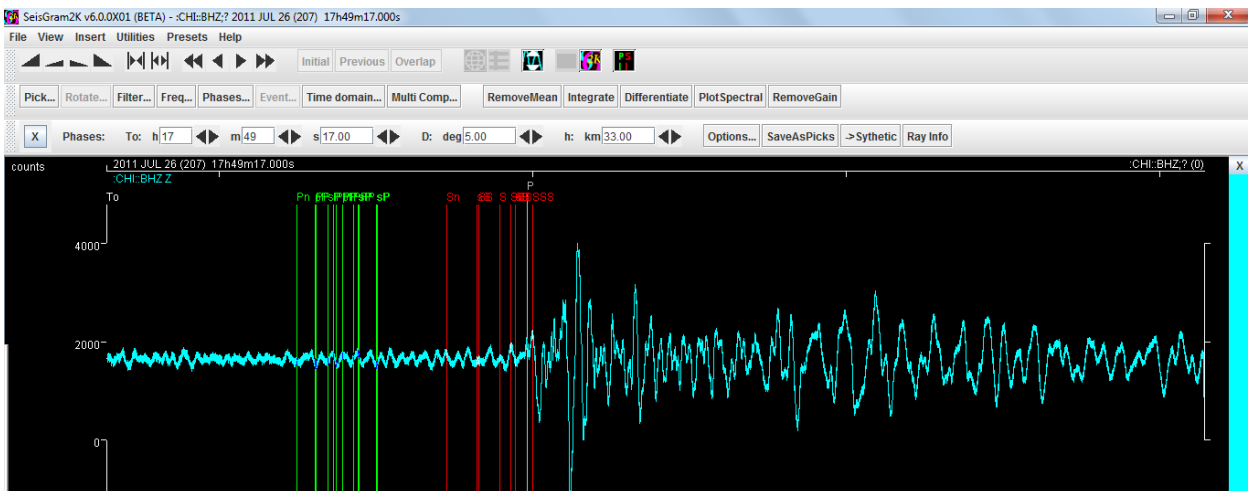


Sismograma en Matlab



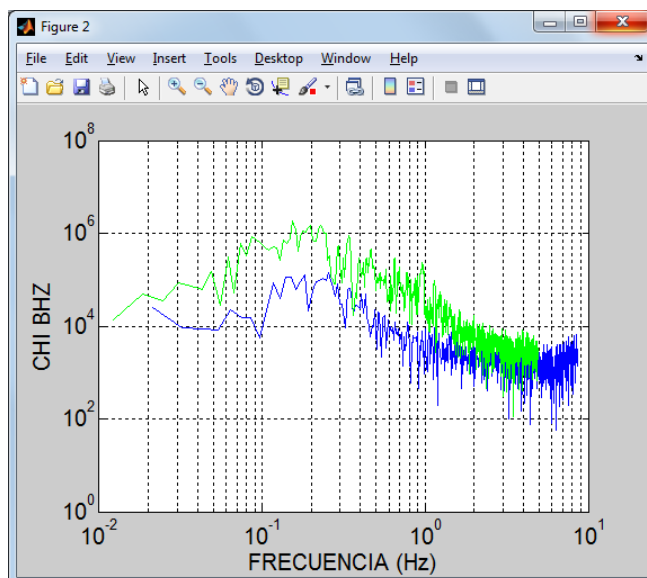
Sismograma en Seisgram

Ahora identificación de las ondas P, S y superficiales. Como vemos no todos los sismogramas son fáciles de leer, por ejemplo en este caso, el programa es capaz de identificar las ondas P y S, dándole clic en la herramienta fase de arriba, así:



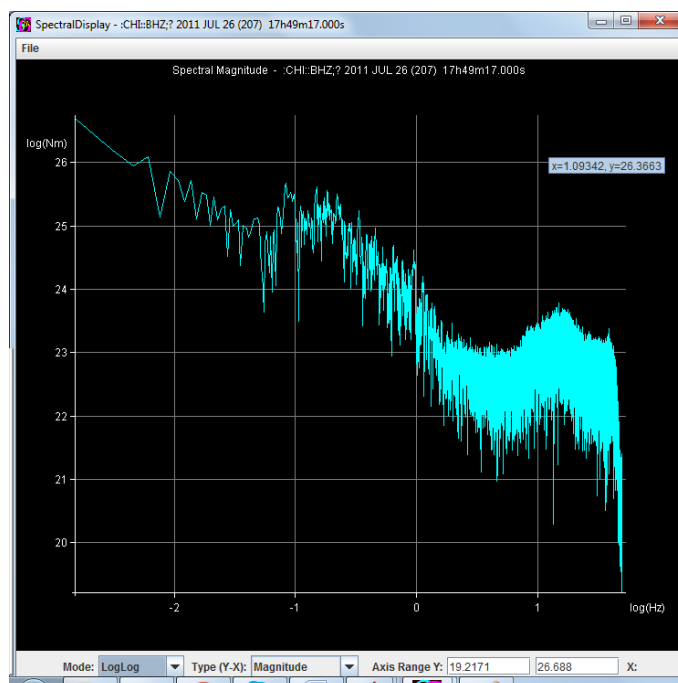
Identificación de las ondas; onda P líneas verdes, onda S líneas rojas

Realizamos la FFT para mirar que tan bien esta calibrado el instrumento, para encontrar el momento sísmico y con él la magnitud de momento.



FFT realizada con la plantilla en Matlab

En este diagrama percibimos que hay una buena calibración por parte del instrumento, ya que al filtrar el ruido, se obtienen dos señales independientes; la azul que representa las frecuencias del ruido y la verde que muestra la información del sismo.



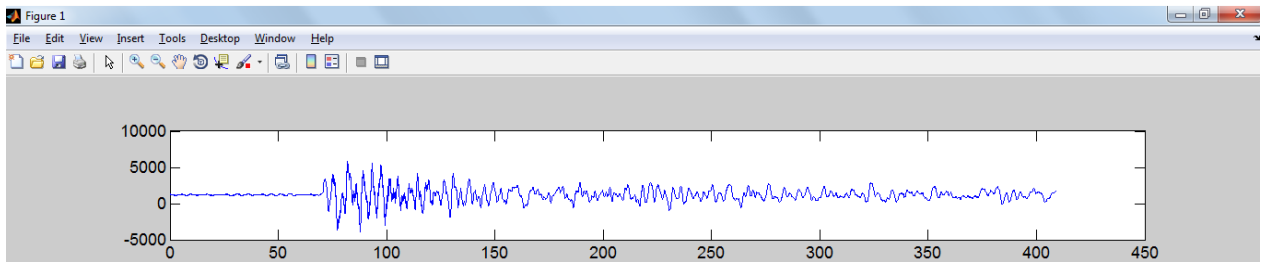
FFT realizada en SeisGram

Recordemos que el espectro que nos arroja SeisGram tiene una ventaja y es que se trabaja con escalas logarítmicas ya filtradas del ruido y las unidades están en términos de energía. Analizando la Figura anterior vemos que cuando empieza el mayor decaimiento se tiene un valor aproximado a 24.80 de momento sísmico. Reemplazando este valor en la ecuación (33), para encontrar la magnitud de momento, obtenemos lo siguiente:

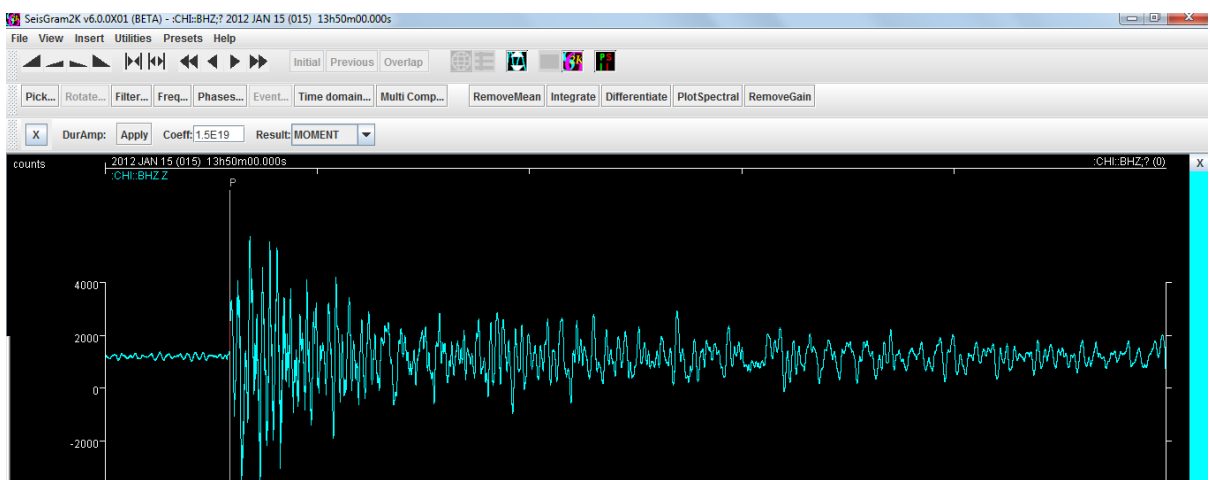
$$M_w = \frac{24.80}{1.5} - 10.73, \text{ entonces } M_w = 5.80$$

Entonces la magnitud de momento de este sismo es de 5.80

5. Sismo registrado por la estación CHI, ocurrido el quince de enero de 2012 a las 13:49:59

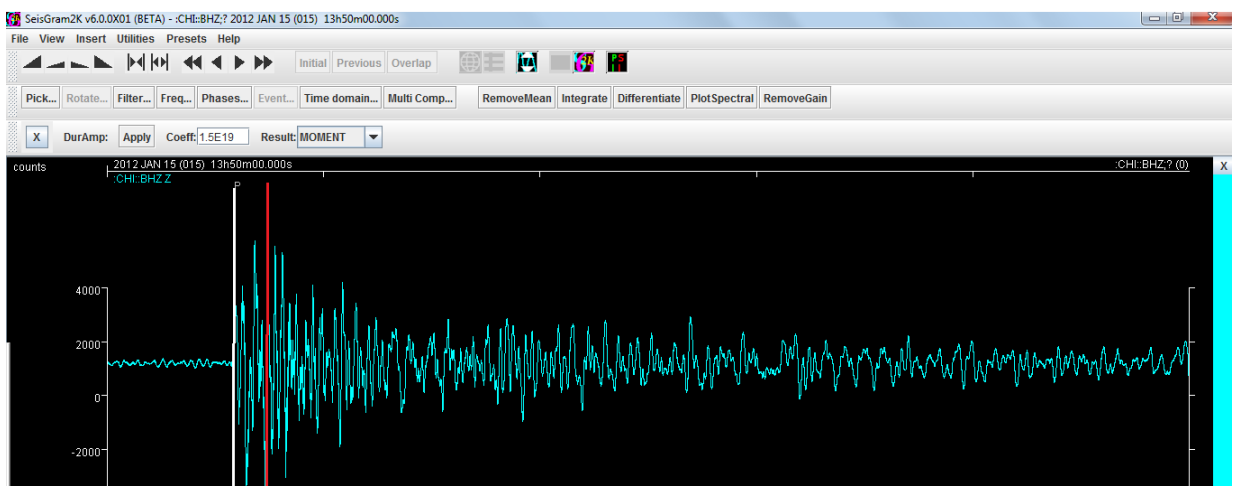


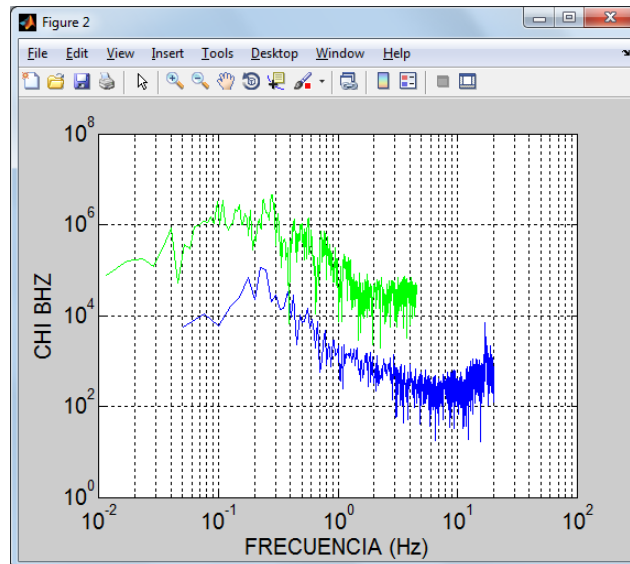
Sismograma en Matlab



Sismograma en Seisgram

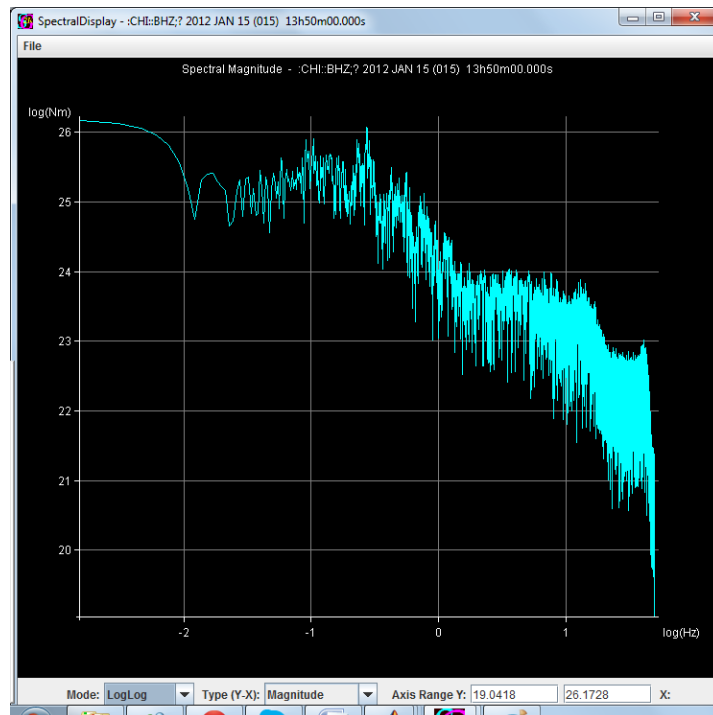
Ahora identificación de las ondas P, S y superficiales. Como vemos no todos los sismogramas son fáciles de leer, por ejemplo en este caso, el programa es capaz de identificar las ondas P y S, dándole clic en la herramienta fase de arriba, así:





FFT realizada con la plantilla en Matlab

En este diagrama percibimos que hay una buena calibración por parte del instrumento, ya que al filtrar el ruido, se obtienen dos señales independientes; la azul que representa las frecuencias del ruido y la verde que muestra la información del sismo.



FFT realizada en SeisGram

Recordemos que el espectro que nos arroja SeisGram tiene una ventaja y es que se trabaja con escalas logarítmicas ya filtradas del ruido y las unidades están en términos de energía. Analizando la Figura anterior vemos que cuando empieza el mayor decaimiento se tiene un valor aproximado a 24.69 de momento sísmico. Reemplazando este valor en la ecuación (33), para encontrar la magnitud de momento, obtenemos lo siguiente:

$$M_w = \frac{24.69}{1.5} - 10.73, \text{ entonces } M_w = 5.73$$

Entonces la magnitud de momento de este sismo es de 5.73

Anexo N° 4: Actividad 3 mostrada en el curso de física de ondas.

Al igual que las otras dos actividades, se empezaba con clase magistral, pero en particular esta clase se abordaron los temas fuertes en el análisis de señales. Hablamos acerca de las ondas P, S y superficiales, escala de Richter, momento sísmico y magnitud de momento.

Realizamos la siguiente guía:



UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL LICENCIATURA EN FISICA 2013

Guía de trabajo elaborada en el marco de trabajo monográfico: Análisis de señales gráfico y numérico para la comprensión de conceptos de la física de ondas implicados en un sismo por:

Wilmar Darío Poveda & Edwin Fabián Mayorga
Asesor: John Barragán

Guía 3: DATOS DE SISMOS EN COLOMBIA Y ANÁLISIS DE SEÑALES

Nombre _____ código _____

Preguntas.

1. ¿describa desde su experiencia que es un sismo?
2. ¿Defina con sus palabras como se origina un sismo?
3. ¿Cuál de las siguientes ondas sismológicas es longitudinal?
 - a. Ondas S.
 - b. Ondas P.
 - c. Ondas superficiales.
 - d. Ninguna de las anteriores.

Justifique su elección

4. ¿Cuál de las siguientes ondas sismológicas es transversal?
 - a. Ondas S.
 - b. Ondas P.
 - c. Ondas superficiales.
 - d. Ninguna de las anteriores.

Justifique su elección

5. ¿Cuál es el significado físico de cada grupo de ondas que se ven en un sismograma?

6. ¿Cuál es la importancia de la FFT en la sismología?

7. Por último que opina de nuestro trabajo, de su punto de vista de la viabilidad del mismo.

Example of the determination of the Richter scale.

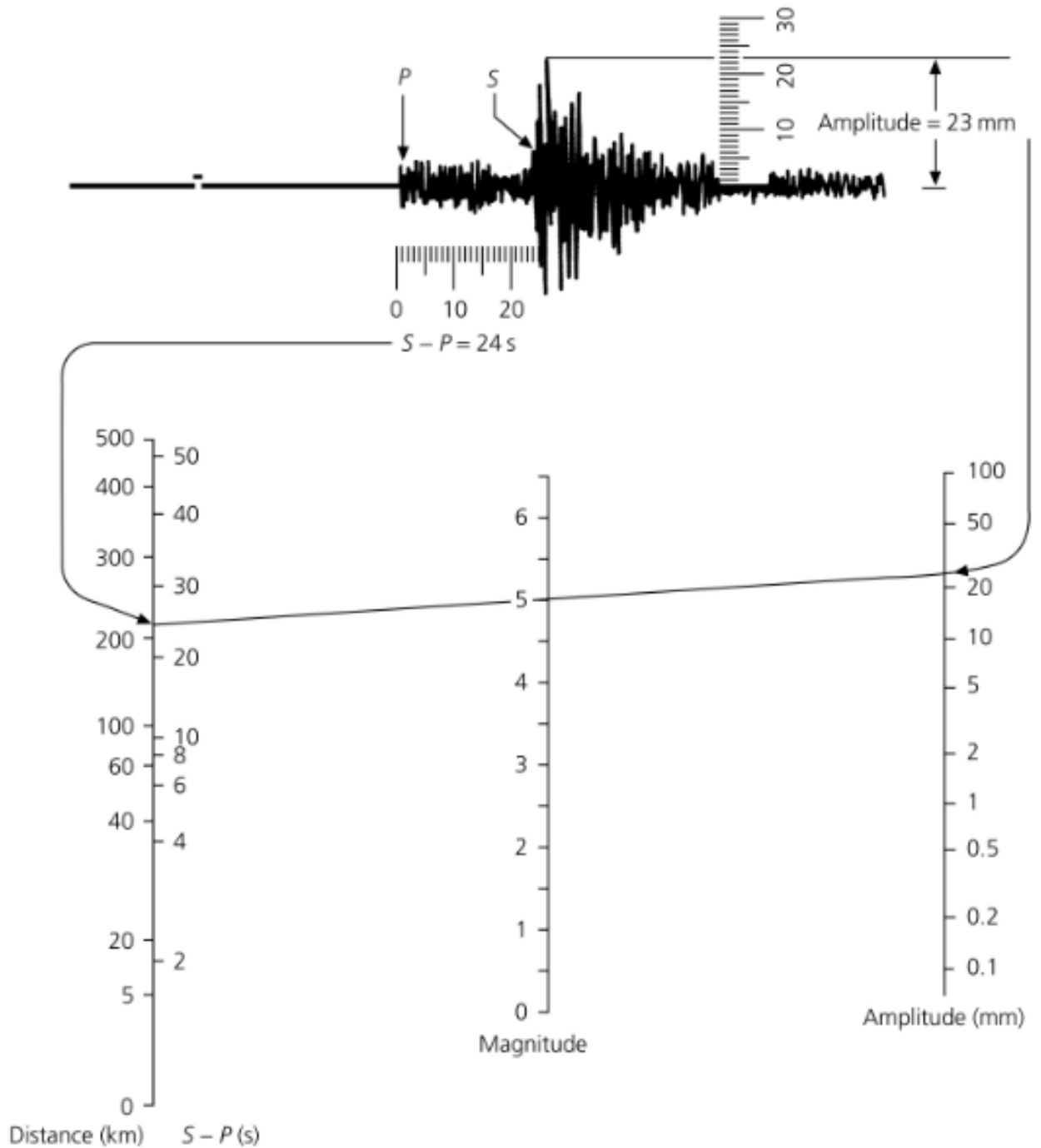
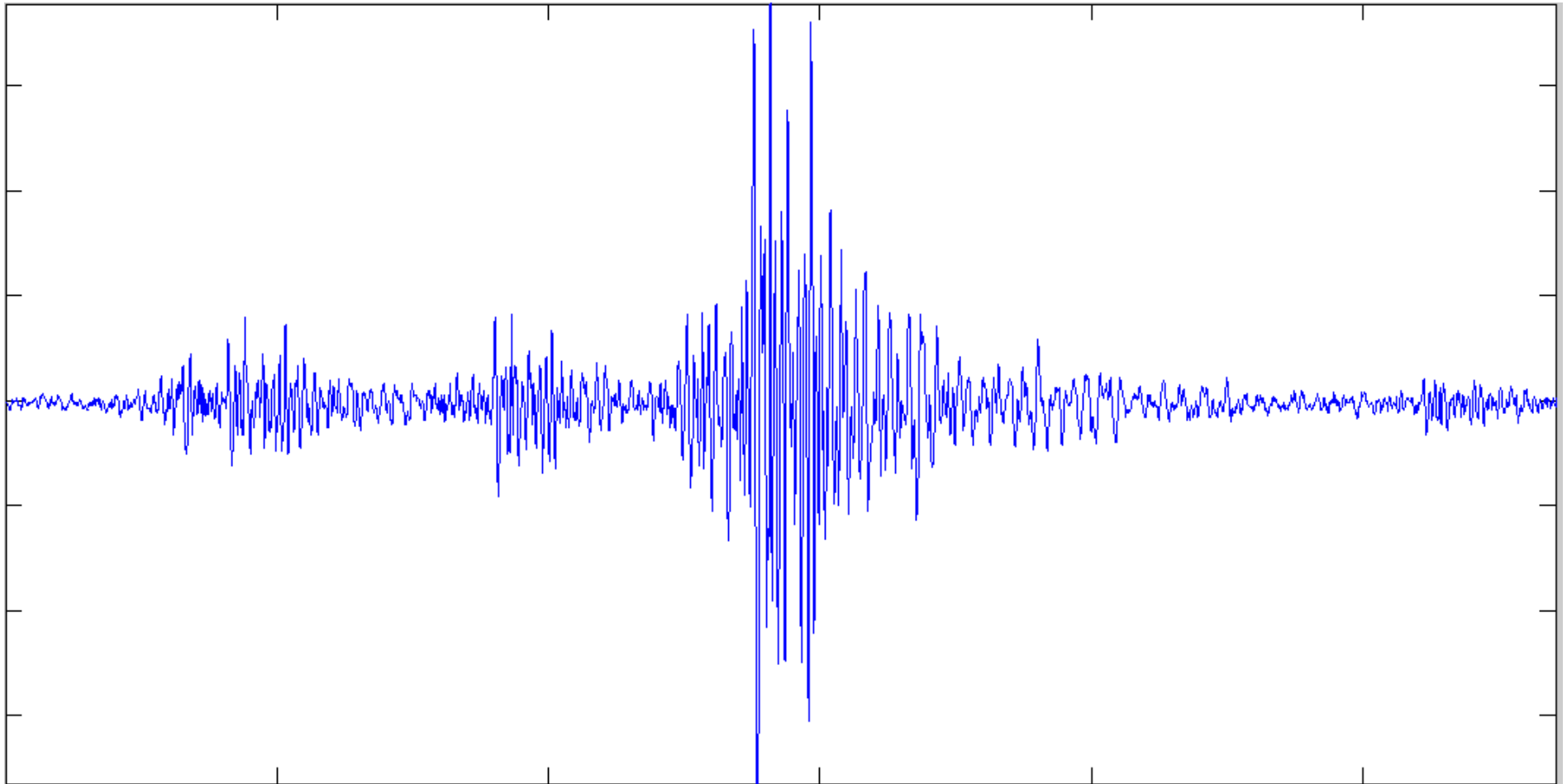
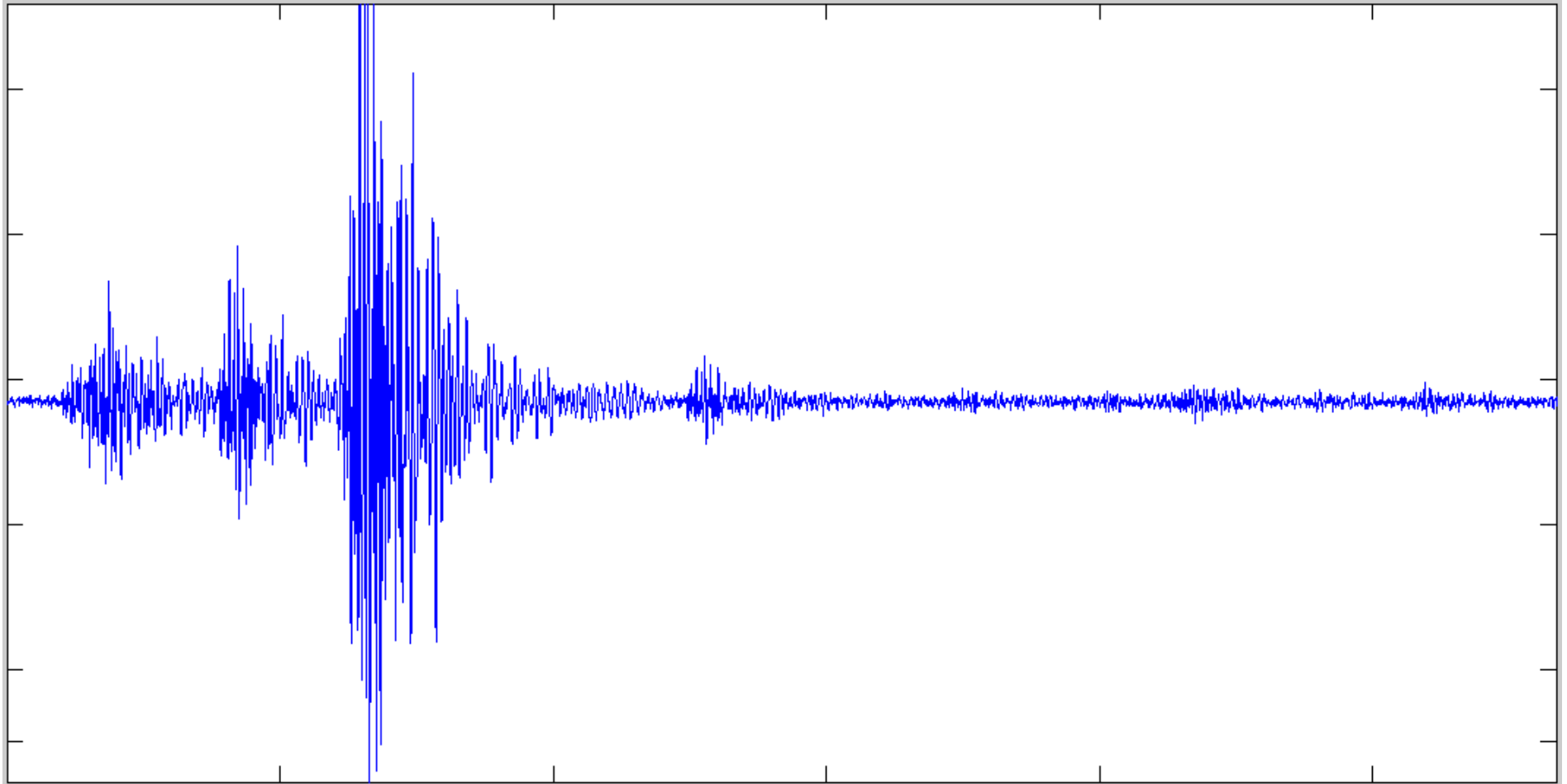


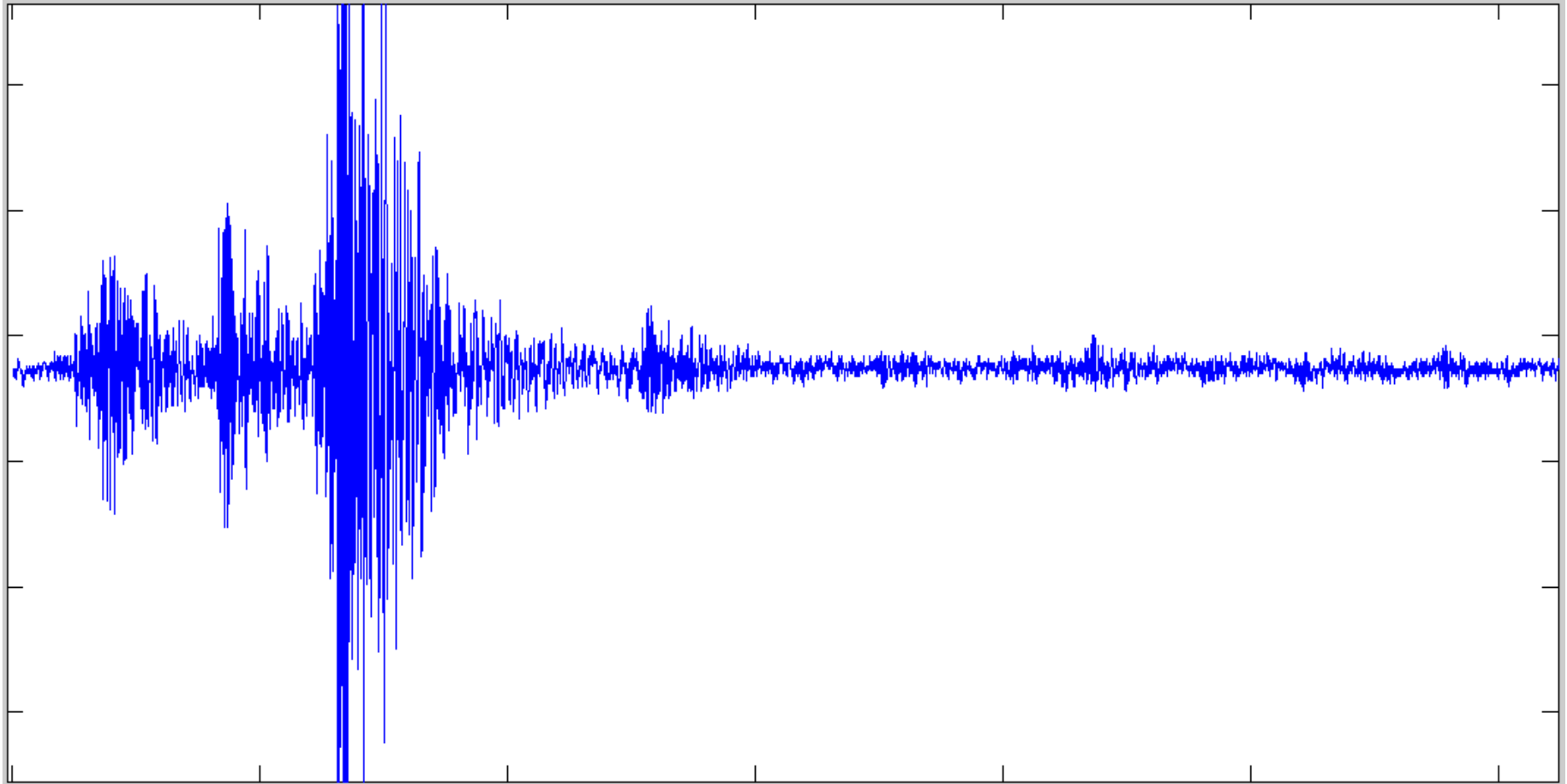
Diagrama explicativo de cómo encontrar la magnitud de Richter. Tomado del libro SETH STEIN y MICHAEL WYSESSION



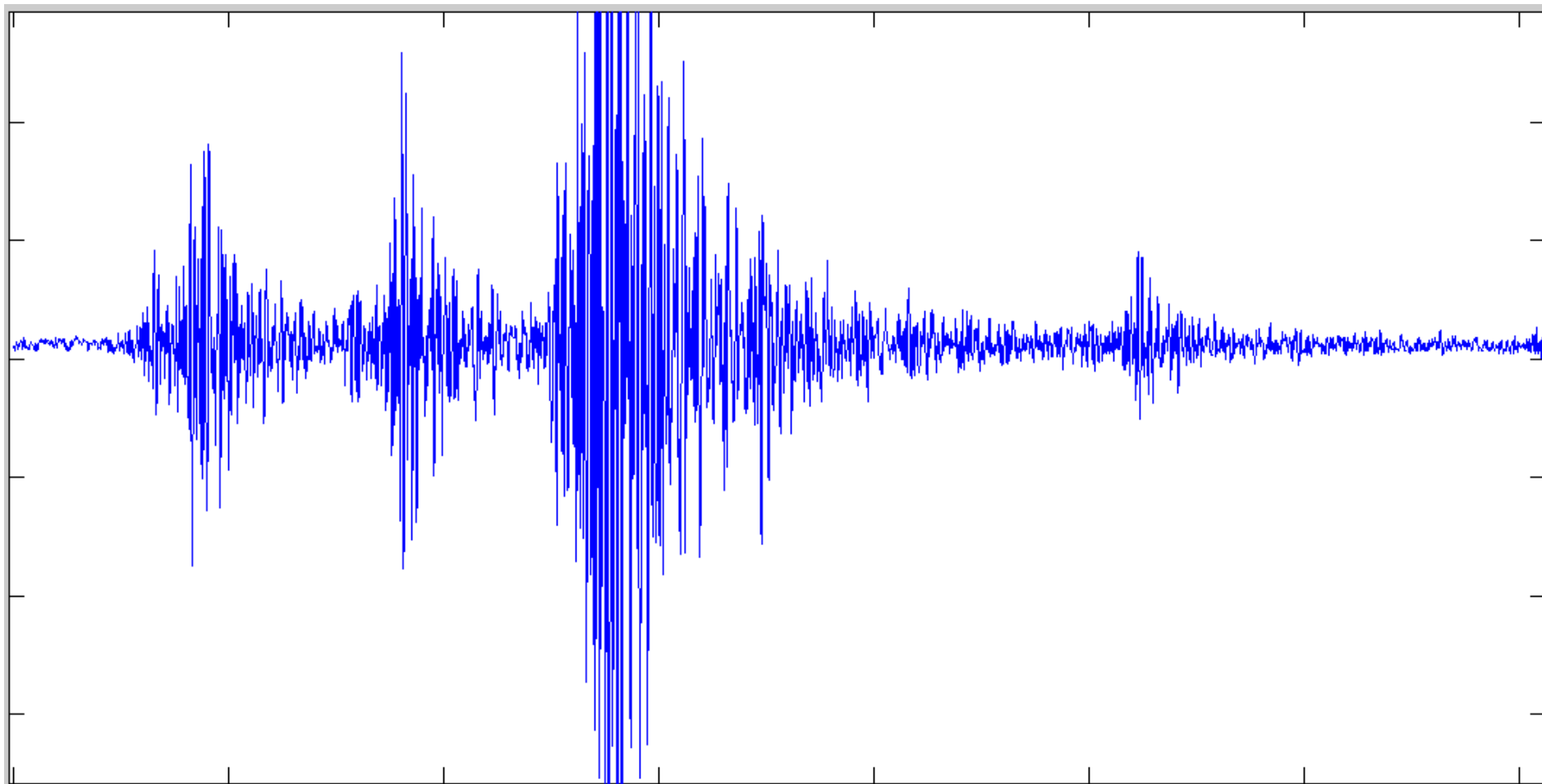
El sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinte cuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54. Estación ALF2



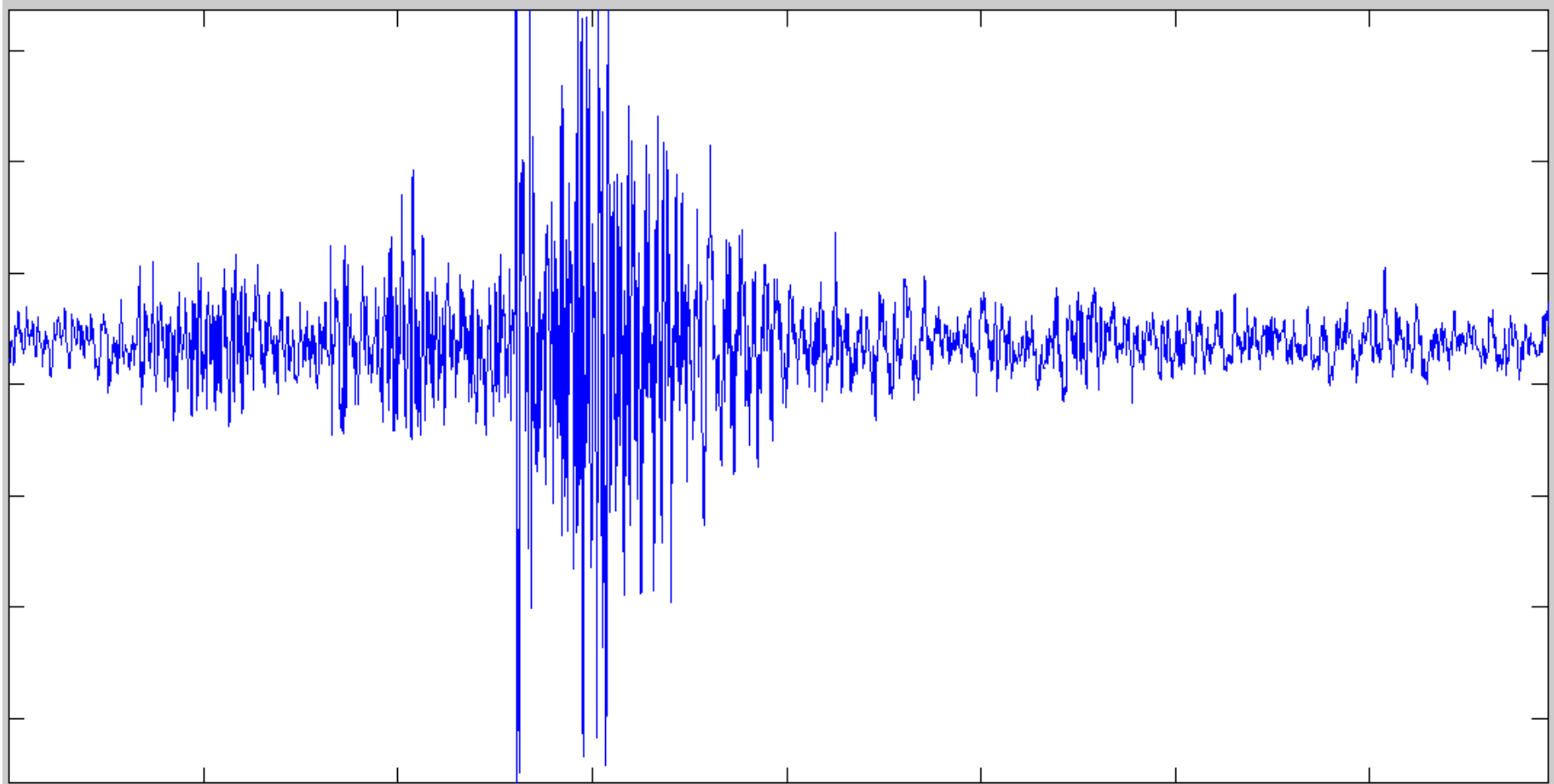
El sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinticuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54. Estación LISA



El sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinticuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54. Estación BIS1



El sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinticuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54. Estación OLLE



El sismo tuvo lugar en el nevado del Ruiz el veinticuatro de Noviembre de 2005 a las 16:38:54. Estación TOLD

De acuerdo a la siguiente relación encuentre el momento sísmico y con él la magnitud de momento³⁰

$$\log M_0 = M_L + 18.89 \quad \text{Cuando} \quad M_L < 6.76$$

$$\log M_0 = 1.5M_L + 15.51 \quad \text{Cuando} \quad 6.76 < M_L < 8.12$$

$$\log M_0 = 3M_L + 3.33 \quad \text{Cuando} \quad 8.12 < M_L < 8.22$$

$$\log M_0 > 28 \quad \text{Entonces} \quad M_L = 8.22$$

³⁰ Recuerde que la magnitud de momento está definida como:

$$M_w = \frac{\log M_0}{1.5} - 10.73$$

Anexo N° 5: Código en Matlab

Se presenta el código en Matlab donde cargamos la información del sismo, obtenemos el espectro en el dominio del tiempo, obtenemos la FFT, entre otras cosas importantes en profundidad a la sismología. El código en principio es realizado por la Red Sismológica Nacional de Colombia, el código sufre unas modificaciones para nuestro interés:

```
%clear all
z=rsac('1995.305.00.37.16.0600.IU.BOCO..BHN.D.SAC'); % carga los datos del sismo
en sus tres componentes
n=rsac('1995.305.00.38.15.1100.IU.BOCO..BHZ.D.SAC');
e=rsac('1995.305.00.39.04.8100.IU.BOCO..BHE.D.SAC');
%p1(z,n,e)
%p2(z,n,e)
%lh(z)
z=z(:,2);
n=n(:,2);
e=e(:,2);
disp('Digite la frecuencia de muestreo de la sei: ')
disp(' ')
dts=input(' ');
dts=1/dts;
dtr=dts;

%onda1=load('anilZ.txt');
%onda2=load('anilN.txt');
%onda3=load('anilE.txt');
onda1=z;
onda2=n;
onda3=e;

%Igualaciï½n de longitudes
Londa1=length(onda1);
Londa2=length(onda2);
Londa3=length(onda3);
VLonda=[Londa1 Londa2 Londa3];
VmLonda=min(VLonda);

onda1=onda1(1:VmLonda,1);
onda2=onda2(1:VmLonda,1);
onda3=onda3(1:VmLonda,1);

%_____

long=length(onda1);
k=1:long;
t=k*dts;
subplot(3,1,1)
plot(t,onda1) %Z
xlabel('Z','FontSize',15);
set(gca,'FontSize',13)
```

```

subplot(3,1,2)
plot(t,onda2) %N
xlabel('N','FontSize',15);
set(gca,'FontSize',13)
subplot(3,1,3)
plot(t,onda3)%E
xlabel('E','FontSize',15);
set(gca,'FontSize',13)

[x1,y1]=ginput(1)
[x2,y2]=ginput(1)
tx1=x1/dtr;
tx2=x2/dts;

%base line correction

onda1=detrend(onda1);
onda2=detrend(onda2);
onda3=detrend(onda3);
% ruido

i=1;
f=(i+tx1);
e11=onda1(i:f);
e12=onda2(i:f);
e13=onda3(i:f);
fdr=1;
e1=decimate(e11,fdr);
e2=decimate(e12,fdr);
e3=decimate(e13,fdr);
fe1=abs(fft(e1,f));
fe2=abs(fft(e2,f));
fe3=abs(fft(e3,f));

clear i f e11 e12 e13 e1 e2 e3

% sismo
%cut record and decimate
i=tx1;
f=(tx2);
txs=tx2-tx1;
e11=onda1(i:f);
e12=onda2(i:f);
e13=onda3(i:f);
fds=1;
e1=decimate(e11,fds);
e2=decimate(e12,fds);
e3=decimate(e13,fds);
fee=abs(fft(e1,txs));
fen=abs(fft(e2,txs));
fez=abs(fft(e3,txs));
clear i f e11 e12 e13 e1 e2 e3

```



```

%plot
freq=(1:txs)*(1/(dts*fds))/txs;      % eje sismo (verde)
freq2=(1:tx1)*(1/(dtr*fdr))/tx1;    % eje ruido (azul)
figure(2)
loglog(freq2(2:800),fe1(2:800),'b'...
    ,freq(2:800),fee(2:800),'g')
xlabel('FRECUENCIA (Hz)','FontSize',15);
ylabel('BOCO BHZ','FontSize',15);
grid
set(gca,'FontSize',15)
a1=freq(2:800)';
b1=fe1(2:800);
c1=fee(2:800);
d1(:,1)=a1;
d1(:,2)=b1;
d1(:,3)=c1;
%save comparaz.txt d1 -ascii
saveas(gcf, 'vertical', 'jpg');
figure(3)
loglog(freq2(2:800),fe2(2:800),'b'...
    ,freq(2:800),fen(2:800),'g')
xlabel('FRECUENCIA (Hz)','FontSize',15);
ylabel('BOCO BHN','FontSize',15);
grid
set(gca,'FontSize',15)
a2=freq(2:800)';
b2=fe2(2:800);
c2=fen(2:800);
d2(:,1)=a2;
d2(:,2)=b2;
d2(:,3)=c2;
%save comparan.txt d2 -ascii
aveas(gcf, 'norte', 'jpg');
figure(4)
loglog(freq2(2:800),fe3(2:800),'b'...
    ,freq(2:800),fez(2:800),'g')
xlabel('FRECUENCIA (Hz)','FontSize',15);
ylabel('BOCO BHE','FontSize',15);
grid
set(gca,'FontSize',15)
a3=freq(2:800)';
b3=fe3(2:800);
c3=fez(2:800);
d3(:,1)=a3;
d3(:,2)=b3;
d3(:,3)=c3;
%save comparae.txt d3 -ascii
saveas(gcf, 'este', 'jpg');

```