



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

Análisis descriptivo de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz mediante el uso de una interfaz

Freiman Estiven Triana Arango

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia
Facultad de Ciencia y Tecnológica, Departamento Física
Bogotá, Colombia
2016

Análisis descriptivo de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz mediante el uso de una interfaz

Freiman Estiven Triana Arango

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de:
Licenciado en Física

Director:
Yesid Javier Cruz Bonilla

Línea de Investigación:
La enseñanza de la Física y la relación Física-Matemáticas

Universidad Pedagógica Nacional de Colombia
Facultad de Ciencia y Tecnología, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2016

Una cosa es ella misma y no es ella, porque en realidad toda cosa cambia y se transforma ella misma en otra cosa

Georg Wilhelm Friedrich Hegel

Dedico este trabajo

A mi hermosa madre, quien ha sido el apoyo fundamental para mi formación. Su valentía, fortaleza y seguridad han sido de gran valor para mi vida, a ella debo lo que soy.

Rocío Arango

A mi bella Hermana, quien es la inspiración de mis creaciones

Sara López

y a la memoria de mi primo *Fabián Bedoya* quien ahora hace parte de nuestros pensamientos y recuerdos.

La preocupación por el hombre y su destino siempre debe ser el interés primordial de todo esfuerzo técnico. Nunca olvides esto entre tus diagramas y ecuaciones.

Albert Einstein

Agradecimientos

La vida me ha dado la mejor amiga, la mejor confidente, la más confiable persona, persona única, persona que me ha dado sin igual apoyo, que me ha mostrado el camino por el cual andar y sobre todo me ha enseñado a hacer de mis acciones y pensamientos herramientas para una formación integral. La vida me medio esta persona, persona que yo llamo **madre**.

Este trabajo representa el desarrollo de las habilidades, conceptos e ideas que he gestado en mi formación científica y pedagógica, revelan mis inquietudes, mis deseos e intenciones, para con la ciencia y la tecnología. Revelan también el tiempo y momentos en los cuales me enfrentaba a dificultades de diferentes tipos para poder acceder a la educación y sobre todo el gran esfuerzo de mi madre por brindarme las condiciones para lograr ser profesional.

A mi madre el agradecimiento más grande y mi preciosa hermana la inspiración para crear ideas relativas a la vida, a la ciencia, y al arte. A ellas les agradezco, a ellas dos reconozco como la brújula de mi vida.

A mi madre Roció Arango y mi hermana Sara López

Gracias

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Análisis descriptivo de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz mediante el uso de una interfaz.
Autor(es)	Triana Arango Freiman Estiven
Director	Cruz Bonilla Yesid Javier
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional. 2016. Número de páginas: 93.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	INTERFAZ, CAMPO MAGNÉTICO, INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA, ANÁLISIS DE SEÑALES, SOFTWARE, IMANES, BOBINAS, INSTRUMENTACIÓN, MEDICIÓN, TUBO DE LENZ, MODELO ELECTROMECAÁNICO, CAÍDA CON FRICCIÓN.

1. Descripción

Se diseña y usa interfaz para el análisis de señales eléctricas, especialmente para describir y explicar el problema de la caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio y cobre, el cual es debido al fenómeno de inducción electromagnética.

Este trabajo de grado aborda tres áreas de interés para estudiantes de física y de carreras a fines que involucren asignaturas referentes a las ondas, las señales eléctricas, circuitos, y electromagnetismo, estas tres áreas son: el análisis de señales mediante el uso de las herramientas computacionales, los procesos de medición de señales eléctricas de baja potencia, y los experimentos discrepantes como herramienta para la comprensión de fenómenos físicos. El contenido general del texto va dirigido a desarrollar un método para mostrar la causa, razón de ser de la caída lenta de un imán dentro de un tubo, teniendo presente que los materiales usados en el tubo (aluminio y cobre) no presentan interacción de ningún tipo con el imán.

La herramienta computacional es una interfaz desarrollada en el software Matlab. Esta interfaz permite captar las señales mediante el uso de conector Jack (plug de sonido), o bien importar archivos de audio. Las señales que son interpretadas por la interfaz pueden ser analizadas de forma manual u automática, realizando sobre ellas diferentes operaciones o funciones, tales como: limpieza o filtro digitales (limpieza o supresión de ruidos), análisis de picos (máximos y mínimos), determinación de número de muestras de análisis, exportación de datos en archivos en plano. La interfaz ha sido creada en Matlab debido a que el mismo tiene una gran variedad de herramientas para el análisis y procesamiento de señales, el diseño es amigable y de fácil uso, debido a que involucra un cierto número de funciones, pero no tan extensas como un software.

1. Fuentes

Para el trabajo de grado se tubo presente trabajos de grado previos entorno al uso de la interfaz en los procesos de captura y análisis de datos, así también como de la implementación de interfaces en la enseñanza de la física. Cabe resaltar en esta perspectiva los siguientes trabajos:

1. García, C. & Riaño, D. (2005). Interfaz para la medición del movimiento de la caída de los graves en un fluido. Universidad Pedagógica Nacional.
2. Ochoa, M. (2006). Analizador de señales audibles. Universidad Pedagógica Nacional.
3. Camacho, E. (2008). Apoyo didáctico a un curso de acústica a través del analizador de señales audibles. Universidad Pedagógica Nacional.
4. Bonilla, D. (2010). Integración de tecnologías para el aprendizaje de la física "péndulo simple ". Universidad Pedagógica Nacional.

También se usaron antecedentes en relación a la perspectiva del experimento en este trabajo de grado, entre estos cabe resaltar:

1. Malagón, J., Ayala, M. & Sandoval, S. (2011). El experimento en el aula. Comprensión de fenomenologías y construcción de magnitudes. Bogotá: Centro de investigaciones Universidad Pedagógica Nacional – CIUP.
2. Sandoval, S., Ayala, M., Malagón, J. & Tarazona, L. (2006). El experimento en la enseñanza de las ciencias como una forma de organizar y ampliar la experiencia. Ponencia presentada al III Congreso Nacional de Enseñanza de la Física.
3. Ihbfsica. Barbosa, H. (2013). Los experimentos discrepantes en el aprendizaje activo de la física.
4. Ihbfsica. (2013). Implementación de experimentos discrepantes en la enseñanza de la física.

Finalmente se consulto bibliografía entorno a electromagnetismo, en temas referentes a la inducción electromagnética, el campo magnético, los potenciales magnéticos vectoriales entre otros más, cabe resaltar las siguientes referencias:

1. Sadiku, M. (2003). Elementos de electromagnetismo. Mexico: Oxford University Press Mexico S.A. de C.V.
2. Hayt, W. (1991). Teoria Electromagnetica . Mexico: McGRAW HILL INTERAMERICANA S.A. de C.V.
3. Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. (1981). Electrodinámica de los Medios Continuos. España: Editorial Reverté. S.A.
4. Chikazumi, S. (1997). Physics of Ferromagnetism. New York: OXPORD UNIVERSITY PRESS.

1. Contenido

El trabajo se divide en 4 capítulos.

El primero capítulo titulado "Análisis Electromagnético de Espiras" en el cual se muestran los conceptos físicos y matemáticos necesarios para descripción de la inducción electromagnética.

El segundo capítulo titulado "El Computador y el Análisis de Señales" presenta la interfaz y su elaboración en la plataforma Matlab.

En el tercer capítulo titulado "Modelo Electromecánico de la caída del imán" se propone un modelo de caída con fricción magnética para describir la caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre.

Y en el cuarto capítulo titulado "Análisis y Resultados" se presentan los cálculos, análisis y resultados del trabajo de grado.

1. Metodología

Como el propósito del presente proyecto es describir y explicar porque el imán cae lento dentro de un tubo, se propone diseñar un montaje experimental, un instrumento de medida y una interfaz en ciertas fases de investigación, estos tres elementos permitirán seguir la siguiente estrategia para dar cuenta del fenómeno de inducción electromagnética.

1) detención de la variable física (señal análoga), para el cual se diseña el montaje experimental. 2) transformación de la variable análoga en una variable digital para lo cual se usarán elementos de circuitos que permitirán rectificar la señal y transformar los pulsos eléctricos en números, valores digitales. Y 3) lectura en el computador de las señales digitales, la lectura en el computador se realizará mediante la interface gráfica de usuario, desarrollada en el software Matlab.

Se propone dividir la investigación en 4 momentos, con objetivo de tener presente las diferentes tareas que se deben desarrollar en la investigación, esto ayudara en gran manera a tener claridad sobre el avance de la investigación así también como de los alcances que se vallan logrando y el tiempo necesario para lograr los objetivos planteados. Los momentos de investigación son:

1. Momento de recopilación: En este momento de la investigación se buscará las referencias bibliográficas y antecedentes requeridos para abordar los temas de la inducción electromagnética, el análisis de señales espectrales, y la modulación de señales Análogo-Digital, así también como documentación en programación de computadores requerida para realizar el software.
2. Momento de interpretación: En este momento se propone una discusión de la información adquirida en el primer momento de investigación, destacando lo realmente importante y relevante para el proyecto de investigación, según sus lineamientos y perspectiva.
3. Momento de construcción y programación: En esta fase se inicia la construcción del montaje experimental del tubo de inducción de Lenz y se inicia también la construcción de la interface gráfica de usuario para el análisis de señales requerido en la lectura de la inducción electromagnética generada en el tubo de Lenz.
4. Momento de ejecución y análisis: Finalmente en este momento de la investigación se debe tener la información recogida y analizada, la interface diseñada en su totalidad y el montaje experimental terminado para poder realizar las pruebas pertinentes, así también como el análisis de los datos obtenidos y su interpretación respectiva.

1. Conclusiones

1. Conclusiones de tipo teórico-práctico.

Mediante el cálculo de la velocidad límite llevada a cabo mediante la interfaz fue posible ver que cada tubo tiene una velocidad característica lo cual obedece a la conductividad del tubo. En este sentido mediante la velocidad límite se puede decir que el tubo de cobre tiene mejor conductividad eléctrica que el tubo de aluminio a razón de que el imán adquiere mayor velocidad cuando cae en el tubo de aluminio, es decir tarda más en caer en el tubo de cobre que en el de aluminio.

De los resultados calculados en el presente trabajo fue poder estimar numéricamente el momento magnético del imán usado en el experimento. Lo interesante de resaltar es que en principio los cálculos del momento magnético en cada tubo de ser igual (pues en cada tubo se usa el mismo imán), de modo que estos resultados muestran el mismo valor con un rango de incertidumbre dado. A partir del segundo decimal se encuentra desfase. Pero como tal el valor es aproximadamente $3,7Am^2$. Es de resaltar que este valor representa un cálculo que permite caracterizar al imán, y saber en cierta manera el nivel de magnetización del imán. Haciendo uso del modelo de caída con fricción fue posible encontrar el valor que debe de ser la fuerza de fricción para que se corresponda con los datos experimentales de caída del imán dentro del tubo. Es de bastante interés notar que los resultados de las fuerzas de fricción para el tubo de cobre y el tubo de aluminio respectivamente, resultan ser exactamente del mismo valor que el peso del imán. En este sentido hay un valor de peso para pensar que la caída es con fricción y que en un momento tal del movimiento la fuerza de fricción se iguala al peso logrando que el imán caiga con velocidad constante.

1. Conclusiones de tipo estructural.

El aporte fundamental del trabajo, es el diseño e implementación de una Interfaz para el análisis de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz, y en especial como herramienta de medición de señales eléctricas de baja potencia. En los análisis y resultados fue fundamental el uso de esta GUI, pues representó la estrategia mediante la cual fue posible determinar los tiempos en los cuales el imán pasaba por las bobinas del instrumento que se mide, en ese sentido se permitía (experimentalmente) determinar la velocidad de caída del imán en cada uno de los tubos, esto mostrando la pura aplicación práctica de la interfaz. Sin embargo, la interfaz tiene una serie de herramientas que permiten procesar los espectros de señales eléctricas, una de ellas por ejemplo es la limpieza de señales, en esta sub-herramienta de la interfaz se permite realizar filtros digitales sobre el espectro de análisis, y con esto eliminar ruidos que no pertenecen a la señal proveniente del fenómeno de análisis (para el caso del presente trabajo, la inducción electromagnética), y por tanto representa error en la medida. Por otra parte, la interfaz permite encontrar picos de intensidad, o lugares particulares de análisis en un espectro, (señales) con esto analizar regiones de interés en una señal, por ejemplo, para el caso de la inducción electromagnética que se genera cuando el imán pasa por una bobina se necesitaba analizar los picos de inducción que eran regiones particulares del espectro total.

Elaborado por:	Freiman Estiven Triana Arango
Revisado por:	Yesid Javier Cruz Bonilla

Fecha de elaboración del Resumen:	9	06	2016
--	---	----	------

Lista de Figuras

1-1.	Diagrama Dipolo Magnético.	36
1-2.	Inducción por Dipolo Magnético.	40
1-3.	Inducción por Dipolo Magnético. Para los puntos $z = \pm\sqrt{a/2}$ se presentan los máximos de voltaje inducido.	42
1-4.	Circuito equivalente para la espira inducida.	43
2-1.	Estructura de la Interface Gráfica de Usuario (GUI)	47
2-2.	Interface Gráfica de Usuario (GUI)	48
4-1.	Interface Gráfica de Usuario (GUI), método de análisis manual	59
4-2.	Interface Gráfica de Usuario (GUI), método de análisis automático	59
4-3.	Representación gráfica de la caída del imán (gráfico de Posición VS Tiempo para el caso del tubo de Aluminio).	61
4-4.	Representación gráfica de la caída del imán (gráfico de Posición VS Tiempo para el caso del tubo de Cobre).	61
4-5.	Espectro típico de inducción. Éste revela los polos del imán cayendo con base en los signos de la inducción	65
4-6.	Curva Completa	65
4-7.	Etapa de crecimiento exponencial	65
4-8.	Curva Completa	66
4-9.	Etapa de crecimiento exponencial	66
4-10.	Contraste posición para el Cu	67
4-11.	Contraste posición para el Al	67
4-12.	Paso entre cada muestra, para las muestras seleccionadas $\Delta t = 0,0001s$	70
B-1.	Señal original, Señal sin ruido y Ruido	93
B-2.	Señal original y Señal sin ruido, Señal sin ruido	93
B-3.	Ruido, Señal original, y FFT a la señal con ruido	93
B-4.	Señal filtrada y original, FFT a la señal sin ruido	93

Lista de Tablas

4-1. Tiempos y Posiciones de la caída del imán dentro de los dos tubos (Aluminio y Cobre)	60
---	----

Lista de símbolos

A continuación se presentan los símbolos (en letras latinas y griegas) que se usaran en el trabajo, esto se hace con el objetivo que el lector tenga presente las magnitudes, variables usadas, con sus definiciones, unidades y por tanto si desconoce algún símbolo dentro del trabajo pueda dirigirse a esta sección.

Símbolos con letras latinas

símbolo	Término	Unidad SI	Definición
\vec{A}	Potencial Vectorial Magnético	N/A=Wb/m	$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{\ \vec{r}-\vec{R}\ }$
c	Radio medio de una espira circular	m	DF
\vec{B}	Campo Magnético	T	$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
$d\vec{l}$	Vector Diferencial De Longitud	m	$d\vec{l} = \rho d\phi \hat{\phi}$
$d\vec{s}$	Diferencial Se Superficie	m^2	$\int \int ds$
\vec{E}	Campo Eléctrico Variable	V/m	$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$
\vec{F}	Fuerza Entre Espiras de Corriente	N	$\vec{F} = \oint_r I d\vec{l} \times \vec{B}$
g	Aceleración De La Gravedad Terrestre	m/s^2	DF
I	Corriente	A	$\frac{dQ}{dt}$
\vec{J}	Densidad De Corriente	A/m^2	$\int \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$
k	Constante De Amortiguamiento Magnético	kg/s	F/v
l	Longitud	m	DF
m	Masa	kg	DF
M	Momento Magnético Dipolar	Am^2	IS
Q	Carga Eléctrica	C	$\int Idt$
r	Distancia de la espira al punto de calculo	m	DF
R	Radio espira circular	m	DF
S	Área	m^2	DF
t	Tiempo	s	DF
v	Velocidad	m/s	d/t
V	Volumen	m^3	DF
W	Peso	N	mg

Símbolos	Término	Unidad SI	Definición
z	Coordenada Cartesiana (Eje Z)	m	DF

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
ΔF	Precisión de Fuerza	N	$\Delta F = \left \frac{\partial F}{\partial M} \right \Delta M + \left \frac{\partial F}{\partial v} \right \Delta v$
Δl	Precisión de Longitud	m	$ l_2 - l_1 $
ΔM	Precisión Momento Magnético Dipolar	Am^2	$\Delta M = \left \frac{\partial M}{\partial v} \right \Delta v$
Δt	Precisión De Tiempo	s	$ t_2 - t_1 $
Δv	Precisión En Velocidad	m/s	$\Delta v = \frac{\sqrt{n}\Theta}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - (\sum_{i=1}^n t_i)^2}}$
ϵ	Espesor Tubo	m	$r_2 - r_1$
ε	Inducción Electromagnética	V	$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$
φ	Coordenada Cilíndrica (Ángulo Polar)	rad	DF
ϕ	Flujo Magnético	Wb	$\Phi = \int_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l}$
Γ	Curva	1	DF
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío	N/A^2	DF
∇	Operador Gradiente	m^{-1}	$\frac{\partial}{\partial r_i} \hat{r}_i$
ρ	Coordenada Cilíndrica Radial	m	DF
σ	Conductividad Eléctrica	S	DF
θ	Coordenada Esférica (Ángulo Azimutal)	rad	DF

Subíndices

Subíndice	Término
Al	Aluminio
Cu	Cobre
e	Resistencia o Potencial Eléctrico
l	Velocidad Limite
max	Tiempo Máximo de Movimiento
m	Fuerza Magnética
ρ	Componente Radial del Campo
z	Componente eje z del Campo
z	Fuerza de Fricción en dirección z

Superíndices

Superíndice	Término
A^i	Componente Contravariante de un vector en la Base S
A'^i	Componente Contravariante de un vector en la Base S'
$\alpha_k^{i'}$	Coefficientes de Transformación Directa
$\alpha_{k'}^i$	Coefficientes de Transformación Inversa

Abreviaturas

Abreviatura	Término
GUI	Interface Gráfica de Usuario
Cu	Cobre
Al	Aluminio

Indice General

Agradecimientos	7
RAE	9
Lista de Figuras	17
Lista de Tablas	19
Lista de Símbolos	21
Intruducción	27
1. Análisis Electromagnético de Espiras	35
1.1. Análisis Magnético de espiras	35
1.1.1. Equivalencia espira imán (Dipolo Magnético)	36
1.2. Inducción Electromagnética	37
1.2.1. Inducción Electromagnética de Faraday	38
1.2.2. Inducción Electromagnética de una espira sobre otra espira	39
1.2.3. Circuito Equivalente para una espira inducida	41
2. El Computador y el Análisis de Señales	45
2.1. GUI (Interface Gráfica de Usuario)	45
3. Modelo Electromecánico de la caída del imán	49
3.1. Ecuación de movimiento con fricción magnética	49
3.1.1. Estimación analítica de la Fuerza de fricción magnética	50
3.1.2. Solución ecuación del movimiento con fricción magnética	53
3.2. Determinación de la velocidad limite y Momento magnético del imán	54
4. Análisis y Resultados	57
4.1. Determinación experimental de la velocidad limite	57
4.1.1. GUI en acción	57
4.2. Calculo del momento magnético del imán	62
4.3. Discusión de las ecuaciones de movimiento	64
4.3.1. Análisis de la función de velocidad	64
4.3.2. Análisis de la función de Posición	66
4.3.3. Estimación de la fuerza de fricción magnética	67
4.4. Sobre las medidas de error	69
4.4.1. Error en la GUI e Instrumental	69

4.4.2. Error en el calculo del momento magnético	71
4.4.3. Error en el calculo de la fricción magnética	72
Conclusiones	75
Bibliografía	81
A. Anexo: Transformaciones entre vectores	83
A.1. Vectores Unitarios	83
A.2. Transformación de Vectores	84
A.2.1. Transformación sistemas cartesiano y cilíndrico	85
A.2.2. Transformación sistemas cartesiano y esférico	85
A.2.3. Transformación sistemas cilíndrico y esférico	86
A.3. Campo Dipolo Magnético por Potencial Vectorial	86
A.4. Transformación de Campo Dipolo Magnético	88
A.4.1. Transformación Esféricas a Cartesianas	88
A.4.2. Transformación Esféricas a Cilíndricas	89
B. Anexo: Manual de uso de la GUI	91
B.1. Elementos de la GUI (Ventana Principal)	91
B.2. Modulo Mapear	92
B.3. Modulo Analizar	92

Introducción

Sobre el problema de Investigación

La enseñanza del electromagnetismo, no solo a nivel universitario sino escolar, está influenciada por una estructura matemática proporcionada por la teoría electromagnética de Maxwell, la cual reproduce¹ en forma matemática las diferentes relaciones existentes entre los fenómenos eléctricos y magnéticos, sin embargo para el estudiante que se adentra en este estudio, esta estructura matemática demanda siempre una estrategia para llevar dicha teoría a la práctica y verificar no solo el cumplimiento de una serie de hipótesis y presupuestos sino la utilidad que pueda representar para la comprensión de estos fenómenos de la naturaleza, (electromagnéticos). Hay situaciones en las que llevar la teoría a la práctica² representan un elemento de impresión³ y rareza debido a que choca con las ideas previas, pre-saberes que tienen los estudiantes de un evento particular, puesto que al realizarse un montaje experimental, éste se manifiesta de forma discrepante, es decir, evoluciona de una forma contraria a como se creería que iba a suceder (Barbosa, L, 2008)⁴. Esto quiere decir que previo al desarrollo de un experimento se piensa que va a ocurrir de una forma que es acorde a la experiencia, a la intuición, a esas ideas previas del estudiante pero cuando se lleva a cabo el experimento éste se presenta de una forma totalmente diferente a como se pensaba inicialmente.

Por lo anterior se indaga y examina el proceso de construcción de un instrumento de medida, que dé cuenta de la inducción electromagnética y resalte las ideas discrepantes que tienen los estudiantes previo al desarrollo de un experimento -dificultad en sentido de establecer una medida no solo cualitativa sino cuantitativa de la misma- es decir, que estrategia establecer para dar una medida -de la inducción electromagnética- mediante el experimento del tubo de inducción de Lenz, en los estudiantes del departamento de física de la Universidad Pedagógica Nacional y en general para todo estudiante que curse asignaturas de electromagnetismo en la Facultad de Ciencia y Tecnología, y destacar con este experimento, la caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre en contrariedad a la idea que se piensa inicialmente de que caiga en descenso libre, es decir sin ser frenado más que mínimamente por el aire. Mostrando que para que exista frenado al caer dentro del tubo debe haber fricción de algún medio, pero el imán cae en el aire,

¹Reproduce: destacando los experimentos de Michael Faraday realizados aproximadamente desde 1820 cuando se independiza del químico Davy y se inició en una carrera científica propia en la que creó alrededor de 300 experimentos entorno a la electricidad el magnetismo y su relación.

²Se refiere al ámbito académico.

³Considérese el término impresión como efecto o sensación de sorpresa, experimentada por un estudiante, ante la manifestación de un evento natural mediante un experimento.

⁴Experimento discrepante.

así que la fricción que presenta dentro del tubo es la misma a cuando cae fuera del tubo. De lo anterior se propone el siguiente problema de investigación

¿De qué manera es posible presentar tanto el proceso de medición como la medida de la inducción electromagnética en el experimento del tubo de Lenz enfatizando en la anomalía que se genera en la caída de un imán dentro de un tubo?

Este interrogante permitirá abordar no solo la pregunta de cuál es la causa para que el imán caiga más lento dentro del tubo que cuando cae fuera de él, es decir en caída libre, sino también mostrar que en el ejercicio de llevar una teoría a la práctica siempre está implícito un proceso, la actividad de medir, debido a que la descripción y análisis de un fenómeno de la naturaleza, a nivel cuantitativo y cualitativo, lleva consigo la necesidad de que se pueda traducir sus efectos en un lenguaje propio del hombre, es decir, que el hombre pueda leer, interpretar y usar en una necesidad particular.

Sobre los Objetivos de la investigación

▪ **Objetivo General:**

Describir el proceso de medición y la medida de la inducción electromagnética generada en el tubo de Lenz mediante un análisis descriptivo de la idea discrepante presente en este experimento.

▪ **Objetivos específicos**

- Establecer cálculos pertinentes para el análisis descriptivo de la inducción electromagnética, tales como: campo magnético de una espira circular, velocidad de caída del imán, momento magnético de un imán.
- Diseñar un instrumento de medida que dé cuenta del fenómeno de inducción electromagnética.
- Diseñar y usar una interface gráfica de usuario, en la plataforma Matlab, que permita analizar las señales de inducción, generadas por un imán al caer en tubos de aluminio y cobre. (Tubo de Lenz).
- Proporcionar un trabajo entorno al análisis de señales eléctricas como punto de partida para la enseñanza de conceptos entorno al electromagnetismo, las ondas, y en general de todo tipo de señales. Con esto brindar un trabajo para su posterior implementación.

Sobre la justificación de la investigación

La labor de asignar un valor numérico y de establecer las diferentes formas de medida a un efecto de un evento natural es en sí un ejercicio de interpretación y comprensión. De este modo el experimento, el instrumento de medida y su construcción representan un conjunto de elementos conceptuales y prácticos útiles en las ciencias y la enseñanza de las ciencias, debido a: 1) su papel de verificadores de hipótesis científicas, 2) de organizadores

de la experiencia y 3) de amplificadores de hechos experimentales de observación. (Sandoval, S., Ayala, M., Malagón, J. y Tarazona, L., 2006).

En cualquier proceso de medición está implícita una transformación de aquello que se quiere medir, sus efectos, en elementos que el observador conozca, es decir, para dar un valor cuantitativo de un evento natural es necesario traducir sus efectos en un lenguaje que el hombre pueda leer. Este lenguaje es en principio matemático puesto que se necesita dar cuenta de los fenómenos naturales en forma de relaciones lógicas que de antemano el hombre ha establecido, y por tanto pueda comprender.

Este trabajo es una iniciativa para profundizar en los conceptos del electromagnetismo, particularmente la inducción electromagnética, el magnetismo, así también como el movimiento, a través del proceso de medición y el análisis descriptivo de las ideas discrepantes que presentan los estudiantes previo al desarrollo de un experimento. Por otra parte en el Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional es habitual realizar los procesos de medida de señales eléctricas con amperímetros, multímetros y voltímetros estos no son lo suficientemente útiles en el análisis de señales que varían en el proceso de detección de datos experimentales⁵, de este modo no se cuenta con instrumentación suficiente para el estudio de eventos electromagnéticos tales como la inducción electromagnética que impliquen el registro de una serie de datos. El análisis experimental de fenómenos electromagnéticos involucra la manipulación de instrumentos de medición que posibiliten dar cuenta del fenómeno en forma cualitativa y cuantitativa, de modo que los elementos propios usados en el proceso de medida harán del análisis del evento un análisis de buena calidad si se cuenta con tecnología y aparatos cada vez más sensibles⁶. De tal manera se propone la creación e implementación de una interface gráfica de usuario y un instrumento experimental para dar cuenta del proceso de medición y de la medida de la inducción electromagnética destacando la idea discrepante de caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre.

Por lo anterior, se puede pensar en la forma de lograr expresar en un carácter cuantitativo el fenómeno de inducción electromagnética mediante el análisis experimental y el uso de software aplicativo, (Matlab)⁷ para el proceso de medición. Esto alentaría al estudio de sistemas electromagnéticos en los que este implícita la inducción electromagnética, en los estudiantes no solo del Departamento de Física sino en estudiantes de diferentes departamentos de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional y sirva como punto de referencia a futuros trabajos sobre contenidos relacionados en el la Facultad. A su vez, la Universidad busca el desarrollo de proyectos que fomenten relaciones académicas entre los estudiantes de diferentes áreas del conocimiento, y adicional a ello, desea consolidar vínculos investigativos entre distintas universidades, como lo está

⁵Se refiere a la medición de muchos datos de diferente valor en un instante de tiempo, de modo que el uso de un multímetro o amperímetro no permitiría ver todos estos valores con propósito de análisis, sino que se vería en el indicador del instrumento una serie de números variando pero sin poder tener un registro de los mismos.

⁶Se concibe la sensibilidad de la medida, en el instrumento de medición, como aquel que minimice el porcentaje de error.

⁷Matlab es un software con un propio lenguaje de programación, (lenguaje M), basado en matrices. Es un ambiente de programación que involucra la programación orientada a objetos (GUIDE), la programación por bloques (Simulink), en el desarrollo de aplicaciones (exe, java, HTML etc.) con gran poder en el análisis y procesamiento de señales, imágenes, video. El fuerte de Matlab es su lenguaje técnico basado en matrices y su gran variedad de Toolbox, (cajas de herramientas) desde un básico graficado 2D y 3D hasta un complejo sistema de solución de ecuaciones diferenciales parciales (PDE).

consignado uno de los objetivos del PDI (2014)⁸.

Paralelamente, la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional, proyecta en su misión, formar futuros docentes capacitados e idóneos para originar nuevas concepciones, esquemas, teorías y modelos que orienten la formación de educadores, de forma que ellos puedan generar interrogantes entorno a los fundamentos de las ciencias experimentales y teóricas, las matemáticas, la tecnología, sus pedagogías y didácticas (Facultad de Ciencia y Tecnología, 2014), es por ello, que el presente trabajo, fomenta, afianza y enriquece los conceptos del electromagnetismo (de la inducción electromagnética), y en particular, en el análisis de sistemas electromagnéticos, vistos desde un enfoque experimental y teórico.

Sobre los antecedentes de la investigación

Los antecedentes que orientan esta investigación están enfocados en un aspecto fundamental, el proceso de medición de variables físicas, destacando cual es la estrategia para la adquisición, análisis y cuantificación de magnitudes que den cuenta de un evento natural, esto orientado a la interdisciplinaridad. Neira, V. A. (s.f), en su tesis para obtener el título de Licenciado en Educación, plantea la relevancia de tratar enfoques interdisciplinarios para el aprendizaje de la matemática. El desarrollo de una temática en forma interdisciplinaria fomenta las relaciones entre las distintas disciplinas implicadas, formando nuevos enfoques y propuestas de trabajo, esto es de amplio valor para el presente proyecto debido a que mediante el desarrollo de un experimento puntual se abordan elementos conceptuales que involucran varias disciplinas tales como la electrónica, las matemáticas, la física, la programación de computadores. Por otra parte (Espinel, X. & Guerreiro, G., 1992), en su trabajo de grado “Construcción de una interface análogo-digital”, muestra el proceso para convertir una señal análoga en una señal digital, asignando un valor numérico a una variable que se quiere caracterizar y medir, así también como mostrar el proceso para adquirir variables físicas se muestra los circuitos y transistores necesarios para tal tarea, en una descripción detallada de sus elementos y funciones.

A su vez (Gonzales, O. & Yate, R., 1997), desarrollan una tarjeta de adquisición de datos utilizando un conversor análogo-digital (ADC) exponiendo como es el proceso para adquirir señales en un computador mediante el puerto paralelo. Lo interesante y relevante para el presente trabajo es que se establece un camino para leer señales en un computador, este es, 1) detección análoga de la variable física, 2) Convertidor análogo digital, 3) lectura en el computador. También en relación al medición de variables, (Alonso A. & Castillo, J. (2000) se plantea el problema de la mediciones de señales eléctricas como una transformación de la mismas en variables más sencillas de leer tales como la temperatura, la velocidad del viento, el nivel del agua etc. Además menciona que la precisión en la medición se puede mejorar con la ayuda del computador. Es de suma relevancia este trabajo en el desarrollo de la presente investigación en el sentido de que se propone la medición de variable físicas, especialmente de inducción eléctrica, mediante la adquisición de señales análogas, su lectura en el computador y el análisis con un software de aplicación, así también como la transformación de la inducción electromagnética, voltaje inducido,

⁸Universidad Pedagógica Nacional. (2014). Plan de Desarrollo Institucional 2014-2019. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

en una medida de velocidad.

Es también de suma relevancia, en el sentido de destacar el proceso de medición y la construcción del instrumento de medida, el trabajo desarrollado por (Sandoval, S., Ayala, M. Malagón, J. & Tarazona, L., 2006) en el cual exponen que la trabajo de fijar un valor numérico y de establecer las diferentes formas de medida a un fenómeno de la naturaleza es en sí un ejercicio de interpretación y comprensión. De este modo el experimento, el instrumento de medida y su construcción representan un conjunto de elementos conceptuales y prácticos útiles en las ciencias y la enseñanza de las ciencias.

Con respecto a la idea contra-intuitiva de caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre, tubo de Lenz, se hace pertinente el trabajo realizado por el profesor (Barbosa, L, 2008) en el cual presenta la idea de que los experimentos discrepantes son montajes que al accionarlo generan una fenomenología contra-intuitiva que puede ser utilizada favorablemente para un aprendizaje activo de la física.

Es interesante destacar el trabajo realizado por (Gonzales, O. & Yate, R., 2002) en el cual se desarrollan experimentos en mecánica mediante el registro de datos con el MOUSE del computador, debido a que en el presente proyecto de investigación se usa también el MOUSE para seleccionar con el puntero datos y adquirir su valor. Se implementa la interface gráfica de usuario como alternativa para la adquisición de datos en montajes experimentales, que precisamente es lo que se desarrolla en el presente proyecto.

Por otra parte, se hace también pertinente para el trabajo titulado INTERFAZ PARA LA MEDICIÓN DEL MOVIMIENTO DE LA CAÍDA DE LOS GRAVES EN UN FLUIDO, realizada por (García, C. & Riaño, D., 2005) en donde se realiza un interfaz con el propósito de analizar el movimiento de objetos en fluidos, mediante la adquisición de datos con el mouse y analizadas en la interfaz, también se usan otros programas para la lectura de datos y analizarlos con el computador. Este trabajo realiza en cierto sentido es en principio el objetivo del presente trabajo.

(Ochoa, M., 2006) realiza un software analizador de señales audibles mediante la manipulación de la tarjeta de sonido del computador, proveyendo de esta manera una herramienta útil en las prácticas de laboratorio de electromagnetismo, acústica entre otras más. Este trabajo tiene una importancia grande para el presente trabajo de grado en el sentido que es mediante la tarjeta de sonido que se analizaran las señales eléctricas provenientes del tubo, producidas por el imán al caer dentro del mismo.

Es también plausible destacar el trabajo de (Camacho, E., 2008) en el cual se implementa el software ANALIZADOR DE SEÑALES AUDIBLES, realizado por (Ochoa, M., 2006) como apoyo didáctico a un curso de acústica. Este documento es relevante para el presente proyecto en la medida que manifiesta que la interface creada para analizar el fenómeno de caída del imán dentro del tubo se puede usar como apoyo para cursos de física, por ejemplo, de electromagnetismo.

El trabajo desarrollado por (Bonilla, D., 2010) es otro ejemplo del uso de una interfaz para la adquisición de datos. En este caso se usa la interfaz para captar y analizar vídeo del movimiento de un péndulo. Destacando con esto el software como herramienta útil para las prácticas de laboratorio en la enseñanza, especialmente en el colegio Pedro de Heredia en el grado 11.

Sobre la metodología de la investigación

Tipo de Investigación

La Metodología que se plantea utilizar en este proyecto, va dirigido desde un contexto problema⁹ en donde se formula una pregunta que guíe la investigación de manera lógica y coherente, a través de un análisis de descripción y explicación (Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P, 1991), con propósito de obtener eficiencia en la adquisición y análisis de la información que se obtenga, así también como brindar una camino para el estudiante que pretenda desarrollar el presente experimento del tubo de Lenz con intención de obtener una descripción tanto cualitativa como cuantitativa del mismo. La descripción del evento implica dar mediciones de las variables implicadas, tales como corrientes eléctricas y voltajes, conductividad velocidad de caída de un imán, pero además de dar una medida de estas variables que en principio le permitirán describir el fenómeno de inducción electromagnética, es necesario ver como se relacionan y establecer la causa, por qué el imán cae lento dentro de un tubo de aluminio.

Como el propósito del presente proyecto es describir y explicar porque el imán cae lento dentro de un tubo, se propone diseñar un montaje experimental, un instrumento de medida y una interface gráfica de usuario en ciertas fases de investigación, estos tres elementos permitirán seguir la siguiente estrategia para dar cuenta del fenómeno de inducción electromagnética. 1) detención de la variable física (señal análoga), para el cual se diseña el montaje experimental. 2) transformación de la variable análoga en una variable digital para lo cual se usaran elementos de circuitos que permitirán rectificar la señal y transformar los pulsos eléctricos en números, valores digitales. Y 3) lectura en el computador de las señales digitales, la lectura en el computador se realizara mediante la interface gráfica de usuario, desarrollada en el software Matlab.

Descripción de la Población

Este proyecto de investigación está orientado no solo a estudiantes del departamento de física sino que va dirigido en general a todo estudiante de la facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional, que este inmerso en cursos de electromagnetismos. Esto es con propósito de enriquecer las relaciones entre los diferentes departamentos de la universidad y fomentar el desarrollo de nuevos proyectos e investigaciones interdisciplinarias.

Fases del Proyecto

Se propone dividir la investigación en 4 momentos, con objetivo de tener presente las diferentes tareas que se deben desarrollar en la investigación, esto ayudara en gran manera a tener claridad sobre el avance de la investigación así también como de los alcances que se vallan logrando y el tiempo necesario para lograr los objetivos planteados. Los momentos de investigación son:

⁹La caída más lenta del imán cuando cae dentro de un tubo de aluminio o cobre, de cuando cae fuera del tubo, caída libre.

- **Momento de recopilación:** En este momento de la investigación se buscara las referencias bibliográficas y antecedentes requeridos para abordar los temas de la inducción electromagnética, el análisis de señales espectrales, y la modulación de señales Análogo-Digital, así también como documentación en programación de computadores requerida para realizar el software.
- **Momento de interpretación:** En este momento se propone una discusión de la información adquirida en el primer momento de investigación, destacando lo realmente importante y relevante para el proyecto de investigación, según sus lineamientos y perspectiva.
- **Momento de construcción y programación:** En esta fase se inicial la construcción del montaje experimental del tubo de inducción de Lenz y se inicia también la construcción de la interface gráfica de usuario para el análisis de señales requerido en la lectura de la inducción electromagnética generada en el tubo de Lenz.
- **Momento de ejecución y análisis:** Finalmente en este momento de la investigación se debe tener la información recogida y analizada, la interface diseñada en su totalidad y el montaje experimental terminado para poder realizar las pruebas pertinentes, así también como el análisis de los datos obtenidos y su interpretación respectiva.

Sobre el contenido general del proyecto

Con el propósito de describir cual es la razón para que se de esta caída lenta del imán, y caracterizar este evento, es necesario abordar un cierto conjunto temario, de modo que se alcance un explicación, en la medida de lo posible, completa del fenómeno de caída de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre.

Este eje temario esta dividido en tres capítulos: el primero llamado análisis electromagnético de espiras, el segundo el computador y el análisis de señales y el tercero titulado modelo electromecánico de la caída del imán. Respecto al primer capítulo es necesario llegar a dos elementos teóricos de vital importancia en el sentido de la física del proyecto: uno relacionado al análisis magnético de espiras, donde se llevara a cabo el cálculo del campo magnético de una espira circular de corriente y se hará equivalente al campo magnético de un dipolo magnético. El otro es dirigido a la explicación de la inducción electromagnética descubierta por Faraday pero explicada matemáticamente por Maxwell, y que será en principio la ley que haga posible describir y explicar el fenómeno de caída lenta del imán. Respecto al segundo capítulo se abordara el análisis de señales eléctricas mediante el uso del computador y el software aplicativo, esto con fines a introducir un perspectiva de medición diferente a la tomada habitual en los procesos experimentales de señales eléctricas (proceso caracterizado por el uso de multímetros, amperímetros o voltímetros carente en la registro de los datos para análisis ulterior). Finalmente en el tercer capitulo se desarrollará el modelo electromecánico de la caída del imán, proponiendo una ecuación diferencial de caída con fricción, fricción que sera de tipo magnético, encontrando las funciones de velocidad y posición para la caída del imán dentro del tubo, y que serán de sustancial importancia para el análisis y resultado.

Posterior al establecimiento de las leyes tanto de la física como los elemento computacionales necesarios para explicar del fenómeno de inducción electromagnética tratado en el presente trabajo de grado, se procederá con el análisis y descripción, tanto matemático como experimental, que hará posible consolidar los resultados y conclusiones que revelaran y darán criterios para pensar la caída de un imán dentro de un tubo de aluminio o cobre como un fenómeno de inducción electromagnética, lo cual se traduce en una cierta fricción en la caída, fricción que vendría a ser, bajo estos términos, de tipo magnético, y en este sentido dando claridad a las ideas discrepantes que se presentan en este tipo de montajes experimentales (experimentos discrepantes).

Capítulo 1

Análisis Electromagnético de Espiras

1.1. Análisis Magnético de espiras

Hay una estrategia para representar la geometría del campo magnético producido por imanes permanentes, estrategia que usa uno de los pilares del electromagnetismo y que en física se le conoce como ley de Ampere. Esta ley tubo sus inicios en la clase de un profesor en el año de 1820. Este profesor era Hans Christian Orsted de origen Danes. Orsted observo que una aguja imantada ubicada en dirección paralela a un conductor eléctrico se desviaba cuando se hacía circular una corriente eléctrica por el conductor, de esta forma se evidenciaba la existencia de un campo magnético en torno a todo conductor atravesado por una corriente eléctrica. Lo que había encontrado Orsted era la equivalencia entre corrientes e imanes. Es pues supremamente importante esta ley en el presente apartado, pues con base a ella es posible hacer una semejanza entre un imán permanente y una espira de corriente. La espira será de una geometría tal, que haga simple los cálculos que se desarrollaran, pues no hay nada más elegante en física que hacer explicaciones simples y sin tantos elementos arbitrarios. En ese sentido se usara una espira circular por la cual circulara una corriente para representar el campo magnético que genera un imán cilíndrico de neodimio de radio R .

El propósito a fin de este apartado es realizar el cálculo del campo magnético de una espira circular de corriente para cualquier punto del espacio, tratando dicha espira como un dipolo magnético, esto es, considerando el punto de análisis del campo magnético mucho mayor al radio R del dipolo (imán cilíndrico). Para realizar este cálculo se usaran simetrías diferentes a la habitual (cartesiana) debido a que se minimiza en gran manera los cálculos; al usar simetría rectangular en este problema es realmente engorroso, debido a que se ve en la obligación de expresar la solución buscada (el campo magnético) en términos de integrales elípticas.

En lo que concierne a la equivalencia espira-imán debe entenderse, como se ha mencionado, a la equivalencia entre una espira circular de corriente y un imán cilíndrico, lo cual de ahora en adelante se llamara Dipolo Magnético. La simetría para este cálculo será esférica, (se puede seguir detalladamente la relación del cálculo siguiente entre los diferentes sistemas de referencia en el apéndice A1), y se usara una forma de calcular campos magnéticos mediante el potencial vectorial magnético.

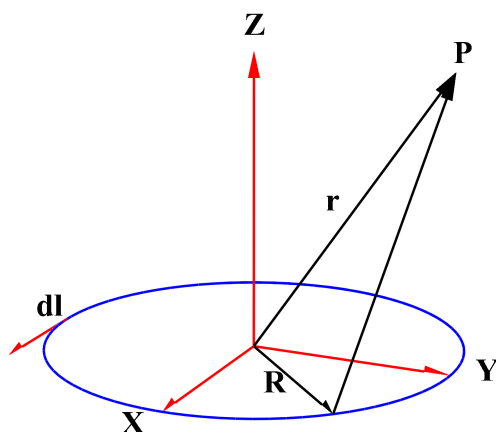


Figura 1-1. Diagrama Dipolo Magnético.

1.1.1. Equivalencia espira imán (Dipolo Magnético)

Considere la Figura (1-1) en la que se encuentra un diagrama esquemático que simboliza un dipolo magnético, en el cual se muestra el punto de análisis del campo magnético.

El potencial vectorial está dado por la expresión:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{\|\vec{r} - \vec{R}\|} \quad (1-1)$$

En el apéndice (A.3) y (A.4) se desarrolla esta ecuación y se encuentra el potencial vectorial para un dipolo magnético en los diferentes sistemas de coordenadas, allí se puede apreciar que este potencial se puede escribir de la siguiente manera.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{M} \times \hat{r}}{4\pi r^3} \quad (1-2)$$

La expresión anterior representa el potencial vectorial magnético para un dipolo magnético en coordenadas esféricas. Un análisis dimensional revela que las unidades de este potencial son $N/A = Wb/m$.

Como el campo magnético tiene líneas de campo cerradas, todas las líneas de campo que salen de una superficie cerrada serán las mismas que entran, es decir, no diverge. De este modo la divergencia del campo magnético debe ser cero y en consecuencia, matemáticamente hablando, debe existir un potencial vectorial cuyo rotacional sea el campo magnético, para que se cumpla la relación vectorial:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} \equiv 0 \quad (1-3)$$

Físicamente este resultado es de gran valor, pues revela que en la naturaleza no es posible encontrar polos magnéticos aislados, es decir, no existen mono-polos magnéticos.

Siempre se hallan en pares, dipolos magnéticos. Este es sin lugar a dudas otro de los resultados fundamentales del electromagnetismo clásico (junto con la ley de Ampere mencionada anteriormente).

Este potencial vectorial es llamado potencial vectorial magnético y su rotacional es equivalente al campo magnético. La ecuación (1-3) permite comprender la geometría cerrada de las líneas de campo magnético, además ofrece una forma práctica de obtener expresiones para el campo magnético. Por otra parte es en cierta manera una relación semejante a la que se obtiene para el campo eléctrico en términos del potencial eléctrico. $\vec{E} = -\nabla\varepsilon$. (Siendo ε el potencial escalar eléctrico). Para el caso del campo magnético si hay rotacional (a diferencia del campo eléctrico) y el potencial no es escalar sino vectorial, de modo que su relación con el campo magnético será:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1-4)$$

Con la anterior expresión es posible ahora calcular el campo magnético generado por un dipolo. Entonces

$$\vec{B} = \nabla \times \left(\frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \sin \varphi \hat{\varphi} \right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad (1-5)$$

Note además que si las unidades del potencial vectorial son Wb/m y según la ecuación (1-4) el campo magnético es el rotacional del potencial magnético, teniendo presente que el operador nabla solo (en la coordenada r) tiene carácter dimensional de distancia, entonces luego de efectuar la derivada, se puede verificar que las unidades del campo son $Wb/m^2 = T$.

Para fines del presente trabajo debe entenderse este campo como aquel campo magnético equivalente a un dipolo magnético (imán cilíndrico) que genera una inducción electromagnética sobre una sección de tubo de aluminio o cobre por el cual cae dicho imán o dipolo.

1.2. Inducción Electromagnética

El objetivo principal del presente trabajo es poder dar cuenta de la caída lenta de un imán dentro de un tubo de aluminio, lo cual, como se desarrollara, es debido a la existencia de corrientes inducidas en la sección transversal del tubo al moverse el imán dentro de él.

De este modo es necesario dedicar algunas líneas al análisis de la inducción electromagnética.

1.2.1. Inducción Electromagnética de Faraday

Tras los descubrimientos accidentales de Oersted, varios científicos se dispusieron a realizar experimentos que de alguna forma relacionaran fenómenos aparentemente desconectados, a saber, electricidad y magnetismo. Es de destacar a Faraday entre estos. Oersted había, por accidente en una de sus clases, demostrado que siempre que exista una corriente eléctrica se producía a su alrededor (en su entorno próximo) un campo magnético. Pero ahora surge una pregunta recíproca, ¿podría un campo magnético producir de alguna forma fenómenos eléctricos?. La respuesta a esta pregunta la dieron, independientemente y casi simultáneamente, el británico Michael Faraday y el estadounidense Joseph Henry, siendo Faraday el primero en publicar sus resultados. Es por eso que se reconoce actualmente la ley de inducción electromagnética como ley de inducción de Faraday, llevando también la ecuación, que describe este fenómeno, su nombre y que se describirá a continuación.

Faraday era un personaje supremamente ingenioso y curioso, aunque su formación no era académica del todo, no tambaleaba al desarrollar artefactos y experimentos de la talla de un académico: uno de ellos por ejemplo se dio con propósito de mostrar si existían variaciones eléctricas al existir campos magnéticos. Faraday enrolló un alambre a un núcleo de hierro en forma de toroide y simultáneamente conectado a una fuente de voltaje directo. En el otro extremo del toroide enrolló otro alambre pero este conectado a un detector de corriente (amperímetro). Si bien el alambre conectado a la fuente de voltaje generaba un magnetismo, este no producía nada en el otro alambre enrollado y conectado al amperímetro. Es decir el magnetismo no producía corrientes (inducidas), sin embargo cada vez que se accionaba el interruptor de la fuente de voltaje se observaba que el amperímetro tenía pequeñas fluctuaciones y más interesante aun, en dirección contraria al sentido que tenía la corriente producida por la fuente. Como se ve el magnetismo mismo no tiene efectos tales sobre los conductores que formen corriente eléctrica, pero cuando hay variaciones en el campo magnético si se generan corrientes eléctricas, en palabras un tanto más formales, la variación de un campo magnético genera una corriente eléctrica inducida. Es pues este el efecto que se analizará a continuación en forma matemática, llevando con sigilo la fuerte implicación física, y gran resultado del electromagnetismo, esto es, la producción de corrientes inducidas o bien inducción electromagnética.

Según lo anterior como la variación del campo magnético es la que produce inducción electromagnética, se puede escribir:

$$\varepsilon = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (1-6)$$

Siendo

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Por otra parte también se tiene una fuerza electromotriz de la forma:

$$\varepsilon = \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1-7)$$

Al combinar las ecuaciones (1-6) y (1-7) se tendrá.

$$\int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (1-8)$$

Y si se aplica el teorema de Stokes para el lado izquierdo de esta ecuación y eliminado las integrales de superficie se tendrá la ley de Faraday en forma diferencial.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-9)$$

Como se ve, se puede expresar la ley de Faraday de varias formas, sin embargo para el presente trabajo será útil la ecuación (1-6) con la siguiente modificación. Se tomarán derivadas totales a causa de que el flujo magnético depende únicamente de z .

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} \frac{dz}{dz} = -\frac{d\Phi}{dz} \frac{dz}{dt} \\ \varepsilon &= -v \frac{d\Phi}{dz} \end{aligned} \quad (1-10)$$

Siendo $\frac{dz}{dt} = v$,

Note además que el flujo magnético se puede escribir de la siguiente forma, usando el teorema de Stokes.

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s} = \int_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

De este modo el flujo magnético se podrá escribir como:

$$\Phi = \int_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (1-11)$$

En el apartado (1.1.1) se encontró que las dimensiones del potencial magnético vectorial son Wb/m y el elemento diferencial de curva tiene unidades de longitud (m), entonces la ecuación (1-11) revela que las unidades del flujo son $Wb = Tm^2$. En la práctica es más fácil encontrar flujos mediante el potencial vectorial magnético, pues se reduce la ecuación general de flujo $\int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ que es una integral de superficie (integral doble) a una integral de línea (integral de una variable). Siempre teniendo presente que estas son integrales vectoriales.

1.2.2. Inducción Electromagnética de una espira sobre otra espira

El campo magnético del imán cilíndrico que cae dentro de una espira circular conductora, tiene asociado un potencial vectorial dado por la ecuación (1-2), entonces.

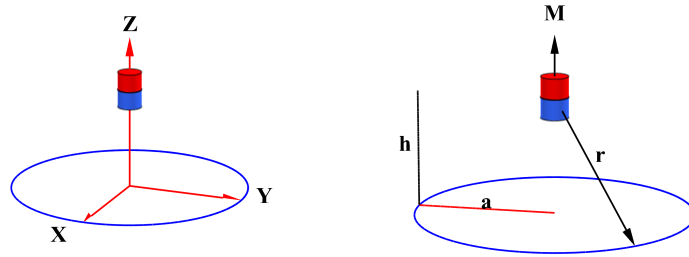


Figura 1-2. Inducción por Dipolo Magnético.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{M} \times \hat{r}}{4\pi r^3}$$

o bien

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \sin \varphi \hat{\varphi}$$

pero según la Figura (1-2) $\sin \varphi = \frac{a}{r}$

Así que

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 M a}{4\pi r^2} \hat{\varphi} = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{a}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \hat{\varphi}$$

Usando la ecuación (1-11) se puede encontrar el flujo que genera el dipolo magnético sobre la espira circular conductora al caer dentro de ella.

$$\Phi = \frac{\mu_0 M}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \quad (1-12)$$

Este sera el flujo que genera el imán (dipolo) al caer dentro de una espira circular conductora.

Ahora usando el resultado obtenido en la ecuación (1-12) y la ecuación (1-10), se tendrá:

$$\varepsilon = \frac{3\mu_0 M a^2}{2} \frac{z}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \frac{dz}{dt} \quad (1-13)$$

Si se analiza un poco estos resultados se puede ver que la inducción de voltaje generada aumenta a medida que se acerca el imán a la espira, tiene un máximo en $z = \sqrt{a/2}$ y se hace nula al pasar por el centro de la misma. Lo interesante es que una vez el imán pasa

por el centro y se aleja de la espira, se induce un voltaje contrario al que se induce cuando esta acercándose, presentándose otro máximo (mínimo matemáticamente hablando) en el punto $z = -\sqrt{a/2}$. Gráficamente lo anteriormente descrito se puede ver en la Figura (1-3).

Cuando $z = 0$ se tendrá el centro de espira y la inducción estará dada por:

$$\varepsilon = 0 \quad (1-14)$$

Esto quiere decir que cuando el imán pasa por el centro de la espira la inducción que experimenta es nula. Sin embargo este resultado adquiere sentido si se analiza la ecuación (1-13). Lo que se esperaría es que la inducción ejercida por una espira de corriente sobre un imán (dipolo magnético) es cero a una distancia grande entre ellos, incluso que tal inducción disminuye a medida que el imán se aleja de la espira. Pero si esto es verdad deben existir un par de puntos en los cuales la inducción sea máxima, debido a que al alejarse el imán, la inducción decrece y recíprocamente al acercarse aumenta, pero cuando se tiene $z = 0$ es decir en el centro de la espira la inducción es cero. Lo anterior indica que existe un máximo a medida que el imán cae y pasa por la espira e igualmente una vez pase se hallara otro máximo. Encontrar estos máximos es realmente simple si se usa el criterio de la primer derivada en la ecuación (1-13), esto es:

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = 0 \quad (1-15)$$

Y de acá se puede encontrar los puntos z para el cual la inducción es máxima.

$$z = \pm\sqrt{\frac{a}{2}} \quad (1-16)$$

Por tanto cuando $z = \pm\sqrt{a/2}$ se tendrá la inducción máxima, experimentada por el imán al caer dentro de una espira circular que representa una sección transversal de tubo de aluminio o cobre. La Figura (1-3) permite ver la curva que representa la inducción como función de la distancia z y los puntos donde se produce los máximos. Matemáticamente hablando se da un mínimo y un máximo respectivamente para los puntos $z = -\sqrt{a/2}$ y $z = \sqrt{a/2}$. Sin embargo la interpretación física que se le da a estos puntos, son los lugares en los cuales se da la inducción más grande bien sea positiva o negativa (en sentido), y que siempre harán que el imán caiga lento.

1.2.3. Circuito Equivalente para una espira inducida

Si se toma el voltaje (inducción electromagnética) que se ha obtenido en la ecuación (1-13) y recordando la ley de Ohm es posible escribir lo que sigue:

$$V_e = IR_e = \varepsilon$$

Al despejar de acá la corriente (corriente inducida) se obtiene

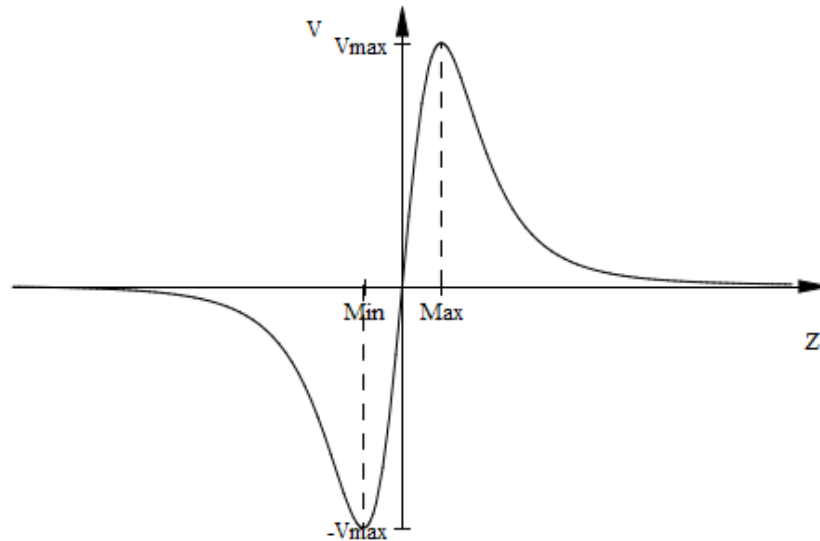


Figura 1-3. Inducción por Dipolo Magnético. Para los puntos $z = \pm\sqrt{a/2}$ se presentan los máximos de voltaje inducido.

$$I = \frac{3\mu_0 M a^2}{2R_e} \frac{z}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \frac{dz}{dt} \quad (1-17)$$

La anterior ecuación representara la corriente inducida (en unidades de Amperios) correspondiente al circuito equivalente de la espira circular por la cual pasa moviéndose el imán.

En la figura (1-4) se puede observar un diagrama donde se muestra el circuito equivalente para la espira inducida, con una corriente descrita por la ecuación (1.17).

Este circuito expresa que la espira circular (en la que se induce corriente) presenta una resistencia a la corriente inducida. Además de esto y siendo más estrictos físicamente hablando, se presenta otro efecto llamado auto-inducción. Este efecto es debido a que el campo magnético inducido en la espira, que es variable, genera una inducción mutua, es decir, se auto-induce, y por tanto existiría otra corriente contraria a la inducida por el imán cayendo. Sin embargo el presente trabajo no estimara tal efecto, sino propondrá una aproximación con el circuito equivalente de la Figura (1-3).

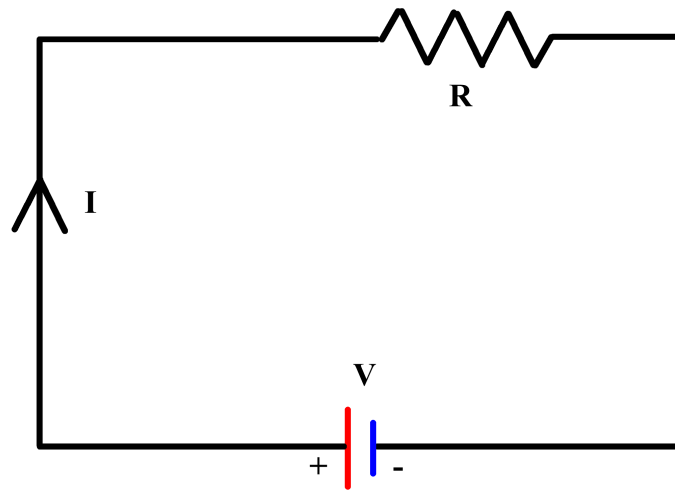


Figura 1-4. Circuito equivalente para la espira inducida.

Capítulo 2

El Computador y el Análisis de Señales

En los apartados que siguen del presente trabajo se expondrá la estrategia implementada para la lectura de señales y su respectivo análisis, con propósito de dar cuenta, tanto de forma cuantitativa como cualitativa, de la inducción electromagnética que genera un imán de forma (geometría) cilíndrica al caer dentro de un tubo (aluminio o cobre) y cuyo efecto sera el de generar en el imán cierta fricción que le hará caer lento, es decir, que no desciende en caída libre.

Este capítulo se desarrolla en una parte dedicada a mostrar el desarrollo y diseño de una Interface gráfica de usuario (GUI) creada en la plataforma MATLAB, mediante la cual se leerá las señales provenientes del instrumento de medida de la inducción electromagnética. la (GUI) tendrá el valor más importante del presente trabajo debido a que apunta el objetivo principal y problema del mismo, los cuales mostraban que en los procesos de medición de señales eléctricas es habitual el uso del multímetro, amperímetro o voltímetro, sin embargo estos no son lo suficientemente útiles para no solo tener una lectura de una señal sino tener un registro de ella con propósito de análisis ulterior. De lo anterior se ve que es plausible la implementación del software para la medición, pues no solo facilitara sino mejorara la lectura, análisis e interpretación de las señales eléctricas.

2.1. GUI (Interface Gráfica de Usuario)

Como se ha venido mencionando en el trabajo se hace uso de una Interface gráfica de usuario para la lectura y análisis de señales eléctricas, que para este caso son las inducciones de voltaje generadas por un imán al caer dentro de un tubo de aluminio o cobre.

La Interface (GUI) esta desarrollada en una plataforma de lenguaje de alto nivel llamada MATLAB (Matrix Laboratory). MATLAB es una plataforma que integra un ambiente de programación orientada a objetos, al análisis y procesamiento de señales, imágenes, vídeo y una innovación en los lenguajes de programación, esta es, la programación por bloques. Las ventajas de MATLAB respecto a otros software como VISUAL BASIC son el lenguaje basado en matrices y la integración de TOOLBOX, (cajas de herramientas) las cuales son pequeños programas integrados en MATLAB con funciones específicas. Por ejemplo MUPAD es una TOOLBOX útil para el procesamiento simbólico de ecuaciones, funciones y texto, con funciones como exportar en código LATEX entre otras más.

Otro ejemplo de TOOLBOX es el PDE un programa desarrollado para la solución de ecuaciones diferenciales parciales, en forma analítica, numérica y gráfica. Así como MUPAD y PDE hay una lista bastante amplia de cajas de herramientas disponibles para el usuario.

Aparte de estas TOOLBOX existen dos grandes pilares que hacen de MATLAB un programa útil para desarrollar pequeños programas, estos son, la GUIDE (GUI) y el SIMULINK. La (GUI) es un programa integrado en MATLAB muy similar a VISUAL BASIC, en el cual hay un entorno de objetos (botones, sliders, cajas de texto etc) y un área de trabajo donde se ubican los objetos de programación, se le asignan instrucciones y eventos. Es en este programa, dentro de MATLAB, que se desarrollo la (GUI), con la función de analizar señales eléctricas.

Por otra parte SIMULINK es quizá un programa que mejoro a su padre (MATLAB), esto debido a que se usa un lenguaje de programación revolucionario; un lenguaje de programación basado en bloques y diagramas de flujo. En este estilo de programación el programador no Interactúa directamente con código como lo es habitual en otros lenguajes de programación, con instrucciones largas y habitualmente tediosas, sino que existen bloques con instrucciones pre-creadas y dispuestos a ser usados en un diagrama lógico de instrucciones. Por ejemplo para hacer un suma se usarían cajas de texto, botones y un código que establece las instrucciones que deben desarrollar estos objetos, esto en SIMULINK se reemplazaría por bloques que tienen las instrucciones implícitas de adquirir datos y sumar (nada de código). SIMULINK representa un cambio en el paradigma de los lenguajes de programación.

Es de resaltar porque ha sido Matlab el software en el cual se ha desarrollado la GUI, pues como se mencionó, el entorno GUIDE dentro de Matlab es algo similar a Visual Basic y en principio se podría realizar la GUI en Visual Basic. Sin embargo Matlab por una parte tiene un lenguaje basado en matrices que hace ameno el trabajo de programar para un usuario familiarizado con las matrices, además las matrices permiten dar solución a problemas particulares en forma sencilla, sencilla en el sentido de la minimización de las instrucciones a desarrollar. Por otra parte Matlab tiene funciones desarrolladas para tareas tales como: el análisis y procesamiento de señales, vídeo, sonido e imágenes, instrucciones que permite ahorrar código; si para una tarea de, por ejemplo, eliminar el ruido de una señal sonora hay que crear 100 líneas de código, en un programa "x", en Matlab esto se reduciría a una sola instrucción (función). En este sentido Matlab tiene ventaja (agilidad) a la hora de realizar tareas en relación al procesamiento de señales, y por tanto fue el software elegido por el autor del presente trabajo para diseñar la GUI.

La Interface que se desarrollo para el presente trabajo bajo el programa GUIDE de MATLAB, tiene una estructura basada en dos operaciones, guiadas a la lectura y análisis de señales eléctricas. Estas operaciones son: por una parte mapear señales y por otra análisis automático de señales. Mapear refiere a ir usando el mouse para manualmente encontrar los datos fundamentales de un espectro particular de análisis. Por otra parte el análisis automático recoge la información de los datos de tiempo e intensidad del espectro y los analiza automáticamente. Dentro de estas dos operaciones principales, se despliega, para cada una, dos operaciones más, estas son: importar señales desde otros programas en formato de audio (wav) y grabar la señal directamente desde la Interface.

La Figura (2-1) muestra la estructura general, descrita anteriormente, de la GUI desarrollada para el presente trabajo de grado.

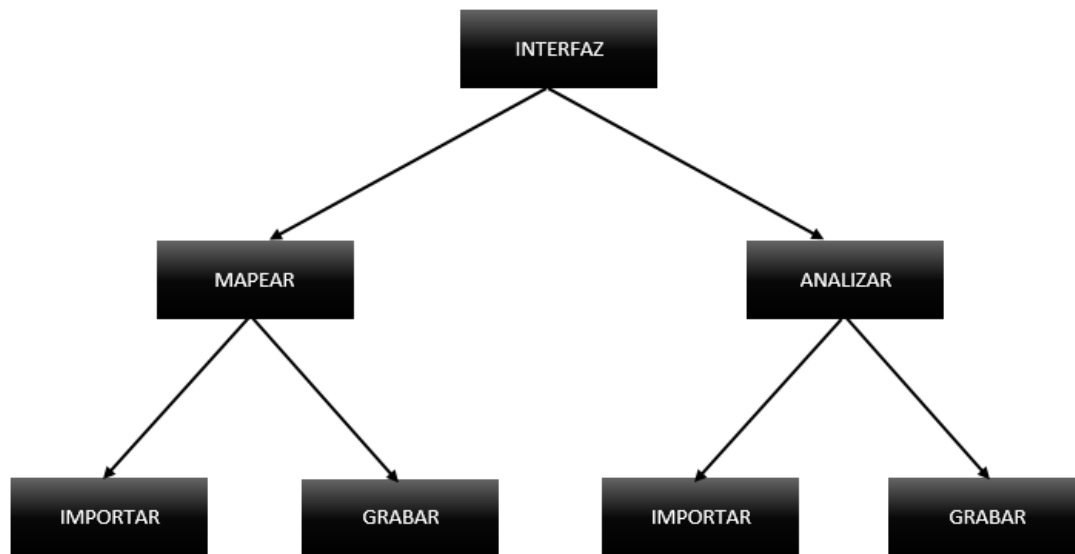


Figura 2-1. Estructura de la Interface Gráfica de Usuario (GUI)

Finalmente se presenta una foto de la Interface Gráfica de Usuario en su ventana principal figura (2-2).

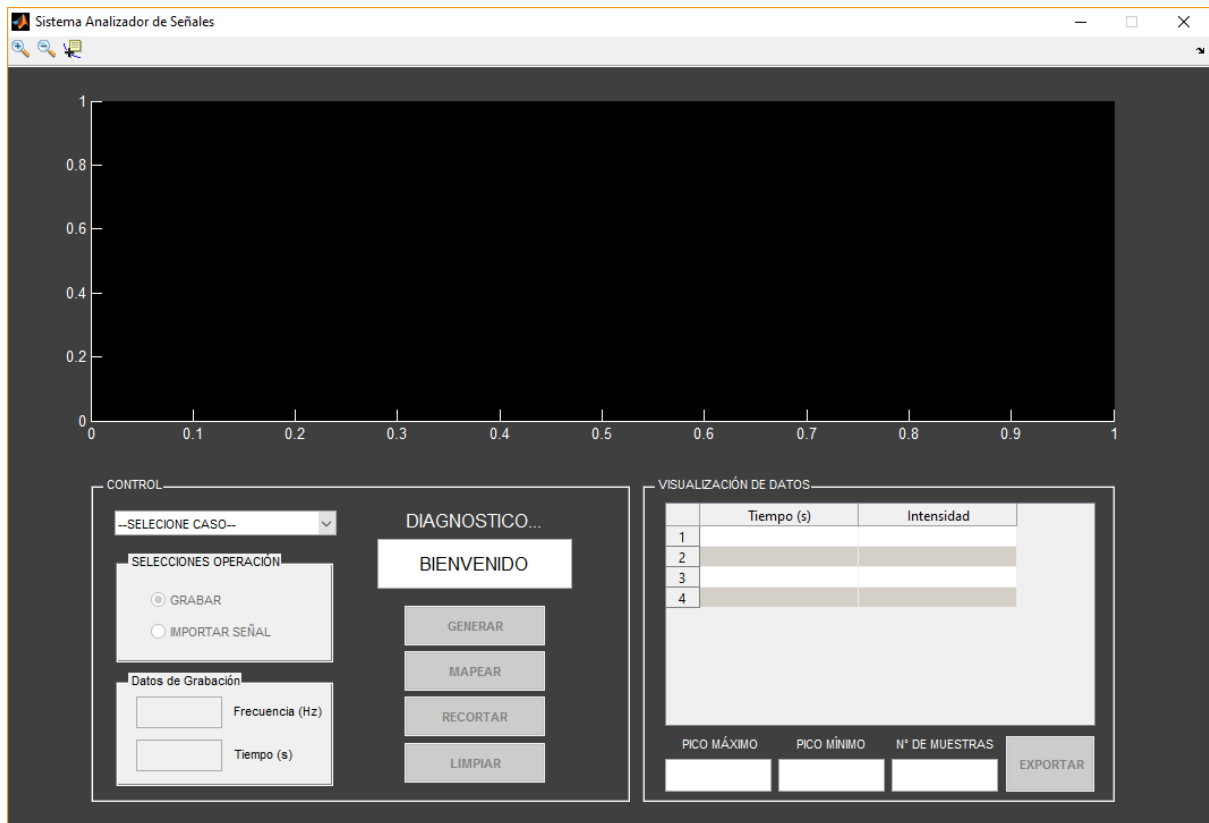


Figura 2-2. Interface Gráfica de Usuario (GUI)

Capítulo 3

Modelo Electromecánico de la caída del imán

3.1. Ecuación de movimiento con fricción magnética

En esta parte del trabajo se dedicaran algunas lineas al establecimiento y solución de las ecuaciones de movimiento de un imán cayendo dentro de un tubo de aluminio o cobre. Es no solo pertinente para el presente trabajo encontrar estas relaciones, sino plausible en el sentido que serán ellas las que describan el fenómeno estudiado y ademas permitirán derivar expresiones de un valor experimental.

En este sentido se seguirá un camino un tanto matemático al principio, para luego presentar los resultados obtenidos en una ecuación que será, quizá, el pilar experimental del experimento realizado en este trabajo.

Para efectos de notación tenga presente la lista de símbolos, en donde encontrara no solo las magnitudes encontradas o usadas en el escrito sino también el sistema de unidades en el cual se están desarrollando los cálculos.

Cuando se deja caer un imán por un tubo (de aluminio o cobre) se presenta un fenómeno extraño, en el sentido de la desestabilidad de las ideas que se tienen previas al desarrollo mismo del evento (caída del imán). Esto debido a que si bien el imán no presenta una interacción apreciable con el cobre o el aluminio es admisible pensar que al dejar caer el imán dentro de uno de estos dos tubos no se presentara acción ninguna y por tanto caerá tal cual a una piedra u objeto cualquiera, es decir, por el solo efecto de su peso. Sin embargo al desarrollar la experiencia se puede observar que el imán cae lento, como si algo (que no se puede ver) le estuviera impidiendo el descenso libre. En esto radica tal desestabilidad o desequilibrar en cuanto a las ideas de un fenómeno, pues teniendo algo en mente (ideas previas) acerca del funcionamiento o evolución de un evento luego de llevarse acabo resulta manifestarse totalmente contrario a como se pensaba inicialmente, es decir generando un conflicto de ideas, que harán en el espectador una sensación de curiosidad, inquietud, maravilla, asombro que no harán mas que llevarle (al estudiante), dirigirlo a la búsqueda del entendimiento del fenómeno. Lo anterior tiene un gran valor pedagógico pues aquellas experiencias que manifiestan discrepancia de ideas permitirán generar en un estudiante un deseo "genuino" de aprender.

Mostrando brevemente el evento y las implicaciones pedagógicas de el experimento del tubo de Lenz, se hace pertinente desarrollar un modelo matemático que permita dar luz acerca al fenómeno físico de la caída de un imán dentro de un tubo, y posibilite acceder a resultados de tipo experimental, que logran introducir la medición en el análisis de este evento y por tanto proveer una descripción tanto cualitativa como cuantitativa.

Cuando el imán se deja en libertad de caer dentro del tubo actúa una fuerza que es conocida, y es la responsable de la caída, esto es, el peso. Sin embargo aparte de caer el imán lo hace lento, esto lleva a pensar que debe de existir una fuerza que genera este movimiento lento. Esta fuerza es pues contraria al peso y su efecto sera el de generar una fricción. Esta fuerza es de tipo magnética, así que se llamara a esta fricción, que hace la caída lenta del imán, fricción magnética.

sean \vec{W} el peso del imán, con un valor de mg , siendo m la masa del imán y g la aceleración de la gravedad, y \vec{F}_m la fuerza magnética. Como la fuerza magnética es la fricción entonces el modelo electromecánico sera:

$$\vec{W} - \vec{F}_m = m\vec{a} \quad (3-1)$$

Teniendo presente que el movimiento es unidireccional, se puede tomar el eje z por ejemplo como dirección del movimiento, en este caso la ecuación (3-1) tendrá la forma:

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + F_m = mg \quad (3-2)$$

3.1.1. Estimación analítica de la Fuerza de fricción magnética

Según la ley de inducción electromagnética de Faraday expuesta en el capítulo 1 sección (1.2) un campo magnético variable genera corrientes inducidas en un conductor (cercano) tal que forman un campo magnético que se opone a la variación del campo magnético inicialmente variable. Para el caso de la caída del imán, cuando éste se mueve dentro del tubo se generan corrientes inducidas en la sección transversal del mismo. En este sentido las corrientes inducidas formaran una fuerza sobre el imán cuyo efecto sera siempre oponerse al peso del imán y por tanto generar una fuerza de fricción (magnética).

El campo magnético del imán se aproxima a un dipolo magnético, según el apéndice A (que se encuentra al final de este trabajo) este campo en coordenadas cilíndricas tiene dos componentes, una en dirección radial y otra a lo largo del eje z.

La fuerza que ejerce este dipolo sobre la sección transversal del tubo, esto es una porción de espira $d\vec{l}$ de corriente inducida de intensidad I , esta dada por la relación de Lorentz:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (3-3)$$

o bien si se hace $d\vec{l} = \vec{a}_t dl$ siendo \vec{a}_t un vector tangente unitario a la espira

$$d\vec{F} = I dl \vec{a}_t \times \vec{B} \quad (3-4)$$

El campo magnético de un dipolo tiene dos componentes (véase el apéndice A) una componente en dirección radial y otra en dirección vertical. La componente radial genera una fuerza vertical y la componente vertical produce una fuerza radial, sin embargo la fuerza radial se anula por la simetría de la espira circular, de este modo solo queda presente la fuerza vertical. En este sentido la fuerza sobre el elemento de espira generado por el imán está dado por:

$$d\vec{F}_z = IB_\rho dl = JB_\rho dV \quad (3-5)$$

Siendo $dV = \rho d\rho d\phi dz$ el elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas, J es la densidad de corriente (corriente por unidad de área).

Ahora note que J se puede escribir según la ley de Ohm como sigue:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3-6)$$

Siendo $\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$ según la ley de Faraday.

La velocidad de caída del imán es en dirección vertical (eje z) y el campo magnético (dipolo magnético) tiene dos componentes, como se mencionaba anteriormente, así que la expresión (3-6) tendrá la forma:

$$\vec{E} = v\hat{z} \times (B_\rho\hat{\rho} + B_z\hat{z}) = vB_\rho\hat{\phi}$$

De este modo la ecuación (3-6) será:

$$\vec{J} = \sigma v B_\rho \hat{\phi} \quad (3-7)$$

o bien su magnitud

$$J = \sigma v B_\rho \quad (3-8)$$

Y por tanto la fuerza expresada en la ecuación (3-5) estará expresada por:

$$d\vec{F}_z = (2\pi)\sigma v (B_\rho)^2 \rho d\rho dz \quad (3-9)$$

Pero según el apéndice A la componente radial del campo magnético de un dipolo está dado por:

$$B_\rho = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{3\rho z}{(\rho^2 + z^2)^{5/2}} \quad (3-10)$$

De este modo se puede escribir la ecuación (3-9) de la siguiente forma:

$$dF_z = \frac{9(\mu_0 M)^2 \sigma v}{8\pi} \frac{z^2 \rho^3}{(z^2 + \rho^2)^5} d\rho dz \quad (3-11)$$

Para la solución de esta integral se tendrán presentes algunas aproximaciones que dan razón de aspectos técnicos y también físicos. La primera es, bajo aproximación, que el campo magnético del imán es considerado como el campo de un dipolo magnético, en este sentido la ecuación (3-11) es la aproximación de la fuerza de rozamiento generado por un dipolo magnético al caer dentro de un tubo de aluminio o cobre; el campo magnético del imán es equivalente al campo magnético producido por una espira circular, y el tubo es un arreglo de N espiras circulares. De este modo la caída del imán dentro del tubo representa el sistema físico de una espira cayendo dentro de otra espira, y por tanto una espira (imán) genera una inducción electromagnética en otra espira (sección transversal del tubo).

La siguiente consideración es tener presente que el espesor del tubo es relativamente pequeño, esto con respecto a las dimensiones del diámetro del tubo y las dimensiones del imán. Bajo esta aproximación la integración que debe hacerse en la ecuación (3-11) no dependerá de la componente radial, pues como el espesor es tan pequeño la componente radial del campo no varía considerablemente respecto a esta dirección. La ecuación (3-11) tomará una forma particular al considerar los siguientes parámetros.

Sean a el radio interno del tubo, b el radio externo, c el radio medio, y ϵ el espesor del mismo. Es posible escribir estos valores como sigue:

$$c = \frac{a + b}{2} \quad (3-12)$$

$$\epsilon = b - a \quad (3-13)$$

Tenga además presente que la integración respecto a ρ se tomara para $\rho = c$ es decir para el radio medio. Bajo estas condiciones se puede reescribir la ecuación (3-11) como sigue:

$$dF_z = \frac{9(\mu_0 M)^2 \sigma v c^3}{8\pi} \frac{z^2}{(z^2 + c^2)^5} d\rho dz \quad (3-14)$$

o bien luego de integrar respecto a ρ se tendrá:

$$F_z = \frac{9(\mu_0 M)^2 \sigma v c^3 \epsilon}{8\pi} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z^2}{(z^2 + c^2)^5} dz \quad (3-15)$$

La siguiente aproximación es considerar que el tubo tiene una longitud infinita, esto con respecto a las dimensiones del imán. Bajo esta última consideración los límites de integración serán de $z_1 = -\infty$ a $z_2 = \infty$, y por tanto la integral de la ecuación (3-15) tomara la siguiente forma

$$F_z = \frac{9(\mu_0 M)^2 \sigma v c^3 \epsilon}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z^2}{(z^2 + c^2)^5} dz \quad (3-16)$$

Luego de integrar se obtiene finalmente la fuerza de fricción

$$F_z = \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon}{1024c^4} v \quad (3-17)$$

Esta será la fuerza de fricción generada por efecto de la caída del imán dentro el tubo; esta sera la responsable de una caída no libre, sino con fricción magnética.

3.1.2. Solución ecuación del movimiento con fricción magnética

Con base en el el resultado encontrado en el apartado (3.1.1) la ecuación de movimiento (3-2) quedara escrita como:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon}{1024 c^4} v = mg \quad (3-18)$$

o simplemente

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + kv = mg \quad (3-19)$$

siendo

$$k = \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon}{1024 c^4} \quad (3-20)$$

La ecuación (3-18) o (3-19) es una ecuación diferencial lineal de segundo orden no homogénea, cuya solución puede encontrarse al reducir el orden y solucionar por medio de factor integrante por ejemplo.

Al reducir el orden la ecuación diferencial (3-19) queda expresada como:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \quad (3-21)$$

cuyo factor integrante es

$$\beta = e^{\frac{k}{m} t}$$

luego de usar este factor integrante, bajo la condición inicial $v(0) = 0$ es decir se deja caer el imán, se tiene

$$v(t) = \frac{1024 g c^4 m}{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon} \left(1 - e^{-\frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon t}{1024 c^4 m}} \right) \quad (3-22)$$

O si se prefiere en forma compacta como

$$v(t) = g \frac{m}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m} t} \right)$$

Si se sigue integrando bajo la condición inicial $z(0) = h = 0$ se obtiene la función de posición.

$$z(t) = h + g \frac{m}{k} t + g \left(\frac{m}{k} \right)^2 \left(e^{-\frac{k}{m} t} - 1 \right) \quad (3-23)$$

Así se ha encontrado las soluciones a la ecuación de movimiento (3-2) en las ecuaciones (3-22) y (3-23). Estas ecuaciones serán de suma importancia para el análisis experimental ulterior como también para el proceso de medición.

3.2. Determinación de la velocidad limite y Momento magnético del imán

Cuando se este realizando la descripción experimental del movimiento del imán dentro del tubo, se podrá ver que la velocidad limite se alcanza rápidamente, en comparación con el tiempo total del movimiento. Si se piensa en relación a las condiciones o variables que deben estar implícitas en la ecuación que describe esta velocidad limite, es razonable pensar que debe depender del tipo del material del tubo, pues la experiencia muestra que el imán tiene un tiempo de movimiento diferente en cada tubo; es pues una propiedad del material que determinara la velocidad limite (y en general la velocidad el movimiento). Esta propiedad debe ser relacionada a la facilidad para que se muevan cargas y por tanto formen corrientes, que a su vez generan el campo magnético (opuesto al del imán) que impedirá la caída libre del mismo, es decir, el responsable de aquella fuerza de fricción que se ha encontrado en el apartado (3.1.1). Esta variable que expresara la facilidad de movimiento de las cargas es la conductividad del material, y sera por tanto un valor fundamental en el movimiento del imán dentro del tubo. Por otra parte esta velocidad deberá también depender de la propiedades físicas del tubo, por ejemplo los radios internos y externos, el espesor etc, así también de la masa del imán.

Si se toma la ecuación (3-22) y se estima el limite para cuando el tiempo es infinito se encontrara la velocidad limite. Adviértase que este infinito no es de tipo matemático, es decir, la velocidad limite no se encontrara luego de transcurrir un tiempo infinito, pues es ilógico pensar así sabiendo que el imán tarde un tiempo finito en recorrer toda la distancia del total del tubo en su caída, es mas bien un infinito físico, es decir, con sentido respecto al fenómeno ocurrido, debido a que el tiempo en el cual el imán alcanza la velocidad limite es pequeño en comparación con el tiempo total del movimiento (es decir el tiempo desde que el imán entra hasta el que sale del tubo).

Si se toma la ecuación (3-22) y se aplica el limite se tendra:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1024gc^4m}{45(\mu_0M)^2\sigma\epsilon} \left(1 - e^{-\frac{45(\mu_0M)^2\sigma\epsilon t}{1024c^4m}} \right) \quad (3-24)$$

Lo cual sera simplemente:

$$v_L = \frac{1024mgc^4}{45(\mu_0M)^2\sigma\epsilon} \quad (3-25)$$

Esta sera pues la velocidad limite que alcanza el imán en su caída y sera de gran valor en el presente trabajo, pues permite dar una medida cuantitativa del momento magnético del imán usado, y si esta ecuación funciona bien no debe proveer resultados diferentes si se cambia el tubo usado en el experimento, es decir, la medida del momento magnético del imán es independiente del tubo, en efecto es así porque lo que cambia es el tubo, no el imán.

Al despejar M de la ecuación (3-25) se tiene:

$$M = \frac{32c^2}{\mu_0} \sqrt{\frac{mg}{45v_L\sigma\epsilon}} \quad (3-26)$$

Esta será la expresión para encontrar el momento magnético del imán en función del peso del imán, la conductividad, el espesor del tubo y la velocidad límite. Este cálculo permitirá responder a uno de los objetivos específicos de este trabajo.

Capítulo 4

Análisis y Resultados

En este capítulo finalmente se analizará y discutirá el procedimiento experimental realizado para describir el movimiento de caída de un imán por un tubo, así también se presentaran los resultados encontrados mediante los procedimientos de medición realizados con la interface gráfica de usuario. En lo que sigue el lector deberá tener presente el capítulo 2 en donde se esboza básicamente los procedimientos de medición con la interface gráfica de usuario, debido a que en este capítulo se verá la GUI en acción.

4.1. Determinación experimental de la velocidad límite

Como ya se ha comentado el desarrollo de una GUI (Interface Gráfica de Usuario) para la descripción del fenómeno de caída de un imán por un tubo (aluminio o cobre) representa el valor más importante del presente proyecto, en el sentido de que expone una forma alternativa de realizar mediciones sobre fenómenos eléctricos, especialmente de bajo voltaje. Si bien las mediciones de señales eléctricas se realizan habitualmente con multímetros, amperímetros o voltímetros, la caracterización de fenómenos eléctricos que varían en el tiempo, es decir que su medición no permanece constante en el intervalo de tiempo de medición, no queda totalmente descrita por estos elementos (instrumentos de medición) debido a que su indicador está cambiando continuamente y esto imposibilita su lectura con fines de registro. Lo anterior expone la pertinencia del uso de una GUI como sistema de lectura de señales eléctricas que minimiza los problemas presentados por los instrumentos habituales de lectura de las mismas, así también reduce los errores presentes en la medición.

4.1.1. GUI en acción

El instrumento realizado para dar cuenta de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz consiste en una estructura que sostiene a dos tubos simultáneamente, uno de aluminio y otro de cobre, ambos de espesor $\epsilon = 2,6\text{mm}$ y radio externo de $b = 2,21\text{cm}$. En cada tubo se ha realizado un sistema de medición compuesto por un conjunto de 21 bobinas, de 15 vueltas, conectadas en serie y a su vez conectadas a un Plug (Conector Jack) de sonido. Estas bobinas están distribuidas (ubicadas) cada 10 centímetros en un tubo de 2 metros de largo. La idea fundamental es que cada vez que el imán pase por cada

una de las bobinas se genera una corriente inducida que será leída por el computador y examinada con la GUI. El sistema computacional GUI permite determinar en que momentos el imán está pasando por cada bobina, en este sentido sabiendo la distancia entre bobinas y los tiempos en los cuales el imán pasa por cada bobina es posible encontrar un diagrama posición-tiempo que revelará la velocidad del movimiento y con esto (sabiendo posición y momento o velocidad) conocer el estado de movimiento del sistema. Así que se procederá a la presentación, descripción y uso de la GUI, mostrar el procedimiento para adquirir información con ella y poder con esto dar una descripción tanto cualitativa como cuantitativa de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz.

Como se ha explicado en el capítulo 2 la GUI desarrollada tiene dos grandes funciones (principales) importar señales o grabar señales. La primera opción hace referencia a cuando se tiene de base una señal (grabada en otro programa, externo) y se pretende usar en la GUI, la segunda opción se refiere a una grabación desde el mismo programa. Las dos opciones son equivalentes y tendrán las mismas funciones, es simplemente una alternativa que se le da al usuario para trabajar directamente en la GUI o usar algún archivo externo (por ejemplo grabado en Audacity). Cada una de estas funciones como se mencionó posee todas las herramientas de trabajo, que se pueden agrupar en dos módulos, mapear y analizar. La primera opción hace referencia a un análisis manual del espectro (señal), en la segunda opción se realiza un análisis automático.

La función más importante de la GUI es la que permite establecer los picos, o puntos máximos y mínimos de un espectro, que para el presente trabajo representan los momentos en los cuales el imán pasa por cada uno de las bobinas ubicadas a lo largo del tubo. Tenga presente que el espectro está dado como una relación de intensidad y tiempo (siendo la intensidad la variable dependiente y el tiempo la variable independiente), formalmente es un espectro en función del tiempo. En las figuras (4-1) y (4-2) se puede ver las dos modalidades para cálculo de picos, es decir tanto para el método manual como para el método automático.

Para efectos del trabajo se usará la función manual de la GUI. Como se mencionó se necesita calcular los picos del espectro que se ha introducido a la GUI, esto tiene como propósito lograr determinar la velocidad de caída del imán, pues si revisa el análisis desarrollado en la sección (3.1.2) y especialmente la ecuación (3-26) notará que el único valor necesario para que las soluciones a la ecuación de movimiento (3-18) queden totalmente determinadas, es el valor de la velocidad de caída del imán, que como se verá más adelante en la sección (4.3) será constante.

Luego de realizar un mapeo en la GUI para encontrar los picos del espectro es posible saber en que tiempo se hallaron los mismos, y sabiendo que cada bobina se halla a 10 cm la una de la otra se puede construir una tabla y un gráfico que relaciona la posición y el tiempo de caída del imán en cada uno de los tubos (aluminio y cobre).

La representación gráfica de la tabla (4-1) se halla a continuación, en las figuras (4-3) y (4-4).

Uno de los aspectos de gran relevancia del trabajo (y que se mostrará con un poco más de detalle en el apartado 4.3) es que la velocidad de caída del imán es constante en la mayoría del tiempo del movimiento; aproximadamente entre el 98 % y el 99 % del tiempo de movimiento del imán la velocidad es constante. En este sentido las velocidades representadas por las pendientes de las figuras (4-3) y (4-4) serán las velocidades predomi-



Figura 4-1. Interface Gráfica de Usuario (GUI), método de análisis manual

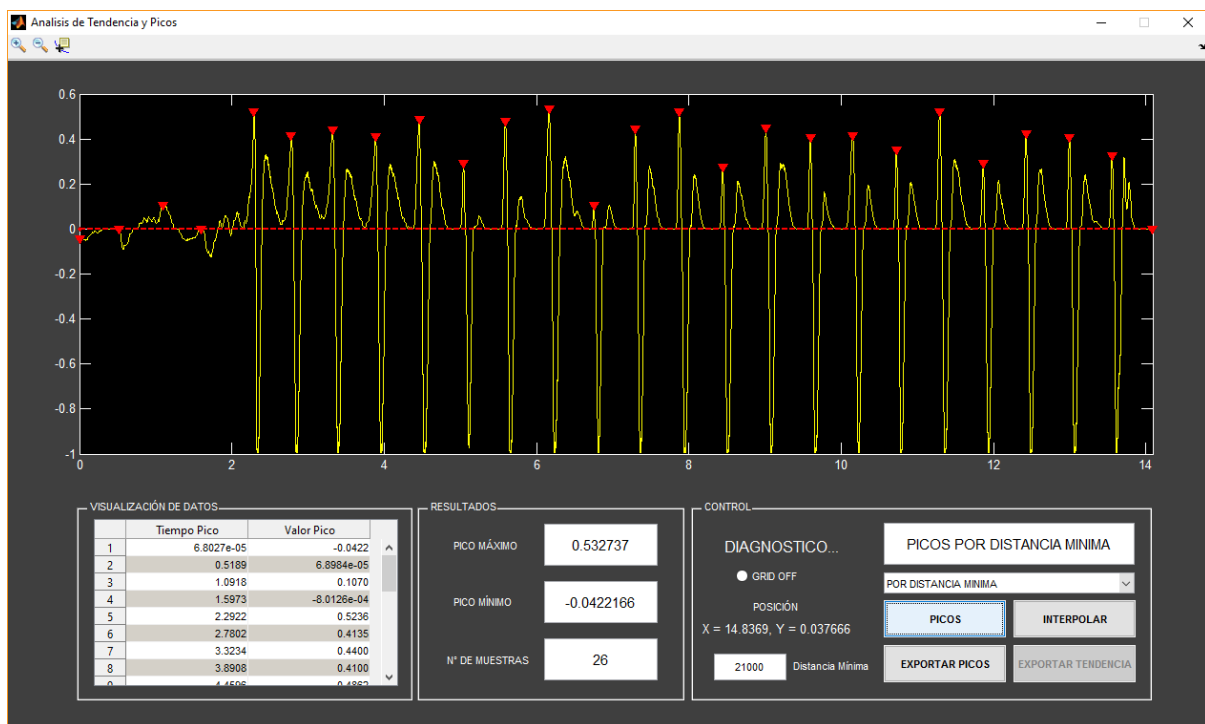


Figura 4-2. Interface Gráfica de Usuario (GUI), método de análisis automático

Tubo Aluminio		Tubo Cobre	
Tiempo ($\pm 10^{-4}$ s)	Posición (± 0.01 m)	Tiempo ($\pm 10^{-4}$ s)	Posición (± 0.01 m)
0,0000	0,00	0,0000	0,00
0,3877	0,10	0,5010	0,10
0,7754	0,20	1,0396	0,20
1,1630	0,30	1,6158	0,30
1,5602	0,40	2,1795	0,40
1,9384	0,50	2,7682	0,50
2,3261	0,60	3,3068	0,60
2,7421	0,70	3,8955	0,70
3,1204	0,80	4,4717	0,80
3,5175	0,90	5,0229	0,90
3,9052	1,00	5,5991	1,00
4,3118	1,10	6,1627	1,10
4,7278	1,20	6,7389	1,20
5,1061	1,30	7,3151	1,30
5,5032	1,40	7,8788	1,40
5,8814	1,50	8,4424	1,50
6,2786	1,60	9,0186	1,60
6,6852	1,70	9,5948	1,70
7,0728	1,80	10,1460	1,80
7,4700	1,90	10,7221	1,90
7,8198	2,00	11,2608	2,00

Tabla 4-1. *Tiempos y Posiciones de la caída del imán dentro de los dos tubos (Aluminio y Cobre)*

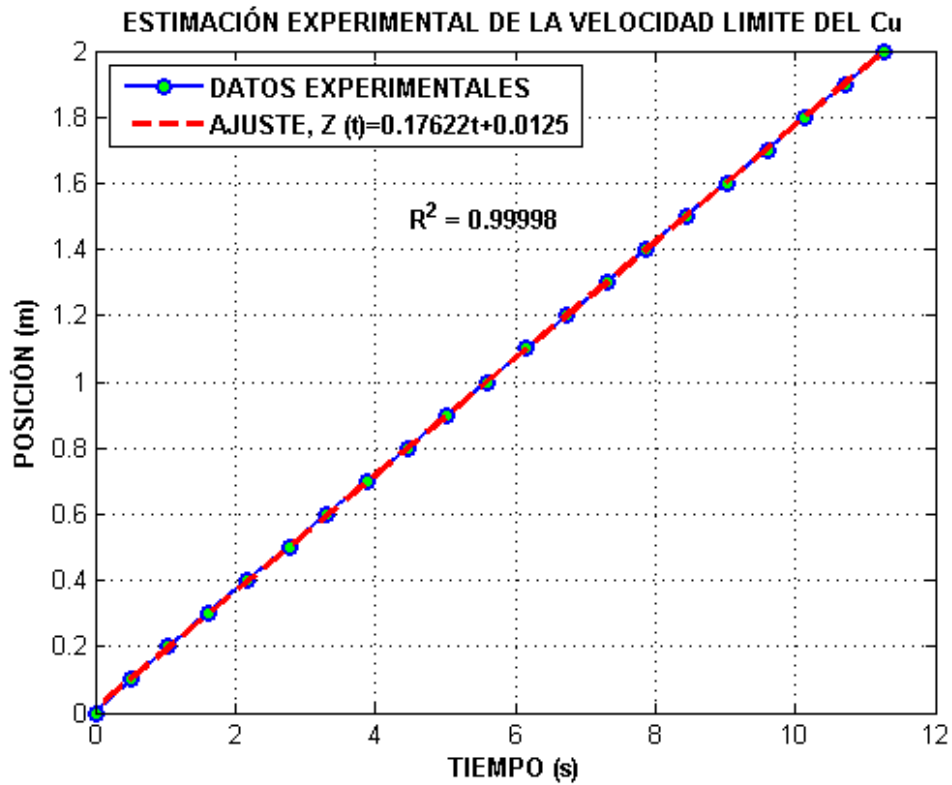


Figura 4-3. Representación gráfica de la caída del imán (gráfico de Posición VS Tiempo para el caso del tubo de Aluminio).

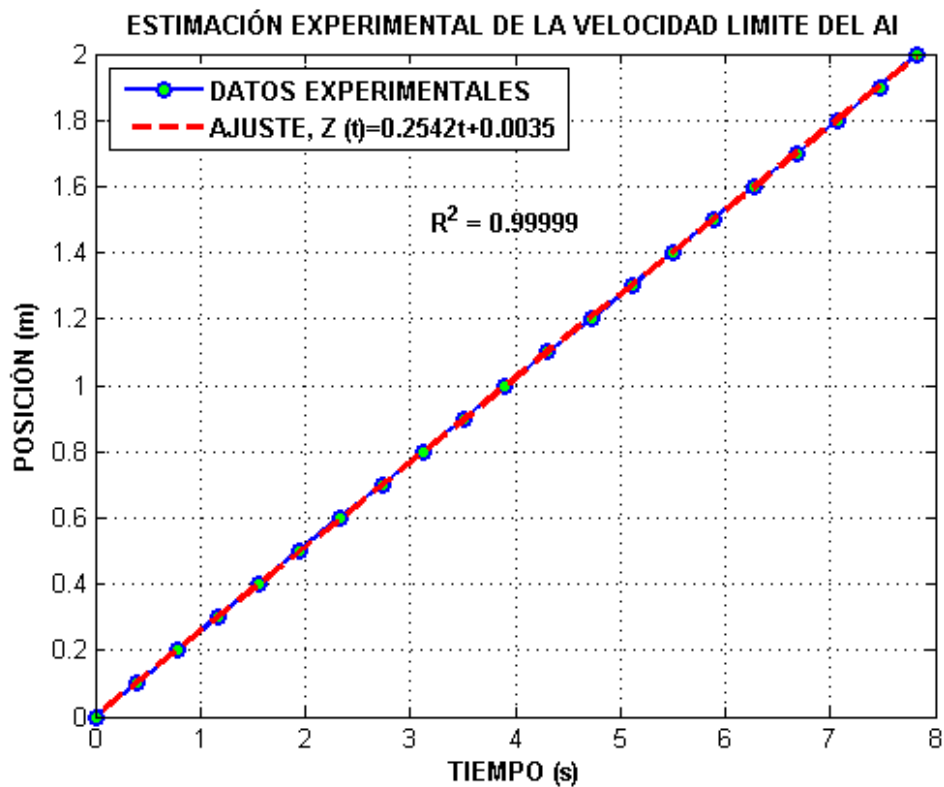


Figura 4-4. Representación gráfica de la caída del imán (gráfico de Posición VS Tiempo para el caso del tubo de Cobre).

minantes en el movimiento de caída del imán en cada tubo, y por tanto serán el producto experimental de mayor valor en el presente trabajo, pues como se ha podido ver en la solución de la ecuación de movimiento (3-18) todos los resultados posteriores dependen de este valor.

Cuando en la sección (3.2) se estimo la velocidad limite de la caída del imán, se estimo un tiempo infinito (matemáticamente hablando), pero este tiempo físicamente no es infinito, sino por el contrario sera un tiempo determinado del tiempo total del movimiento. Lo interesante es que en este tiempo se alcanza la velocidad limite, que sera precisamente la velocidad encontrada experimentalmente con la GUI en el procedimiento anterior, revelado en la tabla (4-1) y los gráficos (4-3) y (4-4), a saber:

$$vl_{Al} = 0,2543m/s \quad (4-1)$$

para el aluminio, y

$$vl_{Cu} = 0,1762m/s \quad (4-2)$$

para el cobre.

Teniendo estos valores sera posible no solo dar la descripción completa del sistema, sino que permitirá realizar un calculo ulterior de sustancial importancia en el trabajo, este es, el momento magnético del imán usado en el experimento.

4.2. Calculo del momento magnético del imán

En este apartado se volverá a la ecuación (3-26), pues ya es posible hacer una estimación del valor M (momento magnético) del imán. Antes de proceder con el calculo es pertinente mencionar que este valor (el de M) representa el calculo mas importante del trabajo, en el sentido que confluyen todos los valores experimentales, análisis matemáticos y el uso de la GUI como medio de adquisición de datos experimentales y medidas de error. El calculo del momento magnético del imán usado en el experimento es por tanto el producto mas importante de este trabajo de grado.

Recordando la ecuación (3-26) se obtuvo:

$$M = \frac{32c^2}{\mu_0} \sqrt{\frac{mg}{45v_L\sigma\epsilon}}$$

en donde todos los valores son conocidos. En el caso de v_l se refiere a la velocidad limite que se ha encontrado en el apartado (4.1), para el caso del uso de un tubo de aluminio y uno de cobre. En principio se espera que al introducir los valores de las ecuaciones (4-1) y (4-2) en la ecuación (3-26) se obtenga un valor que debe ser independiente del tubo, y esto es cierto pues el imán que se deja caer es el mismo para cada tubo. Si revisa de nuevo esta ecuación (3-26) notara que lo único que cambia para cada tubo son los valores de σ (conductividad del tubo) y v_l (velocidad limite del imán al caer en cierto tubo) pues son los únicos valores que dependen exclusivamente del tubo, de modo que al aumentar

unas de estas variables la otra debe también cambiar, y lo hace en una proporción inversa (como se ve en la ecuación 3-26). El lector puede probar fácilmente que:

$$\sigma = \frac{C}{v_l} \quad (4-3)$$

En este sentido se puede ver que si la velocidad límite de uno de los tubos es menor que en el otro (es decir el imán cae mas lento en un tubo que en otro, como se puede ver en los resultados del apartado anterior) es debido a que la conductividad de dicho tubo es mayor. Note además que esto está directamente relacionado a la inducción electromagnética que se genera en cada tubo, pudiendo afirmar (bajo los resultados experimentales encontrados) los dos enunciados a continuación:

- *A menor velocidad límite, mayor conductividad en el tubo.*
- *A mayor conductividad mayor inducción electromagnética.*

Si ahora se introducen los valores constantes respectivos en la ecuación (3-26) y los valores intrínsecos del tubo (conductividad y velocidad límite) se obtendrá:

para el tubo de cobre

$$M_{Cu} = 3,7052Am^2 \quad (4-4)$$

y para el tubo de aluminio

$$M_{Al} = 3,7532Am^2 \quad (4-5)$$

Por tanto el momento magnético del imán está en un intervalo numérico de:

$$3,7052Am^2 \leq M \leq 3,7532Am^2 \quad (4-6)$$

Es decir que la máxima precisión que se puede tener en el cálculo del momento magnético del imán en este experimento es de:

$$Presición = 0,0479Am^2 \quad (4-7)$$

El lector podrá ver que este resultado alcanza el primer decimal, en el segundo se inicia un desfase dado por la expresión (4-7).

Antes de finalizar esta sección se hace pertinente destacar un resultado que se ha podido obtener mediante el uso de la GUI para el análisis de las señales provenientes del instrumento de medida, y que tiene que ver con la determinación de los polos de un imán mediante el sentido de la corriente (signo del voltaje inducido) inducida en las bobinas del instrumento de medida.

Cuando el imán cae dentro del tubo según el diagrama esquemático de la figura (1-2), en la sección transversal del tubo se generan corrientes inducidas de un sentido tal que generan un campo magnético que se opone al campo magnético del imán, retrasando

por tanto su caída (genera fricción). En este sentido es posible saber con cual polo esta cayendo el imán (tomando el eje z negativo como la orientación del polo de abajo, véase de nuevo la figura 1-2) si se determina (para el trabajo, experimentalmente) el signo del voltaje inducido (o bien de la corriente inducida). Si se toma como referencia el sistema físico planteado por la figura (1-2) notara que el imán cae con el polo sur para abajo de modo que la espira debe generar un campo magnético tal que se forme un polo sur para arriba (eje z positivo) tal que exista una repulsión, de modo que el imán caiga lento, como se observa al realizar la experiencia. Para generarse este campo magnético inducido repulsivo para con el imán es necesario que una corriente (inducida) se geste en sentido horario, así que si se mide un voltaje de signo negativo se entenderá que la corriente esta moviéndose en sentido horario y de este modo generando tal campo magnético con un polo sur para arriba, esto es, dirigido hacia el eje z positivo. Por otra parte una vez el imán pasa la espira se debe generar un campo magnético que atraiga al imán, pues al pasar el imán (según la figura 1-2) el polo norte queda debajo de la espira así que la espira debe generar un campo magnético tal que exista atracción para con el imán, esto es posible solo si en la parte baja de la espira se forma un polo sur. Ahora para generar este polo sur la corriente debe moverse en sentido anti-horario. Bajo lo expuesto anteriormente se pueden llegar a las siguientes proposiciones:

- *Si el imán cae con el polo norte hacia arriba se generará una corriente negativa y posteriormente una corriente positiva*
- *Si el imán cae con el polo sur hacia arriba se generará una corriente positiva y posteriormente una corriente negativa*

Es plausible recordar que estas proposiciones son consistentes con la figura (1-4), en la cual se representa la curva de inducción de la ecuación (1-13). En la figura (4-5) se presenta el espectro característico de caída del imán dentro de un tubo, tanto de aluminio como de cobre, en el cual se puede apreciar que primero se generan inducciones positivas y luego negativas, de modo que bajo las definiciones anteriores es posible decir que el imán esta cayendo con el polo sur para arriba. Como se ha mostrado la GUI permite determinar los polos de un imán analizando el espectro de inducción que se genera al caer dentro del tubo.

4.3. Discusión de las ecuaciones de movimiento

Es este apartado competará realizar una discusión entorno a los análisis llevados a cabo en las secciones (4-1), (4.2) y en general del movimiento de caída del imán dentro del tubo. Procederemos a representar gráficamente las soluciones de la ecuación (3-18), particularmente las ecuaciones (3-22) y (3-23), como sigue.

4.3.1. Análisis de la función de velocidad

Uno de los aspectos que se ha mencionado es que la velocidad predominante en el movimiento es constante, en ese sentido es posible denominar el movimiento de caída del imán como aproximadamente un movimiento rectilíneo uniforme. En esta sección se

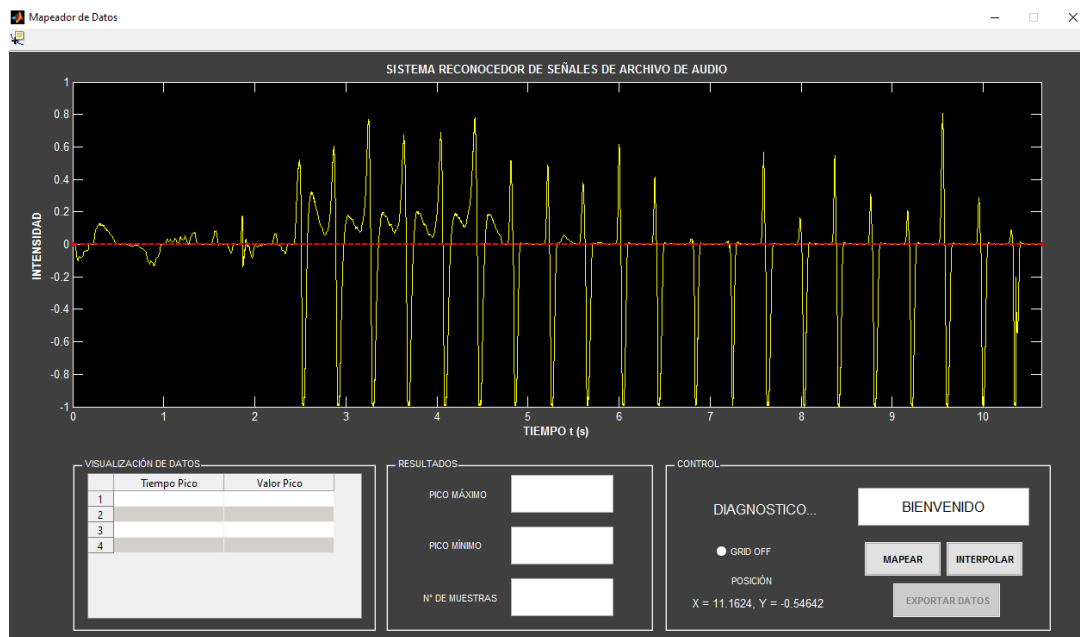


Figura 4-5. Espectro típico de inducción. Éste revela los polos del imán cayendo con base en los signos de la inducción

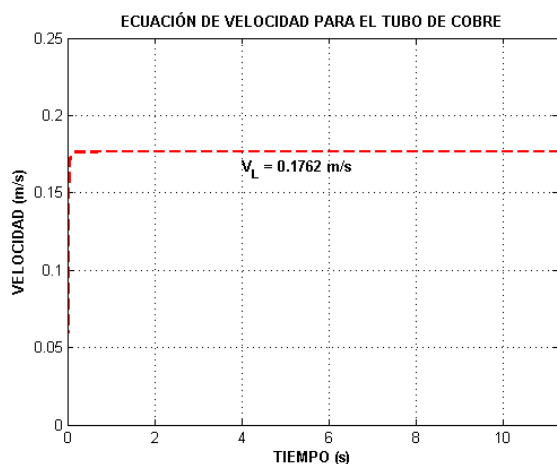


Figura 4-6. Curva Completa

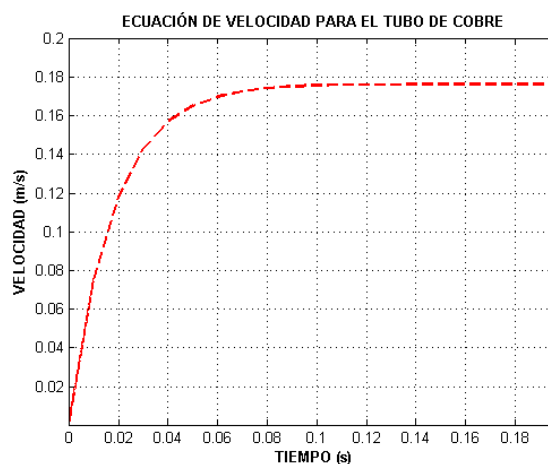


Figura 4-7. Etapa de crecimiento exponencial

presentará la forma en la que el modelo planteado en la ecuación (3-18) manifiesta que la velocidad limite se alcanza rápidamente, y dando un resultado equivalente al calculado experimentalmente.

El gráfico que se puede obtener de la ecuación (3-22) es una exponencial, que según las implicaciones que se tienen, debe de curvarse a tal punto que parezca una curva recta (constante), esto para que la velocidad no varíe. Además esta curva constante se debe alcanzar rápidamente pues experimentalmente se puede ver que la velocidad es constante, al parecer, durante todo el movimiento. (Véase de nuevo las figuras 4-3 y 4-4). En las figuras de la (4-6) a la (4-9) se podrá ver si lo anteriormente descrito es verdad.

Como puede apreciarse en la figura (4-6) la gran mayoría del movimiento la velocidad es constante y de valor $v_l = 0,18m/s$. Por otra parte la figura (4-7) muestra la etapa del movimiento en la cual la velocidad no es constante, por el contrario es un crecimiento

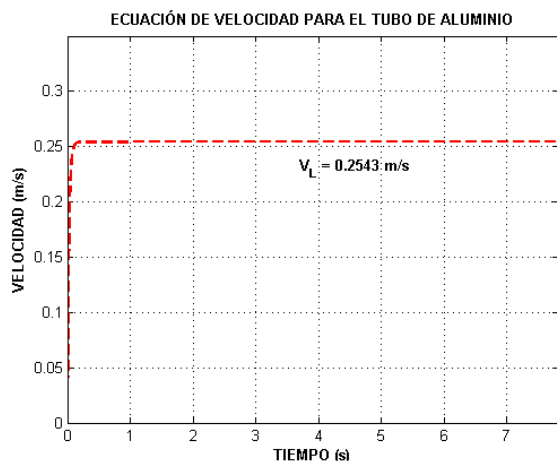


Figura 4-8. Curva Completa

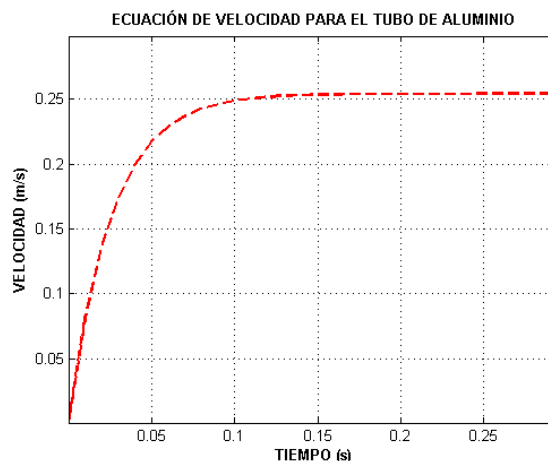


Figura 4-9. Etapa de crecimiento exponencial

exponencial (tenga presente que el movimiento total es una exponencial, pero la gran parte de este movimiento es lineal). Además de esto es posible determinar (mediante el gráfico) el momento en el cual la velocidad comienza a ser constante, este tiempo es $t = 0,1s$. Finalmente si se tiene presente la tabla (4-1) el tiempo de movimiento total para el tubo de cobre es de $t_{max} = 11,26s$ por tanto es posible concluir que el 99,12% del movimiento la velocidad es constante, o bien que en el 0,88% del movimiento la velocidad es variable, y representa el tiempo que dura el imán en alcanzar su velocidad límite al caer dentro del tubo de cobre.

De igual forma se puede encontrar un resultado similar con el tubo de aluminio, tenga presente las figuras (4-8) y (4-9).

De nuevo se puede ver que la mayoría de tiempo del movimiento la velocidad permanece constante (figura 4-8). En este caso la figura (4-9) muestra que la velocidad límite (constante) se alcanza en $t = 0,15s$ de iniciarse el movimiento, esto es equivalente al 1,92% del total del tiempo de movimiento, teniendo presente que la tabla (4-1) revela que el tiempo total (máximo) del movimiento de caída del imán dentro del tubo de aluminio (menor que en el tubo de cobre) es de $t_{max} = 7,8198s$, en este sentido es posible afirmar que el 98,08% del movimiento la velocidad es constante y de valor $v_l = 0,25m/s$.

Como se pudo ver el movimiento de caída del imán por ambos tubos (aluminio y cobre) es en realidad un movimiento rectilíneo uniforme. Los gráficos expuestos en esta sección revelan dos etapas: la primera y mínima, en relación al al movimiento completo, es una etapa de crecimiento exponencial, la segunda y predominante en el movimiento es una etapa de evolución (sin variación de velocidad) constante, etapa en la cual la velocidad es la velocidad límite de la caída del imán.

4.3.2. Análisis de la función de Posición

Para este apartado se realizara un discusión entorno a la ecuación (3-23), esto es la función de posición. En la figura (4-10) y (4-11) esta representada la posición de caída del imán dentro del tubo de cobre y aluminio respectivamente. En estas gráficas se realiza un contraste con las figuras (4-3) y (4-4), es decir la velocidad límite encontrada experimentalmente con la ayuda de la GUI; en cada gráfica se vera representada el modelo

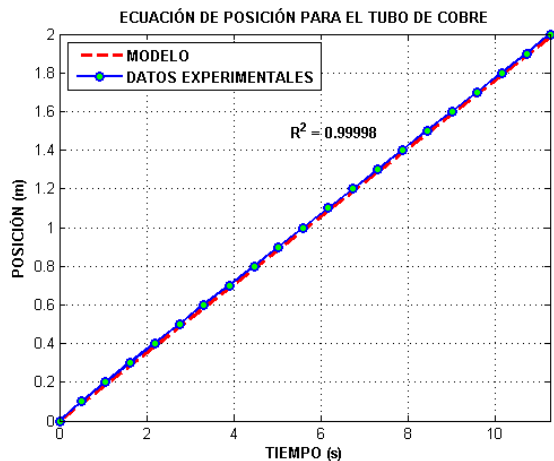


Figura 4-10. Contraste posición para el Cu

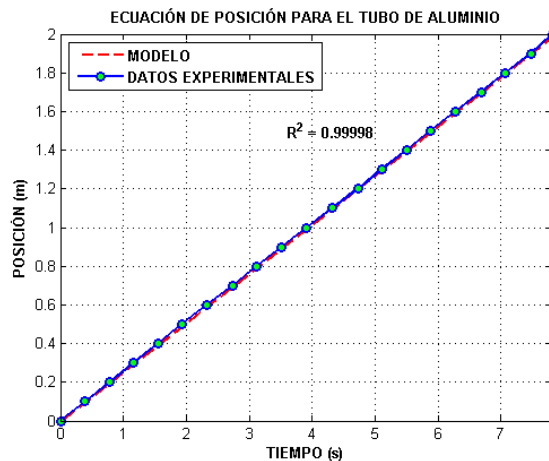


Figura 4-11. Contraste posición para el Al

(provisto por la ecuación 3-23) para cada tubo mediante líneas punteadas, y en líneas con círculos se representará los datos experimentales al calcular la velocidad límite.

Note que tanto en la figura (4-10) como en la (4-11) la curva del modelo representada por la ecuación (3-23) es prácticamente la misma curva que se obtiene al calcular la velocidad límite, esto expresa lo que, de nuevo, que la velocidad predominante en la totalidad del movimiento es constante, y precisamente es la velocidad límite, o bien quiere decir que la fuerza de fricción (magnética) logra anular el peso en una fracción de tiempo muy pequeña (del orden del 1% del tiempo de vuelo) haciendo que la suma de fuerzas sobre el imán se anule y por tanto caída en línea recta y con velocidad constante.

4.3.3. Estimación de la fuerza de fricción magnética

Ya habiendo dado los argumentos suficientes para decir que el movimiento de caída del imán es con velocidad constante (secciones 4.3.1 y 4.3.2) es interesante realizar una estimación de la fuerza de fricción magnética, que es la responsable de esta caída con velocidad constante (al contrarrestar al peso del imán). Para lo que sigue es necesario tener presente la expresión obtenida en la sección (3.1.1), particularmente la ecuación (expresión analítica) de la fuerza de fricción magnética ecuación (3-17). Se encontró que esta expresión estaba dada por:

$$F_z = \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon}{1024c^4} v$$

lo que es realmente una fuerza proporcional a la primera potencia de la velocidad.

$$F_z = kv \tag{4-8}$$

siendo

$$k = \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma \epsilon}{1024c^4}$$

Como se puede ver esta constante k depende tanto del momento magnético del imán como de la conductividad del tubo, y de otros parámetros más que son iguales en ambos tubos (como el radio medio del tubo, el espesor del tubo). En este sentido se tendrán dos valores para la fuerza de fricción, uno para cada tubo, teniendo presente que se tienen dos valores diferentes (pero cercanos) del momento magnético, de la conductividad y de la velocidad límite. Esto permite destacar que siempre que se mide algo se tiene una incertidumbre, hay error en la medida y por tanto hay un margen de precisión, que se mostrara mas adelante.

La constante k y la velocidad límite para el tubo de cobre están dados por:

$$k_{Cu} = 0,7543 \text{ Ns/m} \quad (4-9)$$

$$v_{Cu} = 0,1762 \text{ m/s} \quad (4-10)$$

Siendo la conductividad del cobre

$$\sigma = 5,7 \times 10^7 \text{ S/m} \quad (4-11)$$

De igual forma la constante k y la velocidad límite para el tubo de aluminio están dados por:

$$k_{Al} = 0,5228 \text{ Ns/m} \quad (4-12)$$

$$v_{AL} = 0,2543 \text{ m/s} \quad (4-13)$$

Siendo la conductividad del aluminio

$$\sigma = 3,8 \times 10^7 \text{ S/m} \quad (4-14)$$

teniendo los valores de las constantes y las velocidades límites es posible estimar numéricamente la fuerza de fricción magnética para cada tubo. Para el tubo de cobre sera:

$$F_{Cu} = 0,1329N \quad (4-15)$$

y para el tubo de aluminio

$$F_{Al} = 0,1329N \quad (4-16)$$

Si se compara este valor con el peso del imán se podrá ver que es el mismo valor, pues

$$W = m * g = 0,1329N \quad (4-17)$$

siendo $m = 13,6g$ y $g = 9,77m/s^2$

En este sentido se puede apreciar que la fuerza de fricción es del mismo valor que el peso del imán pero de un sentido tal (contrario) que hace que el imán caiga dentro del tubo con velocidad constante (las fuerzas actuando sobre el imán se anulan).

4.4. Sobre las medidas de error

De los aspectos de mayor relevancia en el presente trabajo de grado es la estimación de los errores presentes en el experimento, esto en el sentido de que precisamente se creo una GUI que permitía minimizar los errores de medición respecto al instrumento de medida, así también como los errores presentes en el proceso de medida. En este sentido se dedicaran algunas lineas a especificar dichos errores y reflexionar acerca de la creación de una interface gráfica de usuario como alternativa de medición de señales eléctricas de bajo voltaje.

4.4.1. Error en la GUI e Instrumental

La creación de una GUI para el análisis y descripción del fenómeno de caída del imán dentro del tubo es el aporte fundamental del presente trabajo de grado, esto en el sentido de minimizar los errores en la captura de datos (señales eléctricas de baja potencia). Al realizar la experiencia de dejar caer el imán por dentro del tubo y conectar el dispositivo de medición (las bobinas enrolladas en el tubo y conectadas al Plug de sonido que a su vez se conecta a la entrada de sonido del computador) se adquieren señales de sonido que son leídas por la GUI y graficadas en un espectro de Intensidad como función del tiempo. Al analizar los datos que se presentan en la tabla de la GUI se puede observar que el intervalo (paso) en el cual se presentan las muestras es del orden de 10^{-4} , esto en principio obedece a las especificaciones de adquisición de datos de la tarjeta de sonido del computador, es decir es este caso el instrumento de medida seria el computador y por tanto la precisión esta dada por el numero máximo de muestras que puede leer el computador en por ejemplo 1 segundo, lo cual puede entenderse también como el espacio (paso) que puede leer el computador entre cada muestra, que para la maquina que se uso en el experimento se puede ver que es del orden de 10^{-4} . Véase la figura (4-12) en donde se pueden ver estos datos.

Note que según la figura (4-12) las muestras seleccionadas y en general cualquier par de dos muestras, revelan un error de:

$$\Delta t = 10^{-4} \text{ s} \quad (4-18)$$

Cabe resaltar que la GUI permite realizar limpieza de ruido mediante instrucciones propias de Matlab, funciones que realizan filtros digitales sobre las señales (esto es una de las ventajas de Matlab con respecto a otros programas y la razón de la elección de este software para la creación de la GUI, además de la afinidad del autor del trabajo con el lenguaje de programación de Matlab) logrando eliminar ruidos que tienen las señales y representan contaminación. Para los datos que se han presentado y que se presentarán, debe tenerse presente que las señales se han pasado por estos filtros y por tanto han sido limpiadas. El lector puede ver algunos gráficos donde se ve esta limpieza, en el manual se usuario de la GUI en el apéndice B, especialmente las figuras (B-1), (B-2), (B-3) y (B-4).

Finalmente cabe exponer cual es el error que manifiesta el instrumento de medida, es decir el arreglo de bobinas conectadas en serie a un Plug de sonido, utilizado para introducir las señales de inducción (cuando cae el imán dentro del tubo) en la GUI. Resulta que como cada bobina se compone de un total de 15 vueltas, así que cuando

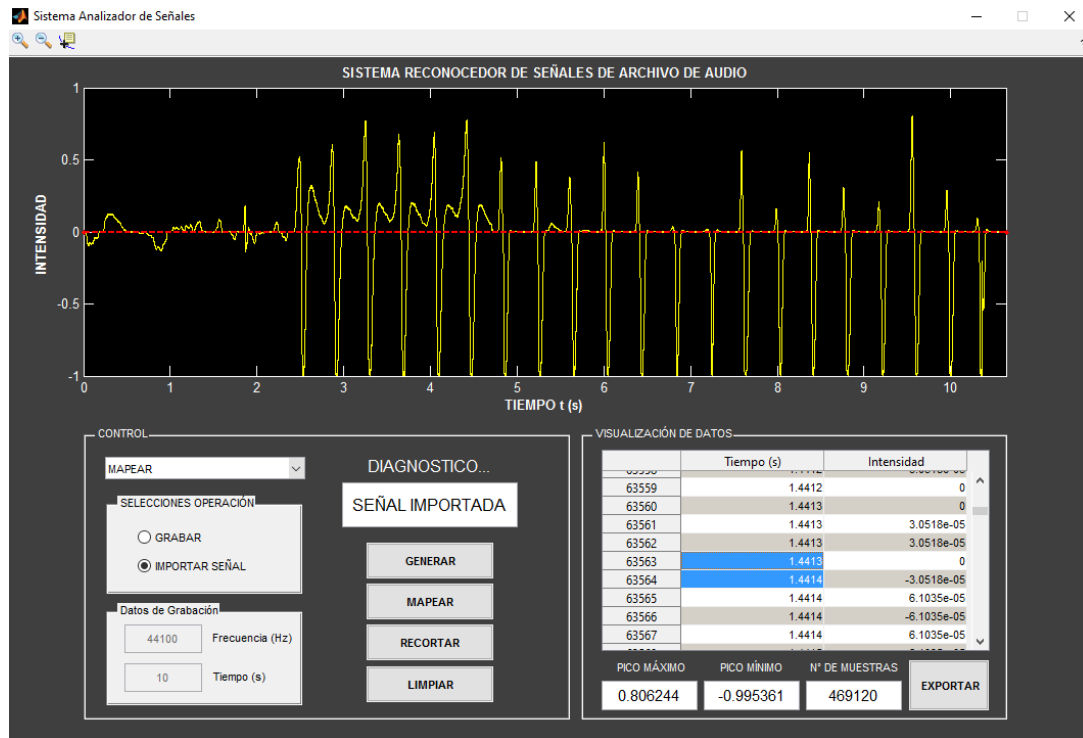


Figura 4-12. Paso entre cada muestra, para las muestras seleccionadas $\Delta t = 0,0001s$

el imán pasa por cada bobina lo máximo que se puede decir en cuanto a su posición es que esta en un intervalo de valores comprendido por la longitud de la bobina, la cual es $l = 1cm$. En este sentido se puede decir que el error en las longitudes es de:

$$\Delta l = 1cm = 0,01m \quad (4-19)$$

Antes de seguir con la siguiente sección se mostrara cual es el error que se tiene sobre la medida experimental de la velocidad limite, que se obtuvo en la sección (4.1.1).

Al realizar un ajuste lineal por medio de mínimos cuadrados el error sobre la pendiente (que para el este caso en la velocidad limite) esta dado por:

$$\Delta v_1 = \frac{\sqrt{n}\Theta}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - (\sum_{i=1}^n t_i)^2}} \quad (4-20)$$

siendo

$$\Theta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Z_i - vt_i - C)^2}{n - 2}}$$

En donde n es el numero de muestras (según la tabla 4-1 son 21 muestras), Z_i los i -énimos valores de la posición del imán dentro del tubo, t_i el i -énimo tiempo de caída del imán y C el corte en el eje y (del ajuste).

Por otra parte como la velocidad es una medida indirecta (derivada de medidas directas) tendrá también un error en relación al error que tiene los instrumentos usados

para medir las variables directas con las cuales se calcula la velocidad, esto es: posición y tiempo. Estos errores están dados por (4-18) y (4-19), y el error instrumental de la velocidad estará dado por:

$$\Delta v_2 = \frac{1}{t_{max}} \Delta z + \frac{d}{t_{max}^2} \Delta t \quad (4-21)$$

En este sentido el error total sobre la velocidad sera:

$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 \quad (4-22)$$

Al tener presente la tabla (4-1), se puede encontrar el valor de la ecuación (4-22) para cada tubo.

Para el tubo de cobre se tiene

$$\Delta v_{Cu} = 0,0243 \text{ m/s} \quad (4-23)$$

y para el tubo de aluminio

$$\Delta v_{Al} = 0,0322 \text{ m/s} \quad (4-24)$$

4.4.2. Error en el calculo del momento magnético

Siempre que se mide una magnitud es preciso determinar si la medición es directa o por el contrario es indirecta, es decir, si para medir dicha variable se uso un instrumento que da precisamente el valor de la variable medida (medición directa) o por el contrario la medida de la variable depende de las medidas de otras variable (medida indirecta). Por ejemplo si se usa una regla para medir la longitud de una cuaderno (su exención) esta medida es directa pues la regla da precisamente el valor de la longitud, por otro lado si por ejemplo se pretende medir la velocidad de un objeto que se mueve e cierta dirección es necesario medir posiciones y tiempos y con estos valores encontrar la velocidad con la relación $v = d/t$, en este sentido la velocidad depende de las medidas de tiempo y longitud, por tanto es una medida indirecta.

Con base en lo anterior se presenta a continuación el error cometido al calcular el momento magnético del imán que cae dentro del tubo, según la expresión (3-26).

Si se revisa la ecuación (3-26) notara que M depende únicamente de v la velocidad limite, así que las medidas se dan en un intervalo de valores comprendido por δM , es decir el error que hay sobre la medida. Teniendo presente algunas nociones básica de diferenciación se puede encontrar este error como sigue.

Si $M = M(v)$ entonces

$$\Delta M = \left| \frac{\partial M}{\partial v} \right| \Delta v \quad (4-25)$$

o bien diferenciando

$$\Delta M = \frac{16c^2 mg}{3\sqrt{5}\mu_0\sqrt{mg\sigma\epsilon v^3}} \Delta v \quad (4-26)$$

y al introducir los valores necesarios en esta ecuación, teniendo presente que Δv es (4-21) para el tubo de cobre y (4-22) para el tubo de aluminio, se obtendrá:

para el cobre

$$\Delta M_{Cu} = 0,2555 \text{ Am}^2 \quad (4-27)$$

y para el tubo de aluminio

$$\Delta M_{Cu} = 0,2376 \text{ Am}^2 \quad (4-28)$$

4.4.3. Error en el calculo de la fricción magnética

Finalmente se puede estimar el error sobre el calculo de la fuerza de fricción, según la ecuación (3-17), de una forma equivalente a como se realizo con el momento magnético, solo que en el caso de la fuerza hay una variable más.

Si revisa la ecuación (3-17) notará que la fuerza es función tanto de la velocidad como del momento magnético, así que:

Si $F = F(M, v)$ entonces

$$\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial M} \right| \Delta M + \left| \frac{\partial F}{\partial v} \right| \Delta v \quad (4-29)$$

pero según (4-23)

$$\Delta M = \left| \frac{\partial M}{\partial v} \right| \Delta v$$

de modo que

$$\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial M} \right| \left| \frac{\partial M}{\partial v} \right| \Delta v + \left| \frac{\partial F}{\partial v} \right| \Delta v \quad (4-30)$$

y diferenciado se tendrá finalmente

$$\Delta F = \frac{15\mu_0 M}{32\sqrt{5}c^2} \sqrt{\frac{mg\sigma\epsilon}{v}} \Delta v + \frac{45(\mu_0 M)^2 \sigma\epsilon}{1024c^4} \Delta v \quad (4-31)$$

De este modo se puede calcular los errores respectivos para cada tubo.

Para el tubo de cobre

$$\Delta F_{Cu} = 0,0183 \text{ N} \quad (4-32)$$

y para el tubo de aluminio

$$\Delta F_{Al} = 0,0168 \text{ N} \quad (4-33)$$

Es mediante los calculo realizados anteriormente posible encontrar los errores tanto de medición como instrumentales realizados en el experimento, y que permiten entender que cualquier actividad de medida demanda, o exige que se establezcan los margenes de error, pues si bien se creo una GUI para minimizar el error de la medida no quiere decir que no exista.

Una vez encontrados los valores de los errores de la medición es plausible dar un resultado final de los cálculos realizados en el presente trabajo, que como se ha mencionado representan el producto factico del mismo.

Para las relaciones (4-4) y (4-5) que presentan el momento magnético del imán cuando cae en cada tubo, se tendrá:

para el tubo de cobre

$$M_{Cu} = 3,7052 \pm 0,2555 Am^2 \quad (4-34)$$

para el tubo de aluminio, y

$$M_{Al} = 3,7532 \pm 0,2376 Am^2 \quad (4-35)$$

Así mismo para las relaciones (4-15) y (4-16) se pueden escribir como sigue:

$$F_{Cu} = 0,1329 \pm 0,0183 N \quad (4-36)$$

y para el tubo de aluminio

$$F_{Al} = 0,1329 \pm 0,0168 N \quad (4-37)$$

Conclusiones

Esta es la última etapa de la investigación, en la cual se expondrá los alcances logrados en el trabajo, develando si fue posible responder a los objetivos del mismo, así también interpretar los resultados obtenidos en términos de la utilidad científica, tecnológica y práctica, evaluando no solo el valor empírico de los modelos planteados, sino el valor heurístico de los mismos. Además será pertinente entender los resultados finales del trabajo como elementos de gran valor para la actividad educativa y la actividad académica en general, esto por los métodos implementados para la descripción cuantitativa del fenómeno de inducción electromagnética.

Las conclusiones que se mostraran en esta parte del trabajo serán de dos tipos: el primero visto a destacar el valor práctico del trabajo, es decir, los resultados cuantitativos (numéricos) de variables físicas que se pudieron llegar mediante el desarrollo del proyecto, y que representan la mayor parte de la producción factica del mismo. Por otra parte se presentaran conclusiones de tipo estructural, es decir, que responden al sentido del trabajo, y manifiestan o dan cuenta de las herramientas construidas para la descripción del fenómeno de inducción electromagnética, además representan el aporte del autor al desarrollo ulterior de proyectos de investigación entorno a temáticas tales como: electromagnetismo, instrumentos de medición, desarrollo de aplicaciones informáticas para la medición, análisis y descripción de señales.

Conclusiones de tipo teórico-práctico

Como se menciona frecuentemente en el trabajo, la implementación de una GUI para realizar cálculos pertinentes en la descripción del fenómeno de inducción electromagnética en el tubo de Lenz, fue de gran utilidad para la obtención de valores prácticos, tales como el momento magnético, velocidad límite y fuerza de fricción, se expondrán a continuación estos resultados.

Velocidad Límite

Como se menciona en la sección (4.1) se realizó una estimación de la velocidad límite de caída del imán dentro del tubo mediante el uso de la GUI, las ecuaciones (4-1) y (4-2) y el conjunto de gráficos (4-3) y (4-4) manifiestan el proceso de captura de datos y el cálculo de la velocidad mediante los mismos. Lo interesante de estos datos, y que hace pertinente el cálculo más allá de las aplicaciones prácticas para la descripción de la caída del imán, es que mediante los mismos fue posible ver que cada tubo tiene una velocidad

característica lo cual obedece a la conductividad del tubo. En este sentido mediante la velocidad límite es posible decir que el tubo de cobre tiene mejor conductividad eléctrica que el tubo de aluminio a razón de que el imán adquiere mayor velocidad cuando cae en el tubo de aluminio, es decir tarda más en caer en el tubo de cobre que en el de aluminio. La discusión llevada a cabo en la sección (4.2) expone las relaciones entre conductividad eléctrica y velocidad de caída del imán en cada tubo.

Momento Magnético

De los resultados calculados en el presente trabajo fue poder estimar numéricamente el momento magnético del imán usado en el experimento. Las relaciones (4-4), (4-5) y (4-6) exponen los valores encontrados del momento magnético, lo interesante de resaltar es que en principio los cálculos del momento magnético en cada tubo de ser igual (pues en cada tubo se usa el mismo imán), de modo que estos resultados muestran el mismo valor con un rango de incertidumbre dado por (4-6). A partir del segundo decimal se encuentra desfase. Pero como tal el valor es aproximadamente $3,7 \text{ Am}^2$. Es de resaltar que este valor representa un cálculo que permite caracterizar al imán, y saber en cierta manera el nivel de magnetización del imán.

Fuerza de Fricción

En la sección (4.3.3) haciendo uso del modelo de caída con fricción, planteado en la ecuación (3-18), se encontró el valor que debe de ser la fuerza de fricción para que se corresponda con los datos experimentales de caída del imán dentro del tubo. Es de bastante interés notar que los resultados (4-15) y (4-16), que son las fuerzas de fricción para el tubo de cobre y el tubo de aluminio respectivamente, resultan ser exactamente del mismo valor que la ecuación (4-17) que es el peso del imán. En este sentido hay un valor de peso para pensar que la caída es con fricción y que en un momento tal del movimiento la fuerza de fricción se iguala al peso logrando que el imán caiga con velocidad constante.

Conclusiones de tipo estructural

En lo que sigue se plantearan las conclusiones que van dirigidas al fondo o los principios mismos del trabajo.

GUI como herramienta de medida

Lo primero a resaltar, y que es el aporte fundamental del trabajo, es el diseño e implementación de una Interface Gráfica de Usuario para el análisis de la inducción electromagnética en el tubo de Lenz, y en especial como herramienta de medición de señales eléctricas de baja potencia. En los análisis y resultados fue fundamental el uso de esta GUI, pues representó la estrategia mediante la cual fue posible determinar los tiempos en los cuales el imán pasaba por las bobinas del instrumento que se medía, en ese sentido se permitía (experimentalmente) determinar la velocidad de caída del imán en cada uno de

los tubos, esto mostrando la pura aplicación práctica de la GUI. Sin embargo la GUI tiene una serie de herramientas que permiten procesar los espectro de señales eléctricas, una de ellas por ejemplo es la limpieza de señales, en esta sub-herramienta de la GUI se permite realizar filtros digitales sobre el espectro de análisis, y con esto eliminar ruidos que no pertenecen a la señal proveniente del fenómeno de análisis (para el caso del presente trabajo, la inducción electromagnética), y por tanto representa error en la medida. Por otra parte la GUI permite encontrar picos de intensidad, o lugares particulares de análisis en un espectro, (señales) con esto analizar regiones de interés en una señal, por ejemplo para el caso de la inducción electromagnética que se genera cuando el imán pasa por una bobina se necesitaba analizar los picos de inducción que eran regiones particulares del espectro total. En principio fue la GUI el aporte propio del autor al proyecto, en la medida que es consiente que los cálculos matemáticos llevados a cabo se encuentran en libros de texto, si bien no en el orden que aquí se presenta y bajo el sentido propio del trabajo, y que por tanto no es un aporte propio del autor. Es pues la GUI una estrategia computacional que diseña e implemente el autor con el objetivo de realizar un descripción cuantitativa del fenómeno de inducción electromagnética, y que logra destacar matices a la hora de realizar el proceso de medida de una variable física.

Minimización de errores (GUI)

Otro aspecto su gran valor en el uso de la GUI para los fines del trabajo es la Minimización de los errores en la medición, en relación al procedimiento mismo de captura de datos. Al revisar la justificación del trabajo se puede apreciar que los procesos habituales de medición de señales eléctricas en física (en el departamento de física) es mediante el uso del multímetros, voltímetros y amperímetros. Sin embargo (y aunque estos instrumento permitan dar mediciones de voltajes, corrientes, etc) al realizar mediciones en las cuales el proceso de registro de datos sea variable en el tiempo, es decir si por ejemplo se toma un valor de voltaje de una variable y luego de un segundo la misma variable tiene un valor de voltaje diferente y así sucesivamente va cambiando, estos dispositivos de medida quedan imposibilitados de registrar la serie de datos obtenidos en un tiempo determinado de medida, y mas si el tiempo entre cada medida es muy pequeño. Por esta razón el uso de la GUI como instrumento alternativo de medida permite dar solución a este tipo de mediciones, en el sentido que la misma logra leer y registrar una serie (numero de muestra) de datos de, por ejemplo, voltaje en un tiempo determinado de medición (y en el cual los valores son diferentes) y presentándolos gráficamente para la lectura del usuario, además como se ha mencionado su posterior análisis y tratamiento.

En este sentido es posible concluir que instrumentos tales como amperímetros, multímetros y voltímetros son en cierta manera inapropiados¹ para la lectura y registro de señales alternas, tal como la señal tratada en este trabajo, es decir la inducción electromagnética generada en un tubo conductor cuando un imán cae dentro de el (aluminio o cobre para este caso). Es por tanto que la GUI es una herramienta de medición que disminuirá esa dificultad de lectura y registro de datos alternos (variables en el tiempo)

¹inapropiados en el sentido de que si bien estos instrumentos de medida permiten obtener una lectura de señales variables en el tiempo, no permiten tener un registro de los datos mostrados en su indicador para ulterior análisis. Estos instrumentos de medida permiten ver que efectivamente hay datos variables, de por ejemplo voltaje, pero no permite registrarlos de alguna forma, a menos que se realice algún circuito externo para el registro de estos datos.

y que por tanto representa error en la medida, error de tipo procedimental.

El problema del experimento discrepante

Es también plausible destacar una conclusión, que gira entorno a los experimentos discrepantes.

Al revisar el objetivo general del trabajo se plantea dar un análisis a la medición de la inducción electromagnética, con el propósito de explicar mediante una descripción cuantitativa la idea discrepante presentada en el experimento del Tubo de Lenz. El desarrollo mismo del trabajo tubo implícito el dar una explicación de la idea discrepante mediante el proceso de medición; la idea fundamental era mediante la medición lograr explicar cuantitativamente la discrepancia de la caída del imán dentro de un tubo (conductor). Es posible una vez terminando el trabajo exponer que (bajo argumentos experimentales): la caída lenta del imán (y que es lo que genera es asombro al realizar la experiencia) es debida a una fuerza de fricción magnética generada en el tubo (de aluminio o cobre) por efecto del movimiento relativo del imán respecto al tubo, pero además se destaca que el trabajo permitió mostrar que esas inducciones tiene una forma particular de darse, bien sea si el imán cae con su polo norte o sur hacia arriba. En las definiciones que se dan en la sección (4.2) esta condensada esta información, además con la discusión llevada allí y mediante el uso de la GUI fue posible determinar cuales eran los polos del imán, determinación que no es sencilla solo teniendo un imán o un par de imanes.

Finalmente se destaca este experimento (discrepante) como un elemento útil en la comprensión del fenómeno de inducción electromagnética, en el sentido que el sentirse en contradicción con las ideas que se tienen antes de llevar a cabo la experiencia (de dejar caer el imán dentro del tubo) genera un desequilibrio en las ideas que incitan a saber que es lo que sucede y por tanto explicar las observaciones, es decir hay un deseo innato de aprender. Por tanto un experimento discrepante es un elemento de gran valor para el aprendizaje de un cierto fenómeno físico, que para el caso de este trabajo de grado es la inducción electromagnética.

El valor del experimento en el presente trabajo

En esta última parte se presentará una pequeña reflexión entorno a la concepción del experimento en este trabajo de grado.

“Los alumnos y el profesor, al igual que los científicos, van al laboratorio para interrogar a la naturaleza con el fin de confirmar o rechazar sus hipótesis. Cuando el científico va al laboratorio para hacer un experimento, él sabe ya, o mejor, cree saber, lo que sucederá. Este señalamiento lo hace Kant en el prólogo de la segunda edición de su *Crítica de la razón pura*. Llama la atención sobre el hecho de que no es posible conocer sino aquello que la razón ya sabía previamente. El experimento tiene el papel de confirmar o falsear las hipótesis que el científico ha construido sobre la base de sus idealizaciones acerca del Mundo de la Vida. El instrumental y la forma como éste se ha dispuesto son ya una consecuencia de esta idealización.” (Lineamientos curriculares Ciencias Naturales y Educación Ambiental, 1998, p.52).

Este es la postura más común que se le asigna al experimento, como aquella actividad en

la cual se confirman, prueba o rechaza una hipótesis, lo cual reproduce la noción habitual del experimento en la ciencias. Sin embargo el experimento puede tener una connotación diferente si se tiene presente que el proceso de realizar un experimento (concibiendo éste no solo al instrumento de medida, montaje sino a la serie de actividades entorno a las cuales se describe un fenómeno observado) se forjan ideas, se construyen conceptos, así también se organiza la experiencia y se amplían los fenómenos mismos de observación. En este sentido el experimento es una actividad en la cual se desarrolla una capacidad de observar la naturaleza, de hacerse preguntas sobre ella, así también de imaginar respuestas; la actividad experimental es un ambiente mismo de creación y no solo de exposición de resultados acerca de la falsificación o aprobación de hipótesis.

Esta perspectiva del experimento es la que el autor del presente trabajo de grado asume, pues como se pudo ver a lo largo del desarrollo del mismo no se pretendía dar respuesta a alguna hipótesis particular sino mediante el proceso de medición y la descripción del proceso de construcción de un instrumento de medida realizar un análisis del fenómeno de la caída de un imán dentro de un tubo, permitiendo con esto realizar formalizaciones conceptuales entorno a la inducción electromagnética, tales como las expuestas en la sección (4-2) del presente trabajo de grado. Por lo anterior la idea de este trabajo era exponer que los procesos experimentales logran llegar a consolidar ideas entorno a un fenómeno y que adquieren sentido para el estudiante más que con el objetivo habitual de comprobar si una teoría, hipótesis es satisfactoria con las observaciones.

Bibliografía

- [1] SADIKU, M. (2003). *Elementos de electromagnetismo*. **México**: Oxford University Press Mexico S.A. de C.V
- [2] HAYT, W. (1991). *Teoría Electromagnética*. **México**: McGRAW HILL INTERAMERICANA S.A. de C.V
- [3] LANDAU, L. D. & LIFSHITZ, E. M. (1981). *Electrodinámica de los Medios Continuos*. **España**: Editorial Reverté. S.A.
- [4] CHIKAZUMI, S. (1997). *Physics of Ferromagnetism*. **New York**: OXFORD UNIVERSITY PRESS
- [5] SANDOVAL, S., AYALA, M., MALAGÓN, J. & TARAZONA, L.. (2006). *El experimento en la enseñanza de las ciencias como una forma de organizar y ampliar la experiencia. Ponencia presentada al III Congreso Nacional de Enseñanza de la Física*.
- [6] MALAGÓN, J., AYALA, M. & SANDOVAL, S.. (2011). *El experimento en el aula. Comprensión de fenomenologías y construcción de magnitudes*. **Bogotá**: Centro de investigaciones Universidad Pedagógica Nacional - CIUP.
- [7] ESPINEL, X. & GUERREO, G. (1992). *Construcción de una interface análogo-digital..* **Bogotá**: Universidad Pedagógica Nacional.
- [8] GONZALES, O. & YATE, R. (1997). *Adquisición de señales análogas por computador*. **Bogotá**: Universidad Pedagógica Nacional.
- [9] ALONSO A. & CASTILLO, J. (2000). *Diseño y construcción de un equipo digital para la adquisición de datos*. **Bogotá**: Universidad Pedagógica Nacional.
- [10] ESPINEL, X. & GUERREO, G. (1992). *Construcción de una interface análogo-digital*. **Bogotá**: Universidad Pedagógica Nacional.
- [11] FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA. (2014). *Objetivos, Misión y Visión*. **Recuperado el 15 de 9 de 2014, de:** <http://cienciaytecnologia.pedagogica.edu.co/vercontenido.php?idp=141&idh=355>
- [12] HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., & BAPTISTA, P. (1991). *Metodología de la investigación*. **Naucalpan de Juárez**: OMcGRAW HILL.
- [13] FÍSICA CON ORDENADOR. CURSO INTERACTIVO DE FÍSICA EN INTERNET. (2008). *La espira*. **Recuperado el 12 de 05 de 2015, de:** http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/campo_magnetico/espira/espira.html

- [14] FÍSICA CON ORDENADOR. CURSO INTERACTIVO DE FÍSICA EN INTERNET. (2008). *Movimiento de un imán en un tubo metálico vertical*. **Recuperado el 12 de 05 de 2015, de:** <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/induccion/foucault1/foucault1.htm>
- [15] IHBFISICA. (2013). *Los experimentos discrepantes en el aprendizaje activo de la física*. **Recuperado el 14 de 05 de 2015, de:** <https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxsaGJmaXNpY2F8Z3g6NWZkMTlhNjY4NjZjMGU1Ng>
- [16] IHBFISICA. (2013). *Implementación de experimentos discrepantes en la enseñanza de la física*. **Recuperado el 14 de 05 de 2015, de:** <https://sites.google.com/site/lhbfsica/dr-ciencias-fisica-educativa>

Apéndice A

Anexo: Transformaciones entre vectores

A.1. Vectores Unitarios

En el presente apartado se pretende establecer la notación y las relaciones que caracterizan a los vectores unitario, los cuales forman la base del espacio a fin.

Definición

Si existe un conjunto de vectores S en un espacio vectorial V para los cuales es posible escribir cualquier vector del espacio como combinación lineal de estos vectores, entonces se dice que estos vectores generan el espacio.

Notación

Para destacar, resaltar los vectores unitarios se usara las letras que caracterizan a cada coordenada y usando un acento circunflejo sobre dicha letra. Por ejemplo para designar el vector unitario en la dirección X se usara el vector unitario \hat{x} .

En el sistema de coordenadas cartesianas la base que genera el espacio esta descrita por los vectores de base $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$.

Un vector en coordenadas cartesianas estará escrito como combinación lineal de la los anteriores vectores de base.

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (\text{A-1})$$

En el sistema de coordenadas cilíndricas la base que genera el espacio esta descrita por los vectores de base $\hat{\rho}, \hat{\varphi}, \hat{z}$.

De lo anterior se puede decir que un vector en coordenadas cilíndricas esta dado por:

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{z} \quad (\text{A-2})$$

Notara que la coordenada φ no aparece, esto es debido a que la coordenada ρ guarda

la información de las coordenadas x e y , de forma que no se necesita indicar el ángulo φ , y para indicar la altura respecto al plano (x,y) se tiene la coordenada z .

De igual forma que en los dos sistemas de referencia anteriores, existe una base para escribir vectores en el sistemas de coordenadas esféricas. Estos vectores de base son: $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$, así que un vector esta dado por:

$$\vec{r} = r\hat{r} \quad (\text{A-3})$$

Como se puede apreciar un vector en coordenadas esféricas es supremamente sencillo, solo hay que expresar la coordenada r , que guarda la información de las coordenadas x,y,z .

A.2. Transformación de Vectores

Es interesante ver que aunque un vector se escriba de tres diferentes formas, estas formas están relacionadas mediante transformaciones.

Estas transformaciones se pueden generalizar de la siguiente forma;

Sean A^i las componentes de un vector, en las tres dimensiones, en la base B , y A'^i las componentes del mismo vector pero en la base B' . La transformación del vector r de la base B a las base B' esta dada por.

$$A'^i = \alpha_k^{i'} A^k \quad (\text{A-4})$$

De forma equivalente para transformar un vector de la base B' a la base en la base B . La transformación del vector r de la base B se tendrá la siguiente relación.

$$A^i = \alpha_{k'}^i A^{k'} \quad (\text{A-5})$$

Los símbolos $\alpha_k^{i'}$ y $\alpha_{k'}^i$ en las ecuaciones (4) y (5) representan los coeficientes de transformación directa e inversa, respectivamente. Con algunos cálculos se puede encontrar estos coeficientes para cada sistema de coordenadas y escribir las ecuaciones(4) y (5) en forma matricial como sigue:

$$\begin{pmatrix} A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^{1'} & \alpha_2^{1'} & \alpha_3^{1'} \\ \alpha_1^{2'} & \alpha_2^{2'} & \alpha_3^{2'} \\ \alpha_1^{3'} & \alpha_2^{3'} & \alpha_3^{3'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} \quad (\text{A-6})$$

$$\begin{pmatrix} A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{1'}^1 & \alpha_{2'}^1 & \alpha_{3'}^1 \\ \alpha_{1'}^2 & \alpha_{2'}^2 & \alpha_{3'}^2 \\ \alpha_{1'}^3 & \alpha_{2'}^3 & \alpha_{3'}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^{1'} \\ A^{2'} \\ A^{3'} \end{pmatrix} \quad (\text{A-7})$$

Ahora es practico escribir las ecuaciones(6) y (7) para ver como se relacionan el sistema de coordenadas cartesianas con los sistemas cilíndricos y esféricos.¹

A.2.1. Transformación sistemas cartesiano y cilíndrico

la ecuación (6) que establece una transformación directa (transformación lineal). Para el caso en que se tenga un vector en coordenadas cartesianas y se pretenda transformarlo a coordenadas cilíndricas el sistema (6) estará dado por:

$$\begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_y \end{pmatrix} \quad (\text{A-8})$$

De igual modo si se tiene un vector en coordenadas cilíndricas y se pretende transformarlo a coordenadas cartesianas, se tendrá el sistema (7) de la siguiente forma.

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} \quad (\text{A-9})$$

los sistemas (8) y (9) son trasformaciones lineales que permiten relacionar vectores entre los sistemas cartesiano y cilíndrico.

A.2.2. Transformación sistemas cartesiano y esférico

De igual forma a como se ha obtenido las transformaciones de vectores entre los sistemas de coordenadas cartesiano y cilíndrico se pueden obtener transformaciones de vectores para el caso en el que se tenga un vector en coordenadas cartesianas y se pretenda transformarlo a coordenadas esféricas. en este caso el sistema (6) estará dado por:

$$\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \varphi & \cos \theta \sin \varphi & -\sin \theta \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

De igual modo si se tiene un vector en coordenadas esféricas y se pretende transformarlo a coordenadas cartesianas, se tendrá el sistema (7) de la siguiente forma.

$$\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \theta & -\sin \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A-11})$$

¹Para ver en detalle el análisis seguido en este apéndice respecto a la transformación de coordenadas y la determinación de los coeficientes de transformación puede verse

los sistemas (10) y (11) son transformaciones lineales que permiten relacionar vectores entre los sistemas cartesiano y esféricos.

A.2.3. Transformación sistemas cilíndrico y esférico

Es posible también encontrar una transformación entre vectores, que relacione los sistemas coordenadas cilíndrico y esférico. Usando nuevamente los sistemas (6) y (7) adaptado para estos sistemas de referencia se tendrá.

$$\begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A-12})$$

De igual modo si se tiene un vector en coordenadas cilíndricas y se pretende transformarlo a coordenadas, se tendrá el sistema (7) de la siguiente forma.

$$\begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} \quad (\text{A-13})$$

Estos resultados son de gran utilidad cuando por ejemplo se tiene un campo vectorial de cualquier naturaleza y es necesario expresarlo en cualquier sistema de referencia, para el caso de este apéndice en coordenadas cartesianas, cilíndricas o esféricas.

A.3. Campo Dipolo Magnético por Potencial Vectorial

El calculo del campo magnético que genera un dipolo magnético se puede llevar a cabo en un sistema de referencia y posteriormente expresarse en otro sistema de referencia, como se ha visto en el apartado 2.

A continuación se encontrara el campo magnético de un dipolo mangánico a una distancia r de su centro, en coordenadas esféricas, esto mediante el calculo del potencial vectorial.

El potencial vectorial esta dado por la expresión:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{\|\vec{r} - \vec{R}\|} \quad (\text{A-14})$$

Donde $d\vec{l}$ representa el elemento diferencial de corriente en coordenadas esféricas. Análíticamente se escribe como:

$$d\vec{l} = R d\varphi \hat{\varphi}$$

Y como $\hat{\varphi}$ se relaciona

$$\hat{\varphi} = -\sin \varphi \hat{i} + \cos \varphi \hat{j}$$

en coordenadas cartesianas. De modo que el potencial sera

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{-R \sin \varphi \hat{i} + R \cos \varphi \hat{j}}{\|\vec{r} - \vec{R}\|} d\varphi$$

Cuando $\varphi = \pi/2$ se tiene que $\hat{\varphi} = -\hat{i}$ de modo que:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} 2 \oint \frac{R \sin \varphi \hat{\varphi}}{\|\vec{r} - \vec{R}\|} d\varphi$$

Note ademas que

$$\|\vec{r} - \vec{R}\| = (r^2 + R^2 - 2rR \cos \psi)^{1/2} \quad \text{y} \quad \cos \psi = \frac{\vec{r} \cdot \vec{R}}{rR} = \sin \theta \sin \varphi^2$$

Haciendo una aproximación para puntos muy lejanos, esto es, para $r \gg R$ se se podrá escribir:

$$\frac{1}{\|\vec{r} - \vec{R}\|} \simeq \frac{1}{r} \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \sin \varphi\right)$$

Finalmente el potencial quedara escrito como.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I R}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{r} \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \sin \varphi\right) \sin \varphi d\varphi \hat{\varphi}$$

Al evaluar esta integral, teniendo presente que $M = I\pi R^2$ y

$$\sin \varphi d\varphi \hat{\varphi} = \hat{k} \times \hat{r}$$

Se tendrá:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 M \hat{k} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

Como $\vec{M} = I\pi R^2 \hat{k}$ se tendrá $\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{M} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$ pero $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$ así que el potencial sera:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 \vec{M} \times \hat{r}}{4\pi r^3} \tag{A-15}$$

La expresión anterior representa el potencial vectorial para un dipolo magnético en coordenadas esféricas.

Con la anterior expresión se podrá ahora calcular el campo magnético generado por este dipolo mediante la relación $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, entonces

²Para ver en detalle el análisis del calculo del potencial Magnético puede verse <http://goo.gl/ObxDph>

$$\vec{B} = \nabla \times \left(\frac{\mu_0 M}{4\pi r^2} \sin \varphi \hat{\varphi} \right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \quad (\text{A-16})$$

Se ha obtenido finalmente el campo magnético para un dipolo magnético en coordenadas esféricas. En el siguiente apartado se podrá ver como luce este campo magnético en otros sistemas de referencia.

A.4. Transformación de Campo Dipolo Magnético

En este apartado se podrá ver la aplicabilidad de las transformaciones entre vectores que se desarrollo en el apartado 2 del presente apéndice.

En el apartado 3 se encontró que el campo magnético para un dipolo magnético en coordenadas esféricas está dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta})$$

Donde

$$B_r = \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} \cos(\theta)$$

y

$$B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} \sin(\theta)$$

A.4.1. Transformación Esféricas a Cartesianas

Si se usa la transformación (A-10) se tendrá:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi & \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \theta & -\sin \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3} \cos(\theta) \\ \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

luego de efectuar los cálculos respectivos se obtendrá:

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3 M x z \mu_0}{4 \pi (x^2 + y^2 + z^2)^2} \\ \frac{3 M y z \mu_0}{4 \pi (x^2 + y^2 + z^2)^2} \\ -\frac{M \mu_0 (y \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2 z^2)}{4 \pi (x^2 + y^2 + z^2)^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A-17})$$

Como vera este campo luce bastante complicado en coordenadas cartesianas, a razón de esto se usa la simetría cilíndricas o esféricas para representar el campo magnético de un dipolo magnético.

A.4.2. Transformación Esféricas a Cilíndricas

Ahora es posible encontrar el campo magnético de un dipolo magnético mediante la transformación (A-12), como sigue:

$$\begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\varphi \end{pmatrix}$$

y luego de efectuar operaciones se tendrá:

$$\begin{pmatrix} A_\rho \\ A_\varphi \\ A_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3\rho M z \mu_0}{4\pi(\rho^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} \\ 0 \\ \frac{M(2z^2-\rho^2)\mu_0}{4\pi(\rho^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} \end{pmatrix} \quad (\text{A-18})$$

Estas serian las tres componentes del campo magnético de un dipolo magnético en coordenadas cilíndricas

Apéndice B

Anexo: Manual de uso de la GUI

Este anexo tiene como propósito exponer un manual para el uso de la Interface Gráfica de Usuario diseñada e implementada en el presente trabajo de grado. En lo que sigue es importante tener presente la figura (2-1) en donde se presenta la estructura general de operación de la GUI. Se seguirá este pequeño diagrama para ir explicando las herramientas de análisis de la GUI, así también se recordaran algunas figuras de referencia usadas en el trabajo.

B.1. Elementos de la GUI (Ventana Principal)

Al iniciar la GUI se presenta una ventana principal, la cual se puede ver en la figura (2-2). Esta interface inicial tiene los siguientes elementos:

- **Axis:** Donde se visualiza el espectro en función del tiempo. (Intensidad VS Tiempo).
- **Comandos de Control:** En esta parte se encuentran los controles de acción de la GUI, tales como las opciones para mapear o analizar, y si recuerda la figura (2-1), también se encuentran las opciones para grabar o importar señales. Por otra parte se hallan 4 botones: el botón de generar (para grabar o importar señales), el botón para mapear (para realizar un análisis manual de lugares particulares de un espectro, por ejemplo encontrar picos), el botón de recortar (para recortar el espectro), y el botón limpiar (para limpiar ruidos de una señal).
- **Visualización de Datos:** En este grupo se encuentran: una tabla donde se pueden ver los datos (las muestras) con una precisión de 4 decimales (datos de tiempo e intensidad). También se hallan tres cajas de texto donde se presenta el pico máximo, el pico mínimo y el numero de muestras captadas por el programa. Finalmente se encuentra un botón llamado EXPORTAR el cual permite exportar los datos de la tabla (anteriormente mencionada) en un archivo en plano (archivo .txt).
- **Iconos de análisis visual:** Se presentan tres iconos en la parte superior izquierda de esta ventana, y tiene las siguientes funciones: el primer icono es para aumentar (hacer lupa) sobre una región del espectro en el axis. El segundo icono permite quitar la lupa del primer icono. Y el tercer icono llamado DATA CURSOR permite

con un click encontrar las coordenadas (x,y) de un punto particular del espectro visto en el axis.

Se realizara ahora un recorrido por las funciones presentadas en la figura (2-1), como sigue:

B.2. Modulo Mapear

En este modulo se pueden realizar dos funciones para la lectura de una señal, grabar una señal o importarla de otro programa. Hay que tener presente que si se importa la señal debe de estar en formato wav, pues la GUI reconoce solo este tipo de archivo. Una vez la GUI reconoce la señal (importada o grabada directamente) se le pueden hacer tres operaciones, estas son:

- **Recortar:** Si por ejemplo no se quiere analizar todo el espectro sino solo una parte de el, es preciso recortar la señal, mediante el botón RECORTAR, en el cual al dar click emerge una pequeña caja de texto donde se ingresa las coordenadas x del punto inicial y el punto final del corte.
- **Limpiar:** Cuando una señal es grabada bien se en la GUI o en otro programa siempre se presenta ruido, proveniente de los mismos dispositivos de captura de datos y también del medio de grabación, de modo tal que el botón LIMPIAR, aplica un filtro digital (proveniente de Matlab¹) que permite eliminar el ruido de la señal ingresada a la GUI. Al dar click en el botón limpiar se realizan los cálculos expuestos anteriormente y se presentan en dos ventanas con algunos gráficos, como puede verse en las figuras (B-1) y (B-2).
- **Mapear:** Se llama a una ventana externa que permite realizar una análisis manual de la señal, análisis manual caracterizado por el uso del mouse (ratón) y los botones del mismo para ir seleccionando con clicks lugares especiales del espectro y a su vez van siendo mostrados en una tabla. También se encuentran automáticamente los picos máximos, mínimos, y el numero de muestras (numero de datos capturados con el mouse). Los datos encontrados se pueden exportar en un archivo en plano (.txt) para su posterior análisis. La operación de esta ventana (mapear) se puede ver en la figura (4-1).

B.3. Modulo Analizar

El modulo analizar es el modulo automático de la GUI. Al igual que en el modulo Manual (mapear), en este modulo también se puede grabar una señal directamente en la GUI o bien importarla, pero la diferencia con este modulo (el de mapear) es que aquí todo se hace automáticamente; se limpia la señal, se presentan las señales limpiadas y sin limpiar para contrastar, así también algunos gráficos más entono a la limpieza de señales. Puede verse esto en las figuras (B-3) y (B-4).

¹Para mayor información de los filtros digitales de Matlab vease las funciones: ddencmp, wavedec, wdenmp en la ayuda que provee Matlab.

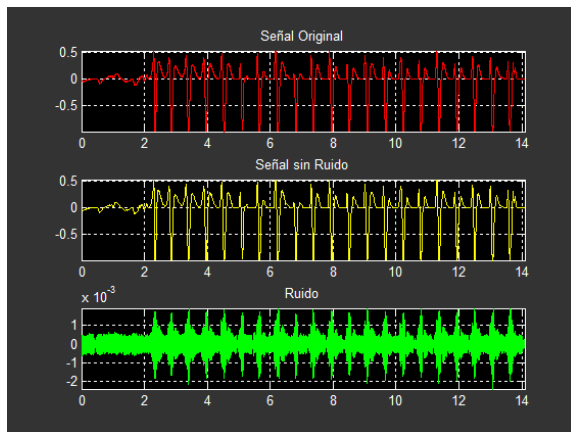


Figura B-1. Señal original, Señal sin ruido y Ruido

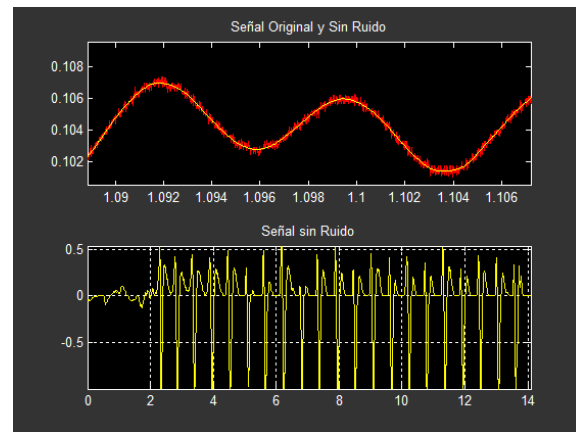


Figura B-2. Señal original y Señal sin ruido, Señal sin ruido

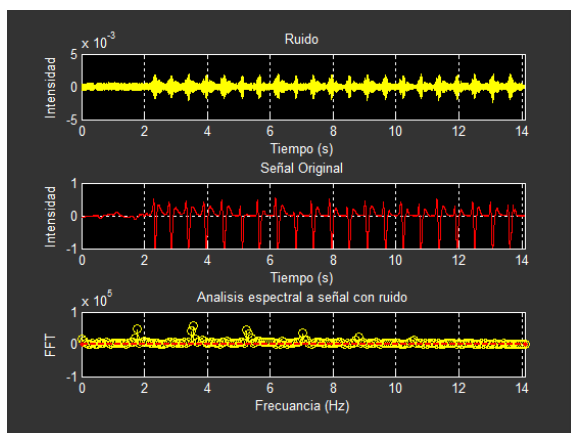


Figura B-3. Ruido, Señal original, y FFT a la señal con ruido

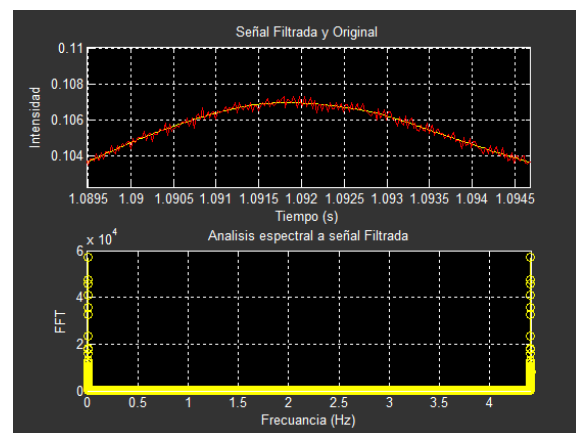


Figura B-4. Señal filtrada y original, FFT a la señal sin ruido

Es de bastante interés notar que este modulo presenta un calculo bastante interesante, este es la transformada radiada de Fourier. Esta función realiza un análisis espectral a la señal con ruido en la figura (B-3) y muestra las frecuencias en las cuales se encuentran las señales contaminadoras o ruido. Luego en la figura (B-4) se halla la señal original y la señal con ruido (se ha hecho un zoom en esta imagen superior para ver la diferencia entre estas dos señales, filtrada y original) y debajo se encuentra el análisis espectral a la señal filtrada. Como se puede ver las frecuencias contaminadoras ya no se encuentran, lo que muestra que la señal ha sido limpiada.

Finalmente se genera automáticamente otra ventana (analizar) que permite realizar análisis de regiones particulares del espectro (como picos, máximos y mínimos) pero automáticamente. Lo criterios de búsqueda de picos son de acuerdo a si se quiere encontrar picos de una altura mínima, de una distancia mínima entre pico y pico, por numero de muestras, entre otros criterios más. Este modulo se puede ver en la figura (4-2) operando y calculando algunos picos de un espectro particular. Este modulo también permite mostrar los datos en una tabla de datos, encontrar los picos máximos, mínimos y el numero de muestras, así también como exportar los datos en un archivo en plano (.txt)