

LOS EFECTOS DE UN RITUAL DE CLASE SOBRE EL PENSAMIENTO LÓGICO EN
ALUMNOS DE SÉPTIMO GRADO: EL CALENDARIO MATEMÁTICO COMO
HERRAMIENTA DIDÁCTICA.

María Isabel Echeverry González

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el título de
Licenciada en Matemáticas

Asesor:

ORLANDO AYA CORREDOR

Prof. Departamento de Matemáticas UPN

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C

2023

Dedicatoria

A mis abuelitos que siempre
me apoyaron y me dieron todo su amor.

Agradecimientos

Agradezco profundamente el acompañamiento, amor y ánimo que me brindó mi familia, en especial mis papás: Blanca y Gustavo, mis hermanas: Sandra y Laura que siempre han estado brindándome su apoyo; igualmente a Fernando y la Sra. Elsa. A mis amigos que son la segunda familia que elegí y que siempre estuvieron pendientes de este proceso, gracias por animarme y brindarme muchos momentos de alegría durante mi carrera y la escritura de este documento, a ellos les debo mucho, en especial a Rubí, Maik, Juan, Yully, Fer, Sofí, Andrés, Vivian y Cristian, que con su amor y paciencia no solo brindaron momentos de alivio, sino que siempre compartieron con agrado sus conocimientos durante este largo proceso.

También quisiera agradecer a la Universidad Pedagógica Nacional, por todas las oportunidades que me brindó y las personas que conocí en ella, pues ampliaron mi perspectiva de quién quiero ser y todo lo que puedo lograr. Agradezco a los profesores que aportaron de manera sustancial en mi formación como profesora de Matemáticas, en especial a la profesora Maritza por sus enseñanzas dentro y fuera de la academia y a mi asesor Orlando Aya que con su paciencia y acompañamiento este documento concluyó.

Merci à tous.

Resumen

Los rituales de clase son herramientas pedagógicas que se realizan principalmente en el aula, dirigidas normalmente por profesores pero que eventualmente pueden trascender el espacio físico del aula. Estos, cuando se desarrollan dentro del aula, permiten que las dinámicas de las clases sean más amenas y la transición entre momentos de estas sea más eficiente. Ahora bien, los rituales no sólo son instrucciones o reglas de clases, sino que son herramientas pedagógicas que permiten el aprendizaje de conceptos y/o habilidades dada su constancia y gradual progresión de las actividades que son propuestas e implementadas.

En busca de mejorar las habilidades lógico-matemáticas de los estudiantes de educación básica secundaria, se realiza una adaptación del Calendario Matemático — diseñado por el profesor Carlos Zuluaga— como un ritual extra-clase. La propuesta se implementa en estudiantes de Cinquième del Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá – Colombia, lo que sería el equivalente en nuestro sistema educativo al grado séptimo, durante mes y medio en el año 2022. Dicha adaptación del Calendario Matemático no solo fue en su diseño sino en el tipo de ejercicios que normalmente se trabajan en él, ya que el énfasis de la propuesta está en el pensamiento lógico y en particular en tareas asociadas con el razonamiento abstracto. Así los ejercicios que se presentan en esta propuesta de Calendario Matemático buscan que el estudiante mejore sus habilidades en la resolución de ejercicios de razonamiento lógico-abstracto, puesto que el pensamiento lógico es inherente a la actividad matemática.

La lógica matemática se define como aquella que nos permite entender y tomar decisiones sobre situaciones tangibles y no tangibles, ya que nos posibilita abordar casi que cualquier situación con criterios específicos y estables para su resolución. Por ello, el pensamiento lógico matemático, de manera general, se describe como las habilidades y/o destrezas que tienen las personas para desarrollar conceptos matemáticos, resolver actividades que implican razonamiento lógico, comprender y explorar el mundo a través de proporciones, relaciones, secuencias, algoritmos, etc.

Las actividades propuestas desde esta adaptación del Calendario Matemático buscan fortalecer las habilidades anteriormente mencionadas, particularmente en relación con el pensamiento lógico pues trabajos en el campo de la didáctica de la matemática evidencian

que este no es lo suficientemente trabajado durante la educación secundaria, como lo afirma Durand-Guerrier, citada Carranza et al (2012), “es importante tener en cuenta en una perspectiva semántica la relación entre ‘la verdad matemática y la validación lógica’ en la actividad matemática, relaciones que no se trabajan o se trabajan poco en la educación secundaria y que se suponen deben ser adquiridas para la educación superior”.

Palabras clave

Ritual, calendario matemático, pensamiento lógico, razonamiento.

Contenido

Figuras	VIII
Tablas.....	IX
Introducción	1
Capítulo 1.....	4
1.1 Los rituales como práctica en el aula.....	4
1.2 El pensamiento lógico.....	8
1.3 El Calendario Matemático	14
Capítulo 2.....	18
2.1 Problemática	18
2.2 Hipótesis	19
Capítulo 3.....	20
3.1 Propuesta: El Calendario Matemático como ritual extra-clase.....	20
3.2 Características del CM como ritual	26
Capítulo 4.....	27
4.1 Contexto institucional.....	27
4.2 Población de estudio	30
4.3 Material de investigación.....	33
4.4 Características de los ejercicios de razonamiento abstracto	37
4.5 Niveles de dificultad	38
Capítulo 5.....	42
5.1 Resultados Pre-Test	42
5.2 Resultados Calendario Matemático	45
5.3 Resultados Pos-Test.....	54
5.4 Comparación de los resultados de los distintos instrumentos.....	56

Capítulo 6.....	59
6.1 Análisis de resultados.	59
6.2 Idoneidad de los ejercicios elegidos.	61
Capítulo 7.....	63
7.1 Conclusiones generales.....	63
7.2 Proyección del trabajo	64
7.3 Aprendizajes personales	64
Bibliografía.....	66
Anexos.....	69
Anexo 1. Calendario Matemático semana No. 1	69
Anexo 2. Calendario Matemático semana No. 2	70
Anexo 3. Calendario Matemático semana No. 3	71
Anexo 4. Calendario Matemático semana No. 4	72

Figuras

Figura 1.2-1 Ejercicio tomado del Pre-Test al Calendario Matemático	9
Figura 1.2-2 Relación jerárquica entre la inteligencia lógico-matemática	9
Figura 1.3-1 Calendario matemático 2006.	15
Figura 1.3-2 Calendario matemático 2021.	16
Figura 3.1-1 Primera página CM semana 3.	21
Figura 3.1-2 Calendario semana 1 vs semana 3.	22
Figura 3.1-3 Instrucciones CM.	22
Figura 3.1-4 Calendario del mes de marzo.	23
Figura 3.1-5 Formato CM. En esta imagen se enuncian las partes que componen al CM.	24
Figura 3.1-6 Última página CM. Entrega semanal	25
Figura 4.1-1 Logo del Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá.	27
Figura 4.1-2 Comparación entre el SEF y el SEC.	29
Figura 4.2-1 Distribución del salón del salón cinquième	31
Figura 4.3-1 Primera prueba realizada a los estudiantes.	34
Figura 4.3-2 CM, semana 3.	35
Figura 4.3-3 Segunda prueba realizada a los estudiantes.	36
Figura 4.5-1 Ejercicio No. 6 del CM. Dificultad 1.	38
Figura 4.5-2 Ejercicio No. 3 del Pos-Test. Dificultad 2.	39
Figura 4.5-3 Ejercicio No. 5 del Pre-Test. Dificultad 3.	39
Figura 5.1-1 Gráfica del porcentaje de respuestas correctas en el Pre-Test por estudiante.	42
Figura 5.1-2 Gráfica promedio de preguntas acertadas por cada pregunta en el Pre-Test.	43
Figura 5.2-1 Gráfico Porcentaje de material regresado por cada estudiante.	45
Figura 5.2-2 Gráfico Calendarios Matemáticos regresados cada semana.	46
Figura 5.2-3 Gráfico Calendarios Matemáticos entregados por los estudiantes vs sus resultados.	47
Figura 5.2-4 Gráfico Promedio respuestas correctas en cada pregunta del CM	48
Figura 5.2-5 Gráfico Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 1.	48
Figura 5.2-6 Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 2.	50
Figura 5.2-7 Gráfica Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 3.	52
Figura 5.3-1 Gráfica del porcentaje de respuestas correctas en el Pos-Test por estudiante.	54
Figura 5.4-1 Gráfico de los resultados de cada estudiante en ambos test.	57
Figura 5.4-2 Gráfico de radar que compara los resultados de cada estudiante en los tres instrumentos	58
Figura 6.1-1 Fotografía tomada del CM de la semana dos del estudiante s11.	60
Figura 6.2-1 Comparación de los promedios de respuestas correctas de Pre-Test y Pos-Test.	61

Tablas

Tabla 1.2-1 Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget.....	11
Tabla 4.2-1 1 Procesos de desarrollo en la adolescencia.....	31
Tabla 4.3-1 Fechas del 2022 de aplicación de los instrumentos.....	37
Tabla 4.5-1 Catalogación de los ejercicios Pre-Test, CM y Pos-Test.....	40
Tabla 5.1-1 Ficha técnica del ejercicio 1 del Pre-Test.....	44
Tabla 5.1-2 Ficha técnica del ejercicio 3 del Pre-Test.....	44
Tabla 5.2-1 Ficha técnica del ejercicio 3 del CM. Dificultad uno.....	49
Tabla 5.2-2 Ficha técnica del ejercicio 9 del CM. Dificultad dos.....	50
Tabla 5.2-3 Ficha técnica del ejercicio 10 del CM. Dificultad dos.....	51
Tabla 5.2-4 Ficha técnica del ejercicio 12 del CM. Dificultad dos.....	51
Tabla 5.2-5 Ficha técnica del ejercicio 15 del CM. Dificultad tres.....	53
Tabla 5.2-6 Ficha técnica del ejercicio 16 del CM. Dificultad tres.....	53
Tabla 5.3-1 Ficha técnica del ejercicio 1 del Pos-Test.....	55
Tabla 5.3-2 Ficha técnica del ejercicio 5 del Pos-Test.....	56

Introducción

Este documento es el fruto del trabajo de investigación que se realizó en el marco del intercambio realizado por la autora, gracias a la colaboración entre diferentes entidades de Colombia y Francia: Universidad Pedagógica Nacional UPN, el Instituto Colombiano de Crédito y Estudios Técnicos en el Exterior ICETEX, la Embajada de Francia en Colombia, el Lycée Français Louis Pasteur de Bogotá y el *Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation - Jean Jaurès* de Toulouse INSPE de Toulouse. Con la ayuda y colaboración de la alianza estratégica de estas instituciones, se otorgaron algunas becas que buscan que docentes en formación, además de aprender francés, realicen movilidad estudiantil a Francia, puedan a su vez realizar el Master 2 “Enseigner à l'étranger” y realizar la práctica académica en el Liceo Louis Pasteur en Bogotá - Colombia, lugar en el cual se desarrolla la aplicación de esta propuesta.

Dado que este trabajo de grado busca continuar con la investigación realizada para obtener el título de Master *Enseigner à l'étranger*, la estructura con la que se presenta el documento es la propuesta por el *Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation - Jean Jaurès* de Toulouse INSPE de Toulouse y la autora considera pertinente advertir que, en este sentido, el lector podrá encontrar un esquema no usual como lo es el de objetivo principal y objetivos específicos que habitualmente hacen parte de las presentaciones convencionales.

Cabe resaltar que el trabajo se desarrolla a partir del interés profesional de la autora: el pensamiento lógico y su importancia en la actividad matemática en la escuela, específicamente en la curiosidad por conocer cómo se produce el trabajo, la exploración y la ejecución de las actividades que desarrollan el pensamiento lógico matemático en la educación secundaria. A partir de este interés sobre el pensamiento lógico y de los conocimientos adquiridos durante el Máster 2 de INSPE “Enseñanza en el Extranjero”¹ surge la idea de adaptar el Calendario Matemático (creado por el profesor colombiano Carlos

¹ Traducción textual de « Enseigner à l'étranger »

Zuluaga) como ritual para ayudar a los estudiantes de grado séptimo a mejorar sus habilidades en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos.

La implementación del proyecto de investigación se llevó a cabo en el Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá, Colombia, en el área de matemáticas cuya intensidad horaria es de cinco horas semanales para “cinquième année” (según el sistema educativo francés) equivalente a grado séptimo según el sistema educativo colombiano y aplicarlo a un grupo de estudiantes del Liceo Francés. El grupo con el que se implementó la propuesta estaba compuesto por 15 estudiantes cuyas edades estaban entre los 12 y los 13 años.

El trabajo, que se presenta a continuación, se estructura en siete capítulos que se describen de manera sucinta a continuación:

En el capítulo 1, la primera sección, define qué es un ritual desde las diferentes disciplinas y referentes teóricos, las características de un ritual y sus funciones enfocadas al ámbito de la educación; en la segunda sección, se encuentran las características del pensamiento lógico con énfasis en lo que es el pensamiento lógico-matemático, además de las actividades que permiten desarrollar habilidades relacionadas con este pensamiento y cuáles son los ejes centrales de la propuesta diseñada alrededor del Calendario Matemático. La tercera sección aborda la historia del Calendario Matemático, su propósito, su estructura y la descripción de la población estudiada.

El capítulo 2 trata sobre la pregunta de indagación: ¿Cómo la implementación de un ritual sobre el pensamiento lógico en el aula puede fomentar el desarrollo de la lógica matemática en los estudiantes de séptimo grado del Liceo Francés? y las cuatro hipótesis que se desprenden de este cuestionamiento.

El capítulo 3 aborda la propuesta de calendario matemático que se ha puesto en práctica con los estudiantes del Liceo Francés Louis Pasteur. Aquí se muestra la estructura del calendario y los momentos de ritualización que se buscan trabajar con la propuesta didáctica.

El capítulo 4 trata acerca de la metodología y se divide en tres apartados. El primero describe las características generales del Liceo y su enfoque; en el segundo, la caracterización de los estudiantes que hacen parte de la población y la muestra del estudio; y en el tercero, el material de investigación y la metodología que se utilizó para el mismo.

En el capítulo 5 se exponen los resultados obtenidos en la aplicación de las pruebas y el calendario matemático durante el periodo de implementación de este, que fue de aproximadamente un mes. Aquí se realiza un análisis comparativo a través de gráficos de barras, dobles barras y poligonales que permiten una visualización inmediata y comprensible de los resultados obtenidos en las pruebas, atendiendo básicamente a las respuestas correctas dadas por parte de los estudiantes² en cada uno de los ejercicios, así como el compromiso de los estudiantes en la devolución del material y la solución de los ejercicios propuestos en el calendario matemático.

El capítulo 6 aborda un análisis de los resultados expuestos en el capítulo anterior, en el que se realizan algunas conclusiones parciales de los resultados obtenidos en la implementación del Calendario Matemático y los test realizados.

En el último capítulo, se presenta la conclusión final de este proyecto de investigación implementado en el Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá junto con una reflexión que se desprende del proceso vivido durante la investigación como docente en formación.

² En el Liceo Francés Louis Pasteur se denomina a los aprendices de educación primaria y secundaria “élèves” cuya traducción al español es alumnos y/o estudiantes; para la educación superior es “étudiants” cuya traducción es estudiante universitario.

Capítulo 1.

En este capítulo el lector encontrará información que permitió sentar las bases pedagógicas y didácticas del presente de la propuesta y su implementación. Se realiza una breve introducción sobre los rituales, el pensamiento lógico matemático y el Calendario Matemático como elementos centrales de la misma.

1.1 Los rituales como práctica en el aula

Como se mencionó anteriormente este documento es la continuación del trabajo de grado para obtener el Master *Enseigner à l'étranger*. En dicho programa y bajo el sistema educativo francés existe un término metodológico llamado “Ritual³” que se debe aclarar para comprender el contexto general en el que la presente propuesta se formula y desarrolla.

Los rituales, según la Real Academia Francesa, se definen como “el conjunto de gestos, palabras, actitudes que se prescriben a los miembros de una religión, una comunidad, una sociedad para la realización de una celebración o en una circunstancia particular”. Más concretamente: “El acto, el comportamiento que es habitual en un grupo y durante un periodo determinado para una situación determinada”. En términos generales, el ritual es “el hábito de una persona o grupo de personas, que parece ser inmutable”. Como puede apreciarse, principalmente la connotación de esta palabra está ligada a aspectos religiosos, por ejemplo, para la Real Academia Española, su significado se encuentra ligado a las creencias religiosas, dado que lo describe como el “Conjunto de ritos de una religión, de una Iglesia o de una función sagrada”, además si algún evento es denominado ritual hace alusión a que es “impuesto por la costumbre”. Ahora bien, la palabra *Ritual* tiene como base la palabra rito que proviene del latín *Ritus*, cuyo significado es rito, ceremonia religiosa. En diferentes disciplinas como la sociología, la etnología, la lingüística y la psicología estudian los rituales según las necesidades de cada campo.

Ya en el campo de la pedagogía y la didáctica, Rodríguez, C. (2019) en su trabajo de investigación: *Les rituels pédagogiques, outils au service des apprentissages* (Los rituales

³La palabra “ritual” en francés se traduce como “rituel” y la palabra “rituales” al francés se traduce como “rituels”

pedagógicos, herramientas al servicio del aprendizaje), afirma que la noción de ritual en el ámbito educativo aparece por primera vez en 1986 en los textos oficiales de la Educación Nacional Francesa y precisa que el jardín de infancia es el nivel educativo en el que la ritualización de las actividades permite construir hábitos y conocimientos sobre la organización del espacio. Y con ello, además, se posibilita diferenciar el tiempo escolar del tiempo en casa. Sin embargo, los rituales no sólo se aplican en el jardín de infancia, sino también en los diferentes ciclos de enseñanza y, por supuesto, en las diferentes asignaturas, así los rituales de primaria no serán los mismos que en la escuela media y los de una clase de sociales podrán diferir de los que se apliquen en una de matemáticas, de hecho, podrían variar de una institución a otra y no hacen parte de una política educativa, o al menos de manera explícita.

Chapiron et al (s.f) y Rodríguez (2019) concluyen que los rituales en la escuela media evitan la repetición de instrucciones y la pérdida de tiempo además de facilitar la gestión de las clases en sí mismas ya que generan hábitos. Si los estudiantes adquieren hábitos en clase o fuera de ella, se evitará, por ejemplo, que los profesores escriban siempre la misma instrucción en el tablero o en guías y se reducirá el riesgo de pérdida de tiempo, ya que, si la misma actividad se repite constantemente, los estudiantes la sistematizarán a medida que avance la clase y los grados escolares. Sin embargo, la actividad debe repetirse regularmente, aunque el contenido cambie, para que los estudiantes desarrollen la automatización de estas.

Los ejercicios rituales según Chapiron et al (s.f, p.12) ayudan a entrenar la automatización, ya que los estudiantes la necesitan para resolver los problemas con eficacia. La automatización pretende evitar lo que se denomina sobrecarga cognitiva. La teoría de la carga cognitiva fue introducida por John Sweller, investigador de psicología en 1982, su premisa es “que los aprendices tienen una muy limitada capacidad de memoria de trabajo cuando deben enfrentarse con nueva información” Andrade-Lotero, L.A., (2012).

Resolver un problema o aprender una nueva información supone una tarea cognitiva que puede ser “adquirida solo si la actividad mental del aprendiz puede relacionarla con los esquemas mentales de la información previamente almacenada en la memoria de largo plazo” (Clark & Mayer, 2007; Mayer, 2005 como se citó en Andrade-Lotero, L.A., 2012).

La teoría de la carga cognitiva enmarca tres estructuras que procesan la información adquirida: la primera, la memoria sensorial: recibe los estímulos de los sentidos, especialmente del visual y el auditivo, su principal función es transformar los estímulos en información que tiene un almacenamiento entre uno y tres segundos; la segunda, la memoria de trabajo: retiene y manipula la información que recibimos de manera consciente por medio de las actividades que realizamos, esta memoria es limitada y tiene un periodo de almacenamiento entre 15 a 30 segundos y la tercera, la memoria de largo plazo: Tiene un almacenamiento ilimitado sobre diferentes aspectos o hechos, como afirma Andrade-Lotero, L.A.(2012) “Este tipo de memoria organiza y almacena la información en “esquemas” o constructos cognitivos que incorporan múltiples unidades de información dentro de una unidad singular de mayor nivel. Los esquemas son construidos en la memoria de trabajo”. Es decir que para la memorización de información se debe pasar por estos niveles que gracias a los esquemas es posible interiorizar en procesos de información; los esquemas principalmente se encuentran en la memoria de trabajo, pero es importante precisar qué repercusiones tienen a nivel cognitivo por ello se caracterizaran a continuación:

Los esquemas no consumen recursos cognitivos cuando son automatizados luego de una extensa práctica. La automatización como complemento de la construcción de esquemas se refiere al proceso mediante el cual la información almacenada en esos esquemas se procesa de forma automática e inconsciente. En este sentido, el desarrollo de habilidades mediante la práctica contribuye a garantizar la ejecución espontánea y fácil de una tarea, puesto que la memoria de trabajo no se encuentra sobrecargada con demasiada información a procesar al mismo tiempo (Sweller, 2002 citado en Andrade-Lotero, L.A., 2012, p.79).

Ahora bien, entendiendo que el ser humano tiene una capacidad limitada en el procesamiento de información, los rituales permiten que el estudiante desarrolle la automatización, por ejemplo, cuando se presente una situación problema en clase de matemáticas, el estudiante podrá procesar de manera consciente el conocimiento que este siendo involucrado, puesto que la parte procedimental —la ejercitación matemática— será un esquema que se desarrolle de manera inconsciente, y gracias a que el estudiante no tendrá que centrarse exclusivamente en los procedimientos, podrá tener una mayor comprensión del problema y así adquirir el conocimiento.

En ciencias de la educación, Amigues y Zerbato-Poudou (2000) citados por Divisa et al (2018, p. 520) en el artículo *Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2?* (¿Cómo construir un ritual de numeración eficaz en el ciclo 2?) identifican tres características precisas para caracterizar un ritual:

- Regularidad: misma duración, misma hora y mismo lugar.
- Repetitividad: los gestos y las palabras le dan una identidad formal.
- Restricciones: reglas claras sobre el respeto, el habla y la escucha.

Además, tanto Divisa et al (2018, p. 519) como Rodríguez (2019, p. 12) consideran que el ritual tiene un carácter multifuncional, es decir puede ser empleado con múltiples propósitos e intencionalidades. Los rituales se pueden clasificar en cinco momentos en cada uno de los cuales se cumple un propósito dentro de un curso: momento de ruptura, espacio de autonomía, contrato dentro de la clase, vector de socialización y en el momento del aprendizaje (Rodríguez, p. 12).

A continuación, se presenta una breve descripción de las cinco momentos principales de los rituales pedagógicos.

- Momento de ruptura: el ritual marca la transición entre lo que los estudiantes acaban de hacer y lo que van a empezar a hacer. Realiza la función de paso, normalmente los rituales se utilizan como inicio o para dar el comienzo de la lección. Por ello, es importante tener en cuenta los tipos de actividades anteriores para que los profesores estén preparados para recibir las emociones y comportamientos de los estudiantes.
- Espacio autónomo: cuando las acciones o actividades son repetitivas, los estudiantes ponen en práctica el ritual de forma autónoma, sabrán exactamente qué esperar o qué hacer, esto es lo que dicen Divisa et al (2018) sobre la anticipación: “El ritual permite al niño proyectarse en un futuro más o menos próximo”. Sin embargo, el objetivo principal de la autonomía es el desarrollo de la confianza en sí mismo de los estudiantes. Por otro lado, la progresión del ritual debe hacerse con tranquilidad, gradualmente, poco a poco.
- Contrato de aula: El ritual también permite definir los roles, el funcionamiento y la progresividad de los contenidos o el tema a trabajar. Por otro lado, es importante que

los roles no sean rígidos, aunque lleven a los estudiantes a ocupar un lugar en el grupo, su enfoque central es que ellos sientan que hacen parte de las actividades propuestas.

- **Vector de socialización:** Los rituales permiten formar un comportamiento en el estudiante, que se espera, sea el mismo que durante la clase e incluso que vayan más allá de la misma. Estar en una actividad colectiva permite que los estudiantes creen sentimientos de pertenencia, de ser parte del grupo y ayuda a interactuar con otros. Esta función de interacción hace que el estudiante entre en el rol de respetar y escuchar a otros. Por tanto, los rituales no sólo permiten el aprendizaje de nuevos conceptos, sino también un buen ambiente de trabajo, ya que los estudiantes refuerzan valores y actitudes para la buena convivencia y desarrollo de la clase.
- **Momento de aprendizaje:** Rodríguez (2019 p. 13) dice que los rituales no son sólo para aprender la autonomía y los diferentes roles, sino que “el ritual pedagógico es por supuesto un momento de construcción de conocimiento. Los rituales permiten automatizar ciertos conocimientos y que toda la clase progrese”. Por otro lado, la aplicación de rituales abre la posibilidad de diferenciación y retroalimentación entre compañeros lo que se espera redunde en la adquisición y formalización de nuevos conocimientos y articularlos con conocimientos previos.

Finalmente, los rituales en el aula de clase permiten que las actividades se desarrollen de manera armónica y que se generen hábitos en los estudiantes. Los rituales van ligados, normalmente, a contenidos académicos en el ámbito escolar, por tal motivo a continuación se presenta el pensamiento lógico y las actividades de razonamiento abstracto, las cuales se busca incorporar en el aula de clase por medio de los rituales y las caracterizaciones enunciadas anteriormente.

1.2 El pensamiento lógico

En este apartado se aborda el pensamiento lógico-matemático dentro del marco de la inteligencia lógico-matemática y se analiza mediante la realización de ejercicios relacionados con el razonamiento abstracto. Con ellos se busca que el estudiante mejore sus habilidades en la resolución de ejercicios de esta índole y encuentre regularidades dentro de una secuencia y/o matrices que le permita completarlas, para esto él, o ella, debe buscar

argumentos y/o estrategias que le permitan llegar a esa respuesta, ver ejemplo en la Figura 1.2-1

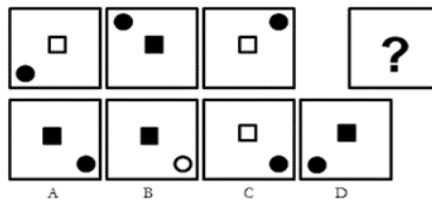


Figura 1.2-1 Ejercicio tomado del Pre-Test al Calendario Matemático

Según Medina, M (2017), en su libro Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, “Hacer matemáticas implica razonar, imaginar, descubrir, intuir, probar, generalizar, utilizar técnicas, aplicar habilidades, estimar, verificar resultados” que evidentemente se corresponden con aptitudes que se ven involucradas en las habilidades de la inteligencia lógico-matemática.

Para entender mejor el propósito de abordar ejercicios como los mostrados en Figura 1.2-1, se debe encontrar la relación entre la inteligencia lógico-matemática, el pensamiento lógico-matemático y el razonamiento abstracto. La relación puede ser representada, esquemáticamente, como muestra en la Figura 1.2-2.



Figura 1.2-2 Relación jerárquica entre la inteligencia lógico-matemática, pensamiento lógico matemático y el razonamiento abstracto.

Para evidenciar las relaciones estructurales sugeridas en la Figura 1.2-2 es necesario definir y/o caracterizar en primera instancia la inteligencia lógico-matemática. Varias definiciones y caracterizaciones se pueden encontrar en la literatura del campo, pero aquí se asumirá la siguiente caracterización:

La inteligencia matemática alcanza la forma lógica de identificar patrones, cálculos, formular y probar hipótesis, utilizando métodos científicos y el razonamiento deductivo e inductivo. Usa conocimiento de sistemas lógicos y sus relaciones, declaraciones e informes, causa y efecto, crea vínculos, usa para ordenar, categorizar, organizar y planear. (Villarreal, L. 2017., p.23)

La inteligencia lógico-matemática es el eje pilar del razonamiento lógico de los individuos y este a su vez es pilar del razonamiento abstracto, pues como lo menciona Medina, M. (2017) “La inteligencia lógico-matemática conlleva a numerosos componentes como cálculo matemático, pensamiento lógico, resolución de problemas, razonamiento deductivo e inductivo”; también menciona que la lógica estudia la forma del razonamiento y específicamente, que la lógica matemática permite expresar clara y organizadamente sus razonamientos. Por ello, el desarrollo del pensamiento lógico es inherente a la actividad matemática puesto que permite comprender y tomar decisiones sobre situaciones tangibles y no tangibles, abordando cualquier situación con criterios específicos y estables para su resolución.

El desarrollo de este pensamiento, es clave para el desarrollo de la inteligencia matemática y es fundamental para el bienestar de los niños y niñas y su desarrollo, ya que este tipo de inteligencia va mucho más allá de las capacidades numéricas, aporta importantes beneficios como la capacidad de entender conceptos y establecer relaciones basadas en la lógica de forma esquemática y técnica. Implica la capacidad de utilizar de manera casi natural el cálculo, las cuantificaciones, proposiciones o hipótesis. (Medina, M. 2017. p.128)

El desarrollo del pensamiento lógico en el aula es fundamental pues como afirma Medina, M. (2017) ayuda a potenciar las habilidades y capacidades de los estudiantes. Algunas de estas habilidades asociadas a la inteligencia lógico-matemática son la capacidad de resolver problemas; percibir y discriminar relaciones y extraer reglas. Por ello, las actividades lógico-matemáticas buscan que el estudiante organice sus razonamientos y los exprese de manera correcta, de tal forma que haga predicciones, establezca relaciones y realice una comprensión más profunda de las situaciones a las cuales se puedan ver enfrentados.

Por otro lado, Cortijo (2010), citado por Medina (2017, p.131), menciona que el uso de vídeos, ordenadores, internet e inteligencias virtuales están demostrando ser recursos valiosos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La implementación de estrategias para desarrollar el pensamiento lógico en el aula apoya la indagación, la simulación, la participación y la evaluación.

Con el fin de centrar aún más el objeto de estudio, se decide trabajar el razonamiento abstracto, pues según Piaget (1984) citado por Villarroel, L (2017) “(...) el desarrollo de la comprensión matemática empieza cuando el niño toma contacto con el mundo de los objetos e inicia sus primeras acciones con estos; más tarde, el niño pasa a un nivel más abstracto, eliminando los referentes del mundo circundante, para trabajar con conceptos abstractos”. Sin embargo, los alcances y desarrollos van a depender de las etapas en las cuales se encuentre el niño o joven pues estas definen unas características específicas que están vinculadas, según la teoría de Piaget, principalmente con la edad. A continuación, se presenta la Tabla 1.2-1 que sintetiza las ideas centrales de la teoría del desarrollo cognitivo propuesta por Piaget:

Tabla 1.2-1 Teoría del desarrollo cognitivo de Piaget.

Etapas	Edad aproximada	Características
Sensoriomotora	0 a 2 años	Este periodo ocurre antes del desarrollo del lenguaje y se caracteriza por una inteligencia práctica, mediante acciones y percepciones concretas. Este es un período “de ejercicio de los reflejos y las reacciones del niño o niña que están relacionados con sus tendencias intuitivas”.
Preoperacional	2 a 7 años	Se consolida el lenguaje, existe un desarrollo de comportamiento social y emocional, y se tiene un aprendizaje basado en la imitación y la asimilación. El juego y la imitación son de suma importancia en esta edad debido a que “el pensamiento mágico y egocéntrico estarían muy presentes en esta etapa”.
Operaciones concretas	7 a 12 años	El niño ya puede realizar operaciones concretas, además es capaz de “considerar otros puntos de vista puede razonar sobre el todo y las partes simultáneamente, puede reproducir una secuencia de eventos y construir series en diferentes direcciones”.
Operaciones formales	12 años hasta la adultez	Se logra un nivel de atracción y resolución de situaciones de mayor complejidad, sin la necesidad de estar frente a los objetos. Los niños y niñas ya han desarrollado “un pensamiento lógico y formal hipotético-deductivo”

Tomada de: Duek (2010; pp 803-804)

Como se explica en el apartado 4.2 los estudiantes con los cuales se implementará esta propuesta tienen entre 12 y 13 años, es decir que se encuentran, según los niveles cognitivos de Piaget, en la transición del nivel de operaciones concretas a formales; sin

embargo, hay que reconocer que el proceso de cada niño es distinto, su manera de razonar y entender el mundo es diferente y por tanto su tiempo en cada etapa del desarrollo cognitivo varía.

Desde los lineamientos propuestos por el MEN en 1998, se define el razonamiento abstracto como parte de los procesos generales el razonamiento afirmando que este “tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y procedimientos” concluyendo así que razonar es “la acción de ordenar ideas en la mente para dar una conclusión”, intención que se tiene con los ejercicios propuestos en el Calendario Matemático.

Como afirman Piaget, en la Teoría del desarrollo cognitivo, y el MEN en el documento de lineamientos, debe tenerse en cuenta la edad de los estudiantes y su nivel de desarrollo. Según el MEN (1998) “se debe partir de los niveles informales de razonamiento en los grados inferiores, hasta llegar a niveles más elaborados de razonamiento, en los conjuntos de grados superiores”. Por ello la importancia de continuar el proceso de razonar en matemáticas, pues como afirma Durand-Guerrier, citada Carranza et al (2012), “es importante tener en cuenta en una perspectiva semántica la relación entre ‘la verdad matemática y la validación lógica’ en la actividad matemática, relaciones que no se trabajan o se trabajan poco en la educación secundaria y que se suponen deben ser adquiridas para la educación superior”. Por ello, a continuación, se mencionarán algunas de las acciones que implica razonar en matemáticas según el MEN (1998)

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.

- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar.

Algunas de estas acciones pretenden ser trabajadas específicamente con la estrategia del Calendario, en particular las relacionadas con formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar patrones, propiedades y relaciones para explicar otros hechos. Esto con el fin de favorecer el razonamiento del estudiante, estimulando por medio de la exploración y comprobación de ideas en ejercicios de razonamiento abstracto a fin de posibilitar la comprensión de ideas abstractas, usando como base el razonamiento inductivo que, a partir de la observación de una propiedad, su veracidad y verificación, permite llegar a la generalización como lo indica el MEN (1998).

Propiciar estos procesos de investigación subyacen al razonamiento matemático; es decir también a los demás “procesos del pensamiento matemático: la manipulación (exploración de ejemplos, casos particulares); la formulación de conjeturas (núcleo del razonamiento matemático, proponer sistemáticamente afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez); la generalización (descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella); la argumentación (explicar el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos)” .

Así, el ritual que se implementará con los estudiantes busca generar en los ellos el fortalecimiento de las habilidades asociadas al pensamiento lógico-matemático, pues se espera que de manera clara y concreta expliquen el razonamiento que tuvieron para desarrollar los ejercicios propuestos. Los ejercicios que se proponen no requieren que los estudiantes realicen procedimientos algorítmicos, sino encontrar regularidades, movimientos, rotaciones en secuencias o cuadrículas. Los ejercicios propuestos según sus características se clasificaron en tres dificultades. Estas dificultades se explican en el apartado 4.4 y 4.5. A continuación, se presenta el Calendario Matemático, el cual es la guía metodológica de la presente propuesta y su implementación.

1.3 El Calendario Matemático

El calendario matemático es un material didáctico diseñado en la década de los 90 del siglo XX por un grupo de docentes liderados por el profesor colombiano Carlos Zuluaga e implementado en diferentes aulas de Colombia a través de un proyecto empresarial y académico denominado “Colombia Aprendiendo”. Su objetivo es “contribuir al desarrollo del enfoque de planteamiento y resolución de problemas a través del trabajo de un problema cada día” (Equipo Estudia Colombia, s.f).

El calendario matemático busca reforzar el razonamiento y la comunicación en matemáticas. Se trata de un conjunto de actividades que se centran en trabajar los diferentes pensamientos matemáticos para profundizar en el aprendizaje de las matemáticas. Según Gracia (2005, pág. 15) citado por Becerra (2013) estas actividades se diseñaron originalmente y se dirigieron a estudiantes de secundaria para fomentar el interés por la resolución de problemas. Actualmente el Calendario Matemático se divide en siete niveles, cuya dificultad varía según el nivel escolar. Los ejercicios se ofrecen desde la educación primaria que en el sistema educativo francés (en lo sucesivo SEF) equivale *al Maternelle y Première*, hasta la educación básica secundaria, que equivale a *Collège y Secondaire en el SEF*.

El Calendario Matemático está diseñado de tal manera que el alumno resuelve un solo ejercicio por día, lo que no sólo evita la presión de hacer muchos ejercicios en un solo periodo de tiempo, sino que refuerza los hábitos de estudio del estudiante, pues contribuye al desarrollo y refuerzo de la disciplina de trabajo y a la sensación de asumir un reto. También pretende integrar a la familia, ya que se proponen algunos ejercicios para desarrollar en conjunto entre semana o fines de semana.

Está disponible en dos idiomas diferentes: español e inglés. Para el calendario en español, a partir del segundo nivel, hay al menos dos ejercicios en inglés para estimular el aprendizaje de una segunda lengua en las aulas colombianas. El calendario matemático también refuerza la comprensión lectora y el aprendizaje del español, como afirma Zuluaga: “En los primeros niveles, dada la afinidad de las matemáticas con la lingüística, se proponen problemas que pretenden reforzar el proceso de lectoescritura y el enriquecimiento del vocabulario” (Equipo Estudia Colombia, s.f.).

El lema del calendario matemático es “Un problema para cada día y un día para cada problema”. Por tanto, el número de ejercicios del calendario matemático varía en función del número de días de los meses del año, presentándose cada calendario para 10 meses, en el período de febrero a noviembre, que son los meses en los que usualmente se desarrollan las clases en los colegios de Colombia. Los calendarios diseñados por el profesor Zuluaga y su equipo conservan cierta similitud a pesar del paso del tiempo, como se puede ver en las Figura 1.3-1 y Figura 1.3-2, cada calendario matemático tiene su año de publicación, su nivel, su mes y los ejercicios están ordenados en recuadros con el día al que corresponde cada ejercicio. También incluye una reflexión sobre los valores y las virtudes humanas.

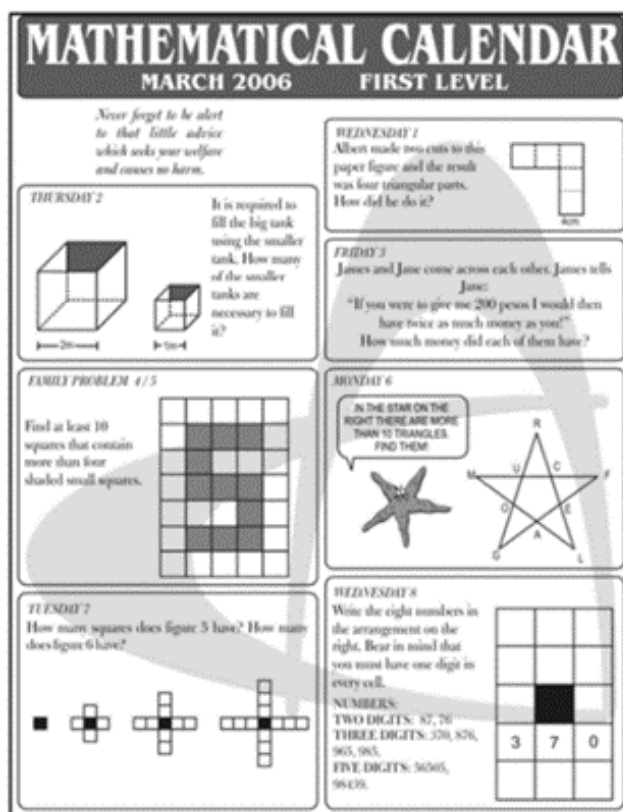


Figura 1.3-1 Calendario matemático 2006. Extraído de: <https://colombiaprendindo.edu.co/index.php/calendario-matematico-virtual/>

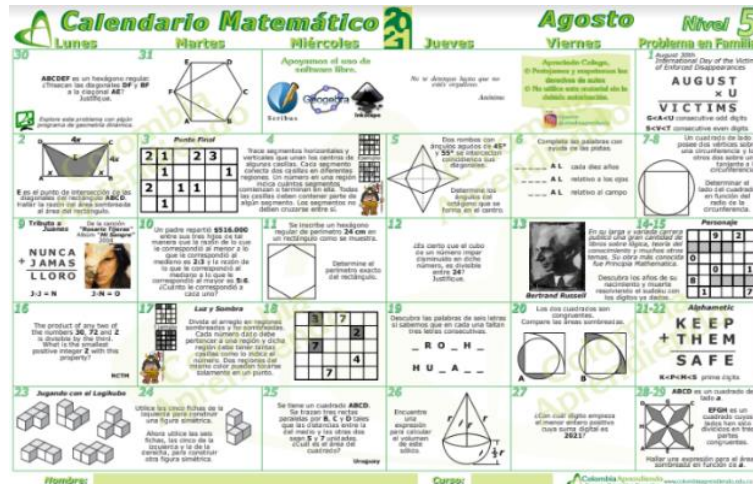


Figura 1.3-2 Calendario matemático 2021. Extraído de: <https://colombiaprendiendo.edu.co/index.php/calendario-matematico-virtual/>

Por otro lado, el estudiante ante ejercicios que no suele hacer o que no conoce, tiene que enfrentarse, como se mencionó anteriormente, a un reto que llevará a su cerebro a “buscar mecanismos de solución, hasta que, poco a poco, el cerebro encuentra una forma de resolver el problema y a esto se le llama estrategia” Zuluaga (2011, pág. 18) citado por (Becerra, 2013) , añadiendo, además, que aún no hay mucha investigación sobre el calendario matemático, sino sobre lo que se llama “estrategia” y resolución de problemas y en esta medida la estrategia es muy interesante pues no necesariamente el estudiante se limita a evocar los conceptos y procesos que está trabajando durante un periodo específico de tiempo sino que puede requerir conocimientos ya abordados e incluso algunos que el estudiante deba explorar o consultar y que propende por ir más allá de los contenidos.

Actualmente el calendario matemático es considerado, de manera general, un proyecto de matemática recreativa, que sigue siendo liderado por el profesor Carlos Zuluaga (director), Hugo Cuellar (asociado) y Bernardo Recamán (consultor) en el marco de Colombia Aprendiendo, que se ha transformado en una red de servicios, herramientas y contenidos para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje del currículo escolar colombiano.

Algunos de los aportes que brinda el Calendario Matemático a los estudiantes en el desarrollo de los diferentes pensamientos matemáticos es el desarrollo de competencias de comunicación, argumentación, modelación de situaciones y proposición de estrategias. Este material didáctico no solo busca motivar a los estudiantes frente al desarrollo de problemas

matemáticos sino a que alcancen un mayor nivel en las competencias matemáticas, por medio de la socialización y guía del docente, e incluso, desde el ritual, generar estrategias de aprendizaje autónomo.

Según Sanabria, E & Moreno, D, (2015) es importante distinguir los conceptos de “ejercicio” y “problema”, haciendo énfasis también en que la diferencia de uno al otro no es absoluta. Para ellos resolver un ejercicio es la aplicación de un procedimiento rutinario y un problema, requiere de pausas, reflexiones y nuevas estrategias a considerar. En este marco, el Calendario Matemático aborda los distintos pensamientos, competencias matemáticas por medio de ejercicios y situaciones problemas que promueven en el estudiante aptitudes que le permiten mejorar cognitivamente.

Las actividades propuestas en los diferentes niveles educativos están diseñadas bajo los lineamientos del Ministerio de Educación de Colombia en el área de Matemáticas, sin embargo en esta propuesta de trabajo se manejarán problemas de razonamiento abstracto que se encuentran estrechamente relacionados con el estándar de grado sexto-séptimo asociado al pensamiento espacial y sistemas geométricos, como aparece en el documento del MEN:

“Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.” MEN, 2006)

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se presenta a continuación la problemática e hipótesis de esta propuesta de adaptación del Calendario Matemático.

Capítulo 2.

Ahora, sabiéndose que los rituales en el aula de clase permiten fomentar la autonomía académica de los estudiantes y la importancia del desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes de básica secundaria, como fue presentado en el capítulo anterior, se plantea la siguiente problemática, que será la guía de este trabajo de grado, puesto que se buscará dar respuesta a ella, por ello se plantean cuatro hipótesis como respuesta a esta pregunta.

2.1 Problemática

El pensamiento lógico no sólo está asociado al razonamiento, sino que también está vinculado al aprendizaje del lenguaje matemático (Carranza et al, 2012), lo que lleva a que el pensamiento lógico sea inherente a la actividad matemática.

En la educación secundaria, según Carranza et al (2012), el pensamiento lógico no se trabaja lo suficiente y en cambio cuando los estudiantes terminan el bachillerato e ingresan al nivel universitario, se asume que tienen todas las destrezas relacionadas con el pensamiento lógico, es decir, se espera que los estudiantes hayan desarrollado las habilidades matemáticas que implica el pensamiento lógico y esto puede ser un supuesto que difícilmente se pueda y se deba asumir, de hecho, en algunos contextos, la enseñanza de la lógica, del cálculo mental, o de las matemáticas discretas se caracterizan por su ausencia. Sin embargo, y en contraste a esto ya se ha verificado la importancia del pensamiento lógico en el desarrollo de habilidades cognitivas de los individuos. En el artículo Desarrollo del pensamiento lógico y rendimiento académico de los estudiantes de la revista científica Dominio de las Ciencias, Suárez-Wellington, Sánchez-Lascano, Carlín-Chávez, & Ruano-Almeida (2017), concluyeron que la falta de desarrollo del pensamiento lógico ejerce influencias en el éxito académico de los estudiantes en la educación superior.

Así en este contexto, se plantea la siguiente cuestión de interés: ¿Ofrecer un ritual sobre el pensamiento lógico extra-clase ayudará a desarrollar la actividad matemática relacionada con el razonamiento lógico en los estudiantes? Dicho estudio se realizará con estudiantes de séptimo curso del ciclo 3 del Liceo Francés Louis Pasteur.

2.2 Hipótesis

Para intentar responder a la pregunta anteriormente formulada, se proponen las siguientes hipótesis basadas en la aplicación de una adaptación del Calendario Matemático como ritual extracurricular para los estudiantes de grado séptimo.

H1: El calendario matemático se ha trabajado con constancia y ayuda a mejorar las habilidades de los estudiantes en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos.

H2: El calendario no es trabajado constantemente por los estudiantes y no hay mejora en la capacidad de los estudiantes para resolver ejercicios lógico-matemáticos.

H3: A pesar de que el calendario matemático no se desarrolla de forma adecuada y consistente, los estudiantes consiguen mejorar sus habilidades en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos.

H4: El Calendario no es constantemente desarrollado por los estudiantes y las habilidades de los estudiantes en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos no mejoran.

A partir de lo anterior se plantea la propuesta del Calendario Matemático como ritual extra-clase, su organización y la relación que tiene con las características de los rituales.

Capítulo 3.

En este capítulo el lector encontrará la propuesta diseñada para dar respuesta a la pregunta planteada en el capítulo anterior: ¿Ofrecer un ritual sobre el pensamiento lógico extra-clase ayudará a desarrollar la actividad matemática relacionada con el razonamiento lógico en los estudiantes?

3.1 Propuesta: El Calendario Matemático como ritual extra-clase.

Como ya se ha explicado, el "Calendario Matemático" (en adelante CM), se propone como un ritual para los estudiantes de séptimo curso del Liceo Francés Louis Pasteur. Según Piaget los estudiantes de 11 años se encuentran aún en la “etapa de operaciones concretas” en la cual tienen la capacidad de resolver ejercicios lógico-matemáticos, el factor de la edad es variable pues Piaget reconoce también la variabilidad cultural e individual de las infancias como características influyentes, así la adaptación del CM con ejercicios de razonamiento abstracto que ejercitan el desarrollo del pensamiento lógico, busca, principalmente, que los estudiantes logren alcanzar la “etapa de operaciones formales” en la cual el estudiante es capaz de pensar de forma abstracta e hipotética.

El objetivo principal del CM propuesto es desarrollar el pensamiento lógico matemático de los estudiantes mediante la resolución de un ejercicio cotidiano. Para poder analizar el progreso de los estudiantes, se propone realizar primero una prueba con cinco ejercicios, de diferente dificultad, el primer día de la práctica educativa de la autora de este trabajo de grado, con el fin de analizar la capacidad de los estudiantes para resolver este tipo de ejercicios y evidenciar si, de algún modo están familiarizados con ellos. Después, los estudiantes resolverán un ejercicio al día durante un mes para practicar la resolución de este tipo de ejercicios e ir generando un ritual alrededor de la estrategia. Al culminar esta fase se realizará un Pos-Test de cinco ejercicios de diferentes niveles de dificultad, cuyo objetivo principal es comparar los resultados con los obtenidos en la primera prueba.

A continuación, se presenta la estructura del CM diseñado para los estudiantes del Liceo Francés Louis Pasteur. Las figuras que se mostrarán a partir de este capítulo se encuentran en francés puesto que es el idioma que se maneja para la enseñanza de las asignaturas en esta institución. La estructura general del CM está pensada para hacer que los ejercicios sean distribuidos en cuatro grupos de manera semanal a los estudiantes, por tanto, se buscó recrear un diseño tipo carpeta. En la Figura 3.1-1 se puede observar la primera página que los estudiantes observaron al ser entregado el CM.

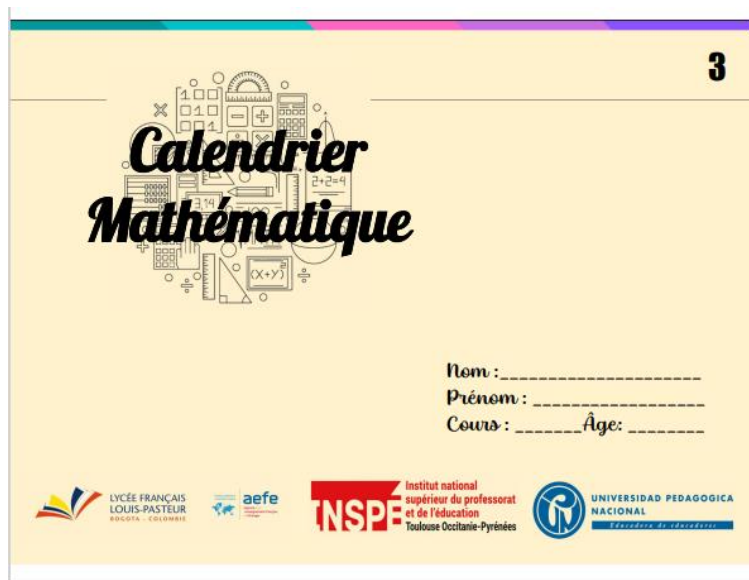


Figura 3.1-1 Primera página CM semana 3.

En la parte superior izquierda se encuentra el nombre en francés del CM y en la parte superior derecha el número de la semana a la que corresponde el paquete de ejercicios que se entregan a los estudiantes, este número se añade a la portada a partir de la semana tres con el fin de diferenciar con mayor facilidad el grupo de ejercicios de cada semana, esta modificación se dio al ver la necesidad de identificar fácilmente los calendarios matemáticos. A continuación, la diferencia entre un CM de la semana 1 y 3. Ver Figura 3.1-2.



Figura 3.1-2 Calendario semana 1 vs semana 3. En la figura de la izquierda no se identifica la semana a la que corresponde el grupo de ejercicios, sin embargo, para la figura de la derecha si es posible identificar la semana.

En el costado inferior derecho se encuentran los términos: “nom, prénom, cours et âge” los cuales tiene como traducción al español: “Apellido, nombre, curso y edad” respectivamente. Esto con el fin de identificar a cada uno de los estudiantes y facilitar su identificación en el proceso que tuvieron durante la implementación.

En la parte inferior se dispusieron los logos institucionales de las entidades que hicieron posible la práctica educativa en esta institución: El Liceo Francés Louis Pasteur, *Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation - Jean Jaurès* de Toulouse INSPE de Toulouse y la Universidad Pedagógica Nacional.

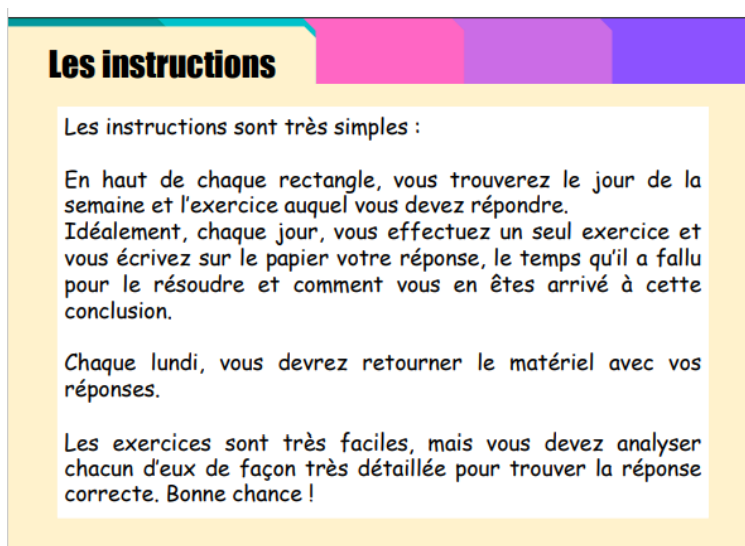


Figura 3.1-3 Instrucciones CM.

La siguiente página que encuentran los estudiantes corresponden a las instrucciones del CM. Ver Figura 3.1-3. Las instrucciones se escribieron de tal manera que fueran simples y acordes a la edad de los estudiantes, la traducción de estas es:

“Las instrucciones son muy simples:
 En la parte superior de cada rectángulo, encontrarás el día de la semana y el ejercicio el cual debes responder.
 Idealmente, cada día, desarrollas un sólo ejercicio y debes escribir sobre el papel tu respuesta, el tiempo que te tomó resolverlo y cómo llegaste a esta respuesta.
 Cada lunes, debes devolver el material con tus respuestas.
 Los ejercicios son muy fáciles, pero debes analizar cada uno de ellos de manera muy detallada para encontrar la respuesta correcta. ¡Buena suerte!”

La Figura 3.1-4 es un ejemplo de cómo se organizan los ejercicios y las jornadas de socialización de los ejercicios propuesto por el CM, ya que la puesta en común de los resultados de cada ejercicio permite el intercambio entre compañeros y escuchar cómo han razonado los estudiantes para resolver los ejercicios.



Figura 3.1-4 Calendario del mes de marzo. Programación de los primeros ejercicios a realizar en los días de socialización.

Como se muestra en la Figura 3.1-4 en cada mes del año en el que se realice el CM se mostrará el ejercicio correspondiente al día. Los días de fin de semana no se envían ejercicios puesto que la institución educativa no acostumbra a dejar actividades extra-clase para estos periodos que se asumen como de descanso para los estudiantes y sus familias; así, solicitar realizar ejercicios el fin de semana iría en contra de esta cultura académica y los acuerdos institucionales establecidos. Aunque la propuesta del Calendario Matemático del

profesor Zuluaga propone ejercicios para los fines de semana, y así se pensó hacerlo desde la proyección del proyecto que se presentó al Liceo, en las primeras reuniones para iniciar la implementación se decidió sólo proponer ejercicios de lunes a viernes dadas las dinámicas de la institución.

El CM se compone de cuatro grandes grupos de ejercicios, cada grupo tiene lugar en una semana diferente, es decir, cada semana se entregará a los estudiantes un grupo de cinco ejercicios diferentes que, una vez finalizada la semana, deberán ser regresados para su posterior análisis. Cada gran grupo consta de ejercicios de secuencias lógicas como el mostrado en la sección de pensamiento lógico (véase la Figura 1.2-1).

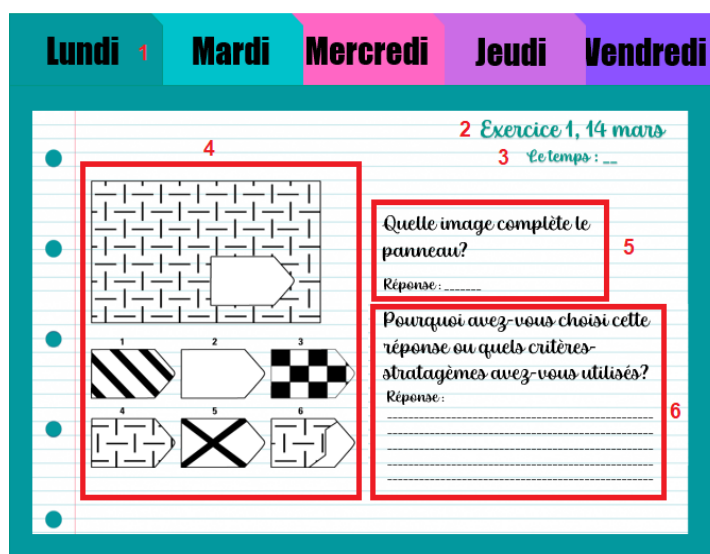


Figura 3.1-5 Formato CM. En esta imagen se enuncian las partes que componen al CM.

Por otro lado, la Figura 3.1-5 muestra el formato de cada uno de los ejercicios que los estudiantes utilizarán para resolver el ejercicio del día (o si se quiere, de cada día). De esta forma, es explícito el ejercicio que deben desarrollar y la fecha en que deben hacerlo.

Organización del formato (ver Figura 3.1-5):

1. Corresponde al día de la semana del ejercicio: lunes, martes, miércoles, jueves o viernes.
2. Corresponde al número del ejercicio y al día a realizar: En la figura se encuentra "Exercice 1, 14 Mars" es decir "Ejercicio 1, 14 de marzo". Con el fin de que el estudiante desarrolle los ejercicios el día que corresponde.

3. En este espacio “le temps: ___” el alumno debe indicar el tiempo que ha tardado en resolver el ejercicio. Esto se hace con el propósito de revisar si los estudiantes mejoraron el tiempo en la resolución de los ejercicios o si por el contrario cada vez les tomó más tiempo.
4. En esta parte el estudiante encontrará el ejercicio y las opciones de respuesta (Distractores).
5. Para la sección número 5, el estudiante encontrará la pregunta y el espacio para escribir la respuesta, para este ejemplo se tiene: “¿Cuál imagen completa el panel?”
6. Y para finalizar, en la sección 6, se encuentra la pregunta que permite a los estudiantes cuestionar y justificar por qué han elegido una respuesta particular.

La sexta parte permite a los estudiantes recordar las razones por las que han elegido esta respuesta y participar activamente en el debate de la clase. También ofrece la oportunidad de analizar cómo razonan los estudiantes. La tercera parte también posibilita analizar si los estudiantes son más ágiles en la resolución de los ejercicios y si van mejorando en cuanto a la rapidez con la que pueden identificar regularidades.

Para finalizar, con el estilo de carpeta, la última hoja de cada grupo de ejercicios se puede ver a continuación en la Figura 3.1-6.



Figura 3.1-6 Última página CM. Entrega semanal

En esta última página se encuentra la leyenda “No olvides entregar los ejercicios resueltos. Gracias” y los logos de las instituciones anteriormente mencionadas. Cumple únicamente con la función de recordar la devolución del material y cerrar la carpeta.

3.2 Características del CM como ritual

Con el fin de que el CM se convirtiera en un ritual se mantiene el mismo diseño durante toda implementación de este. Lo único que varía son los ejercicios y sus dificultades, pero esto se explicará más adelante en el capítulo que corresponde a metodología. Además, cabe recalcar que el CM está diseñado bajo tres momentos de ritualización explicados anteriormente:

- El ritual del “CM” marca el límite entre lo anterior y el comienzo de la lección, ya que a la entrada de cada clase se producirá el intercambio de experiencias para la resolución de ejercicios y la devolución del material por parte de los estudiantes.
- El espacio autónomo: la progresión del ritual debe hacerse con facilidad, poco a poco, lo que lleva al ritual “calendario” con ejercicios cuya dificultad se aumenta progresivamente.
- Contrato de clase: Los estudiantes no definen el orden en que deben realizarse los ejercicios, deben seguir el orden del CM. La puesta en común se hará durante o al final de la semana. Al inicio de cada semana, se recogerán los ejercicios propuestos durante la semana anterior.

En los Anexos 1, 2, 3 y 4 se encontrarán los grupos de ejercicios que se entregaron a los estudiantes, estos archivos se disponen de tal forma que por hoja se puedan imprimir 4 páginas del CM.

Capítulo 4.

Este capítulo brindará al lector claridades sobre el contexto institucional, la población con la que se trabajó y especialmente, el porqué del desarrollo del CM en el idioma francés. Además de incluir los instrumentos y ejercicios que se usaron a lo largo de la implementación del CM.

En primer lugar, se hará una presentación general del Liceo Francés Louis Pasteur y de los sistemas educativos francés y colombiano, ya que la educación de la institución se basa en la asociación educativa franco-colombiana entre la *Agence pour l'Enseignement Français à l'Etranger*⁴ (AEFE) y la Asociación Colombo Francesa de Enseñanza (ACFE). En segundo lugar, las características de los estudiantes de cinquième. Y en último lugar, se presentarán el Pre-Test, CM, Pos-Test, las características de los ejercicios y la catalogación de cada uno de ellos.

4.1 Contexto institucional.



Figura 4.1-1 Logo del Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá.

El Liceo Francés Louis Pasteur se encuentra ubicado en el norte de la ciudad de Bogotá, Colombia. Fue fundado en 1934 por D. José De La Vega, en 1943 como parte del posicionamiento de la escuela francesa en América Latina. Debuta con la inscripción de 35 estudiantes y actualmente cuenta con cerca de 2000 estudiantes desde, lo que es para el Sistema Educativo Colombiano (En lo sucesivo SEC), preescolar hasta su graduación.

Los estudiantes que acoge el Liceo Francés provienen de distintos países, especialmente francófonos por lo que el idioma francés permite la comunicación, aprendizaje y adaptación de los estudiantes inscritos allí. Además, el Liceo Francés Louis Pasteur esta

⁴ Traducción textual: “Agencia para la Enseñanza del Francés en el Extranjero”

suscrito a la *Agence pour l'enseignement français à l'étranger*. AEFÉ (La enseñanza francesa en el extranjero), que es una institución pública supervisada por el Ministerio de Europa y Asuntos Exteriores, que a su vez supervisa la red de escuelas francesas en el extranjero.

La AEFÉ conecta a 492 escuelas en 137 países. Esto permite que estudiantes -que por condiciones especiales deben cambiar de país- puedan continuar con su formación académica de manera casi inmediata, pues al ser parte de esta red de liceos franceses su traslado mantiene el nivel educativo del estudiante y la secuencialidad de las temáticas vistas, ya que todos los liceos se rigen bajo el SEF y de allí su fortaleza ante la movilidad. Actualmente de los 350.000 estudiantes que estudian en las escuelas de esta alianza, el 40% son franceses.

Además, otra institución que supervisa al Liceo Francés es La Asociación Colombo Francesa de Enseñanza (ACFE), que es una empresa colombiana sin ánimo de lucro que busca favorecer el desarrollo de la cooperación educativa entre Colombia y Francia en los campos cultural, científico y técnico, de conformidad con las disposiciones legales y convencionales, de acuerdo con el Convenio de intercambio cultural suscrito entre los dos países y aprobado por la ley 12 de 1980 de Colombia, y según el Convenio marco existente entre la AEFÉ y las asociaciones de enseñanza.

El Liceo Francés Louis Pasteur es una institución privada, gestionada por la ACFE y al mismo tiempo tiene un acuerdo pedagógico y administrativo con la AEFÉ. Este acuerdo entre ambas entidades garantiza no sólo la enseñanza en francés del programa escolar propuesto por el Ministerio de Educación francés, sino también la relación diplomática de la ACFE con la Embajada de Francia en Colombia.

Además, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) se encarga de certificar que el Liceo Francés Louis Pasteur cumple con los requisitos propuestos por el MEN. Es decir, que satisface los requerimientos de la enseñanza, los objetivos de aprendizaje y las normas de organización administrativa y demás propios de la legislación educativa colombiana. En la Figura 4.1-2. Se muestra las similitudes que tienen los dos sistemas educativos.

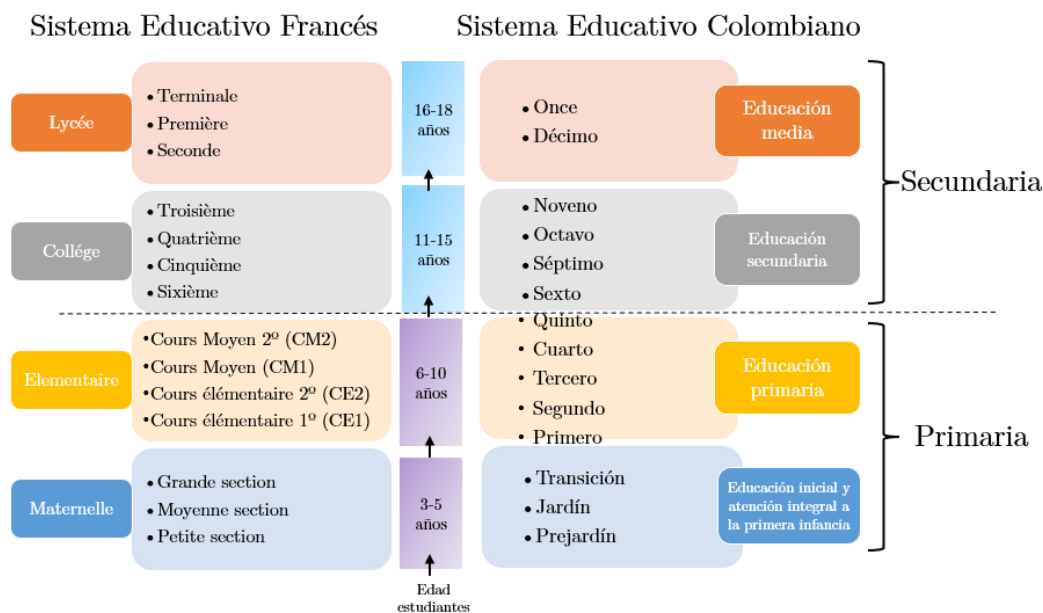


Figura 4.1-2 Comparación entre el SEF y el SEC.

Como se observa, el SEF se organiza dos grandes grupos como el SEC. La educación primaria, identificada en la Figura 4.1-2 con los colores amarillo y azul claro, equivalente a *Maternelle* y *Prémère* en SEF y la educación básica secundaria, identificada en la Figura 4.1-2 con los colores gris y naranja, que equivale a *Collègue* y *Lycée* en el SEF. La enseñanza primaria y secundaria en el SEF es gratuita, neutra, laica y obligatoria de los 6 a los 16 años, sin embargo, al Liceo Francés Louis Pasteur de Bogotá al ser una institución privada las mensualidades e inscripción deben ser pagadas por los padres de familia y/o por medio de becas estudiantiles.

Además, el SEC se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, su dignidad, derechos y deberes y es la encargada de avalar que se otorgue el título de bachiller en Colombia. De otra parte, en la educación superior, existen diferencias significativas en cuanto a la duración de los programas y los énfasis, no obstante, la formación en el liceo

francés va desde el preescolar hasta el bachillerato y por tanto en este documento no se le dará mayor relevancia a este aspecto, aunque se debe reconocer ya que es el pensamiento lógico que se supone el estudiante que se vincula a alguna modalidad de la educación superior debe haber formado.

De otra parte, tanto el SEF como el SEC proponen un examen obligatorio al final de la escuela secundaria. Esta escuela prepara a los estudiantes para los exámenes de ambos países. El *baccalauréat* para el SEF y el *saber 11* para el SEC. Como los estudiantes están bajo la AEFÉ y la ACFE, su diploma es validado por todas las instituciones de educación superior en Colombia y en el extranjero.

4.2 Población de estudio

La población del estudio estaba formada por 15 estudiantes de *Collège*⁵ del Liceo Francés Louis Pasteur, cuyas edades están entre 12 y 13 años, de los cuales seis eran niñas y nueve niños.

La disposición dentro del aula estaba configurada como se muestra en la Figura 4.2-1. El profesor principal o titular organizó a los estudiantes en parejas, conformadas por un estudiante con un buen rendimiento académico y otro que necesitaba un apoyo adicional para aprobar algunas asignaturas. La intención principal del profesor es nivelar la heterogeneidad del grupo haciéndolos trabajar en parejas, es decir, para que el alumno con mejor rendimiento académico ayude y motive a su compañero con bajo rendimiento académico, además de fomentar el compañerismo y la tolerancia en los espacios de clase.

Puesto que los estudiantes se encuentran en la transición de la niñez a la adultez, estos están en lo que se denomina adolescencia “[...], en el caso de la adolescencia esta concepción tiene una relevancia especial, debido a las características de los nuevos procesos biológicos, psicológicos y sociales abiertos en este periodo”. (Adrián, J. & Rangel, E., s.f). Por tanto, es importante enunciar dichos cambios a nivel biológico como los cambios que se presentan entre la finalización de la niñez y la entrada a la pubertad, cambios que no solo son físicos y sino filogenéticos, marcados por el interés por otros de manera, generalmente, romántica.

⁵ Equivalente a Educación Media básica en el Sistema Educativo Colombiano

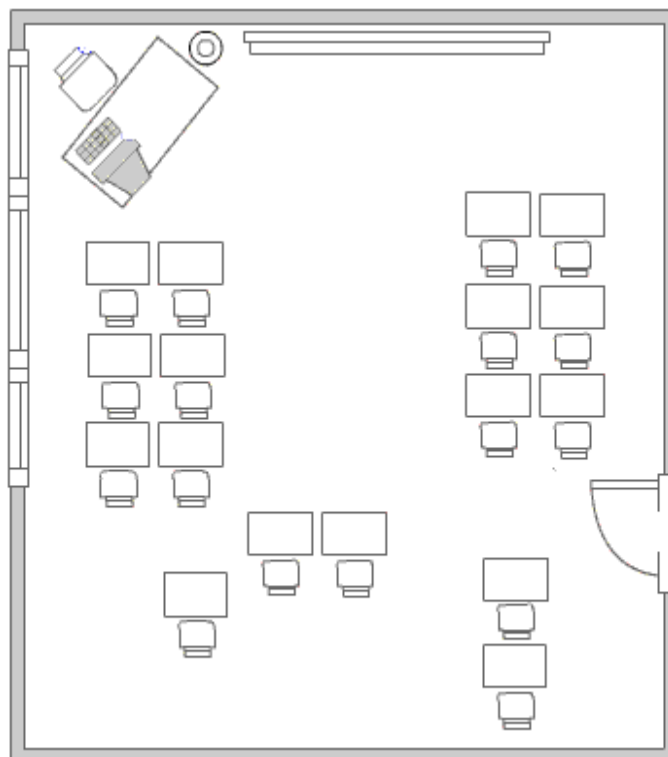


Figura 4.2-1 Distribución del salón del salón cinquième

Para estudiantes entre 12-16/18 años que corresponde a la adolescencia, Adrián, J. et Rangel, E. (s.f) realizan una caracterización que se presenta en la Tabla 4.2-1

Tabla 4.2-1 1 Procesos de desarrollo en la adolescencia. Tomada de: Adrián, J. et Rangel, E. (s.f) Tema 1. LA TRANSICIÓN ADOLESCENTE Y LA EDUCACIÓN

- Desarrollo de formas de pensamiento con mayor nivel de abstracción, más potentes y contextualizadas para el análisis y comprensión de la realidad (pensamiento formal):
 - capacidad de operar mentalmente no sólo con lo que se considera real sino también con lo hipotético o lo posible.
 - control de variables.
 - pensamiento hipotético-deductivo.
 - capacidad de operar mentalmente con enunciados formales de manera independiente de su contenido concreto.
- Posibilidad de acceder de forma más completa a la representación y análisis.
- Mejora de las capacidades metacognitivas: potencialidad creciente para planificar, regular y optimizar de manera autónoma sus propios procesos de aprendizaje.
- Revisión y construcción de la propia identidad personal:
 - Revisión de la propia imagen corporal.
 - Revisión del autoconcepto y la autoestima.
 - Establecimiento de compromisos vocacionales, profesionales, ideológicos y sexuales.
- Hay desarrollo de nuevas formas de relación interpersonal y social:
 - Redención de relaciones familiares.

- Ampliación y profundización de relaciones con los iguales.
- Inicio de relaciones de pareja.
- Extensión de las relaciones sociales.
- Desarrollo de niveles más elevados de juicio y razonamiento moral.
- Posibilidad de experimentar comportamientos característicos de la vida adulta (relaciones sexuales, experiencias laborales y profesionales, etc).

Con lo anterior, y la observación de clase, se evidencia que los estudiantes eran, en general, bastante participativos, pero cuando debían realizar actividades de manera autónoma se distraían en temas extracurriculares, por ejemplo, los partidos de fútbol que se realizan en el país, esto en busca de extender sus relaciones sociales. También se evidenció que dos niñas pintaban partes de su cuerpo con marcadores, lo que para esta etapa se entiende como revisión de la propia imagen corporal. Además de que se empieza a ver el coqueteo entre los estudiantes dando inicio a sus primeras relaciones sentimentales.

Adrián, J. et Rangel, E. (s.f, p. 10) afirma que:

Desde la perspectiva cognitivo-evolutiva de Jean Piaget la adolescencia es vista como un periodo en el que se producen importantes cambios en las capacidades cognitivas (), y por tanto, en su pensamiento, asociados a procesos de inserción en la sociedad adulta. Durante esta etapa los jóvenes acceden en un grado u otro a formas de razonamiento propias de lo que se denomina pensamiento formal (Tabla 4.21) [...] Estas nuevas capacidades cognitivas les capacita para el desarrollo de un pensamiento autónomo, crítico, que aplicará en su perspectiva sobre la sociedad y en la elaboración de proyectos de vida. Desde esta perspectiva la adolescencia se produce, pues, por una interacción entre factores individuales y sociales.

Analizar estos factores que son influenciados por la edad de los estudiantes y su transición de la niñez a la adolescencia es importante, pues permite determinar si los ejercicios que se proponen en el CM son acordes a las capacidades y habilidades cognitivas que ellos tienen. Como se mencionó anteriormente es importante que las actividades propuestas tengan en cuenta los aprendizajes previos y el desarrollo que tiene en este caso con el razonamiento matemático.

Al ser un Liceo regido por la AEFE, el idioma de las clases es el francés, exceptuando las materias de español y sociales⁶. Los estudiantes del Liceo Francés Louis Pasteur están en un continuo proceso de aprender el idioma francés y en específico los términos matemáticos

⁶ Materias que deben incluirse en la malla curricular por disposición del Ministerio de Educación Nacional (colombiano).

en este idioma. Sin embargo, dada la trayectoria estudiantil de cada uno de ellos, el francés no es impedimento para entender al profesor de nacionalidad francesa y los ejercicios propuestos del libro que se trabaja en clase, no obstante, en algunas ocasiones la comunicación oral es difícil, puesto que los estudiantes aún no tienen un dominio total del idioma y no conocen las expresiones para realizar afirmaciones de índole matemática.

Durante la observación participativa de las clases, se evidenció la preferencia de los estudiantes por comunicarse en español y dado que la interacción y orientación en aspectos matemáticos era posible con los estudiantes, estos solicitaban de manera reiterada que se solucionaran sus dudas en idioma español.

4.3 Material de investigación

Como ya se mencionó, el CM se propone como un ritual para los estudiantes de séptimo curso del Liceo Francés Louis Pasteur. El objetivo principal del CM es desarrollar el pensamiento lógico matemático de los estudiantes mediante la resolución de un ejercicio diario de razonamiento abstracto. Para ayudar a analizar el progreso de los estudiantes, la propuesta de desarrollo se estructuró y se desarrolló, de manera general, así:

En primera instancia se realizó una prueba que a partir de ahora será llamada Pre-Test, con cinco ejercicios de diferente dificultad: un ejercicio de dificultad uno, dos ejercicios de dificultad dos y dos ejercicios de dificultad tres. (Más adelante se explicará cómo se realizó la categorización de la dificultad de los ejercicios). Esta fue implementada en el primer día de clase (de desarrollo de la propuesta, no del curso oficial), con el fin de analizar la capacidad de los estudiantes para resolver los ejercicios que implican el pensamiento lógico-matemático. A continuación, se muestra la primera prueba aplicada a los estudiantes.

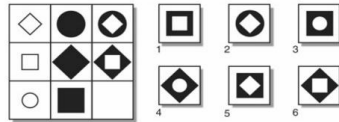
Prénom : _____ Nom : _____

Age : _____ ans Cours : _____ Date : _____

Test # 1

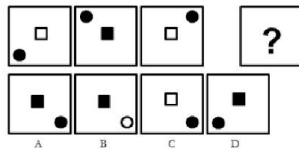
Résoudre les exercices suivants

1. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse.



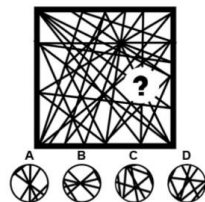
Réponse : _____

2. Quelle image complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse



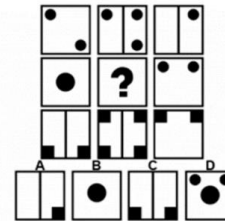
Réponse : _____

3. Quelle image complète correctement le cadre ? Choisissez une seule réponse.



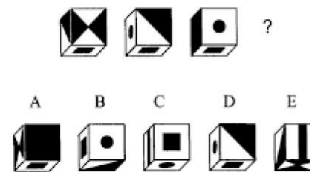
Réponse : _____

4. Quelle image complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.



Réponse : _____

5. Quel dé complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.



Réponse : _____

Figura 4.3-1 Primera prueba realizada a los estudiantes. Consta de una cabecera con los logotipos del ISNPE, la UPN y el Liceo Francés Louis Pasteur, una sección de recopilación de información de los estudiantes y cinco ejercicios de diferente dificultad. El test se encuentra en el idioma francés.

A continuación, los estudiantes resolverán 16 ejercicios, un ejercicio por día entre el lunes y el viernes durante cuatro semanas no continuas, puesto que los estudiantes tuvieron un receso de dos semanas mientras se llevaba a cabo la implementación del CM, para

practicar la resolución de este tipo de ejercicios de forma gradual. El número de ejercicios según la dificultad fue:

1. Seis ejercicios de dificultad uno.
2. Siete ejercicios de dificultad dos.
3. Tres ejercicios de dificultad tres.

A continuación, la segunda prueba, que se denominará en lo sucesivo Pos-Test, de cinco

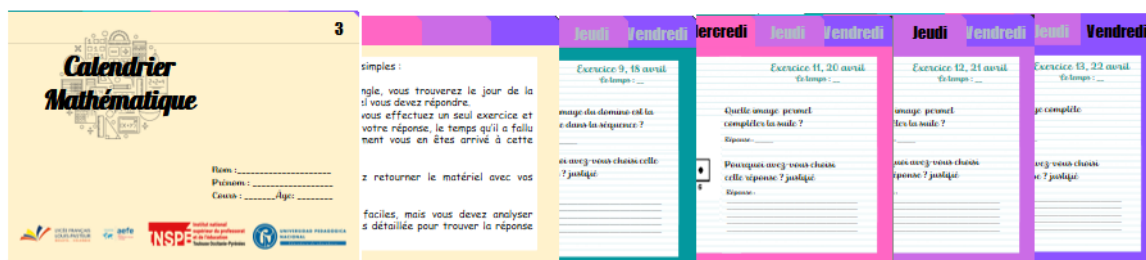


Figura 4.3-2 CM, semana 3.

ejercicios, con diferentes niveles de dificultad. El objetivo principal del Pos-Test es comparar los resultados con los obtenidos en la primera prueba (Pre-Test). Al igual que en la primera prueba, la distribución de los ejercicios fue la siguiente:

1. Un ejercicio dificultad uno.
2. Dos ejercicios de dificultad dos.
3. Dos ejercicios de dificultad tres.

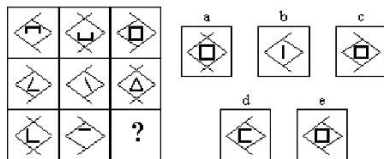
Prénom : _____ Nom : _____

Age : _____ ans Cours : _____ Date : _____

Test # 2

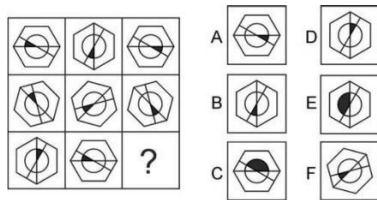
Résoudre les exercices suivants

1. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse.



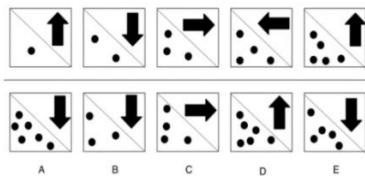
Réponse : _____

2. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse



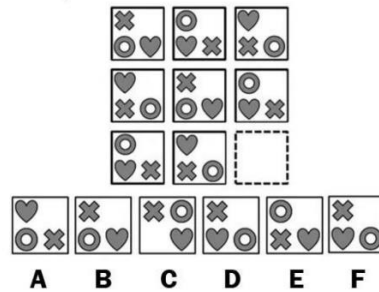
Réponse : _____

3. Quelle image complète correctement la suite ? Choisissez une seule réponse.



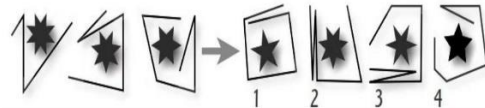
Réponse : _____

4. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse.



Réponse : _____

5. Quel dé complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.



Réponse : _____

Figura 4.3-3 Segunda prueba realizada a los estudiantes. Consta de una cabecera con los logotipos del INSPE, la UPN y el Liceo Francés Louis Pasteur, una sección de recopilación de información de los estudiantes y cinco ejercicios de diferente dificultad. También se encuentra en el idioma francés

En la siguiente tabla se presentan las fechas en las que se realizó el Pre-Test, el CM de los ejercicios de 1 al 8, el receso estudiantil, el CM de los ejercicios de 9 al 16 y el Pos-

Test.

Tabla 4.3-1 Fechas del 2022 de aplicación de los instrumentos.

Actividad	Marzo			Abril		
	Del día	Hasta el día	El día	Del día	Hasta el día	El día
Pre-test			22			
CM	23				1	
Receso estudiantil				2	17	
CM				18	27	
Pos-test						28

Como se puede ver en la tabla anterior y se mencionó anteriormente hubo una interrupción de dos semanas en la implementación del CM, tiempo en el cual no se envió material a los estudiantes, dado que la institución no acostumbra a enviar trabajo extra-clase pues la política institucional entiende que la intensidad horaria o jornada estudiantil es alta.

4.4 Características de los ejercicios de razonamiento abstracto

Los ejercicios que se presentaron en el ritual y en las pruebas tienen una o varias de las siguientes características presentes en la secuencia lógico-matemática, esta caracterización se da a partir de la investigación y solución de los ejercicios propuestos.

- Cambiar el tamaño de la figura
- Cambiar el color de la figura
- Cambiar la forma de la figura
- Añadir forma
- Añadir/eliminar una línea horizontal
- Añadir/eliminar una línea vertical
- Permutar las figuras
- Girar figura o figuras
- Trasladar figura o figuras
- Completar panel
- Descendencia/ascendencia números
- Simetría con respecto a un punto y simetría con respecto a una diagonal

- Alternancia números o formas
- Continuar con segmentos
- Características de objetos en 3D
- Rotación en un eje.

4.5 Niveles de dificultad

Los criterios que se establecieron para categorizar la dificultad de cada ejercicio que se le presentó a los estudiantes se encuentran mencionados en el apartado 4.4. A continuación, se presentan las tres dificultades asignadas a los ejercicios, las razones que determinan si un ejercicio pertenece a dicho nivel y un ejercicio tomado del Pre-Test, CM o Pos-Test para cada nivel de dificultad.

- **Dificultad 1:** El ejercicio muestra sólo un cambio de las propiedades mencionadas en el apartado 4.4 (cambiar el tamaño de la figura, cambiar el color de la figura, cambiar la forma de la figura, añadir/eliminar una línea horizontal, añadir/eliminar una línea horizontal, permutar las figuras, girar la figura, trasladar la figura, etc.), un ejemplo de un ejercicio de dificultad 1 es:

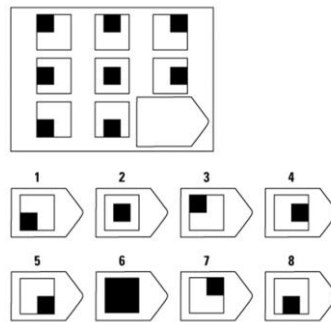


Figura 4.5-1 Ejercicio No. 6 del CM. Dificultad 1.

En la Figura 4.5-1, el ejercicio presentado tiene como única característica que el cuadrado negro se mueve dentro del cuadrado externo (fondo blanco), por lo que se clasifica en dificultad uno.

- **Dificultad 2:** El ejercicio presenta dos modificaciones de las propiedades mencionadas.

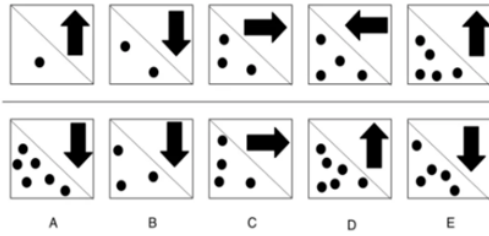


Figura 4.5-2 Ejercicio No. 3 del Pos-Test. Dificultad 2.

El ejercicio mostrado en la Figura 4.5-2 se clasifica como dificultad dos porque se producen dos cambios simultáneos: el primero es la dirección de la flecha y el segundo es el aumento del número de puntos a medida que pasa la secuencia.

- **Dificultad 3:** En esta categoría están los ejercicios con tres o más cambios de las propiedades mencionadas.

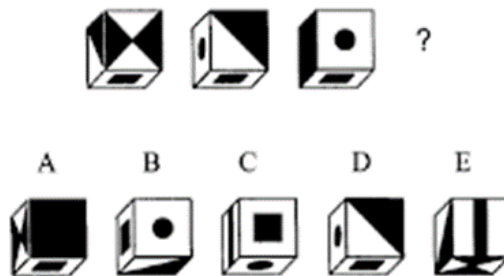


Figura 4.5-3 Ejercicio No. 5 del Pre-Test. Dificultad 3.

El ejercicio mostrado en la Figura 4.5-3 se clasifica en esta categoría, ya que es necesario rotar un dado sobre un eje, asociar las caras a diferentes figuras, además de comprender la composición de un cubo, la sola representación tridimensional ya constituye una dificultad intrínseca del ejercicio.

La Tabla 4.5-1 presenta la distribución y dificultad de los ejercicios presentados a los estudiantes, además de las características de cada uno de ellos para ser clasificados en cada dificultad. Para observar los ejercicios del Pre-Test el lector debe remitirse a la Figura 4.3-1, del CM se encuentran en los Anexos 1, 2, 3 y 4; y el Pos-Test ver Figura 4.3-3.

Tabla 4.5-1 Catalogación de los ejercicios Pre-Test, CM y Pos-Test

Actividad	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta	Nivel de dificultad	Característica
Pre-Test	22 de marzo	1	3	Uno	Unir dos figuras para formar la tercera
		2	A	Dos	Cambiar el color de la figura Trasladar figura
		3	A	Dos	Completar panel Continuar con los segmentos
		4	D	Tres	Alternancia de formas Eliminar forma
		5	A	Tres	Tener conciencia de la cantidad de caras de un dado, la rotación que se hace del dado en el eje Z (3D)
CM	23 de marzo	1	4	Uno	Completar panel
	24 de marzo	2	a	Uno	Girar la figura
	25 de marzo	3	a	Uno	Alternancia números
	28 de marzo	4	c	Uno	Añadir/eliminar una línea horizontal
	29 de marzo	5	d	Uno	Añadir forma
	30 de marzo	6	5	Uno	Trasladar la figura
	31 de marzo	7	b	Dos	Simetría Girar figura
	01 de abril	8	C	Dos	Cambiar el tamaño de la figura Permutar las figuras
	18 de abril	9	4	Dos	Girar cuatro formas en simultaneo Trasladar figura
	19 de abril	10	1	Dos	Traslación de dos formas en sentidos diferentes
	20 de abril	11	5	Dos	Alternancia formas Traslación de formas
	21 de abril	12	4	Dos	Giro de dos formas en diferentes escalas
	22 de abril	13	5	Dos	Cambiar el color de la figura (tres colores) tanto en filas como columnas

	25 de abril	14	B	Tres	Cambio vertical de los colores y líneas en tres circunferencias concéntricas
	26 de abril	15	B	Tres	Cambiar el tamaño de la figura Permutar las figuras Girar figura
	27 de abril	16	A	Tres	Traslación de tres objetos en diferentes sentidos
Pos-Test	28 de abril	1	D	Uno	Completar forma Modificar las líneas
		2	B	Dos	Giro simultaneo y en diferentes sentidos
		3	A	Dos	Alternancia de las formas Aumento de las formas
		4	B	Tres	Simetría diagonal
		5	4	Tres	Aumentan la cantidad de lados de la figura contorno Disminuye las puntas de la estrella

Teniendo en cuenta la caracterización de los estudiantes, los instrumentos y los ejercicios empleados, se aborda a continuación el capítulo designado a la presentación de los resultados obtenidos en la aplicación del Pre-Test, el CM y el Pos-Test.

Capítulo 5.

En este capítulo se expondrán los resultados a los diferentes instrumentos: Pre-Test, CM y Pos-Test. Su presentación se hará en el orden que se aplicaron a los estudiantes; para finalizar, se realizarán algunas comparaciones entre los resultados obtenidos en el Pre-Test, Pos-Test y CM, con el fin de corroborar alguna de las hipótesis formuladas en la problemática.

En aras de simplificar las descripciones, algunas convenciones que se usarán a continuación son:

- EX1, EX2... corresponden a los ejercicios planteados en los test y en el CM.
- S1, S2... S15 corresponde a denominación dada a los estudiantes que hicieron parte del estudio.

5.1 Resultados Pre-Test

Los resultados obtenidos en el primer test, se pueden observar en la Figura 5.1-1. De cinco preguntas realizadas, el promedio de respuestas acertadas por los estudiantes es de 4.01, es decir que el porcentaje promedio de respuestas correctas es del 80.02%. La media es representada gráficamente por la línea horizontal roja, y con ello se observa que sólo tres estudiantes estuvieron por debajo de la media, es decir contestaron menos de cuatro preguntas acertadamente.

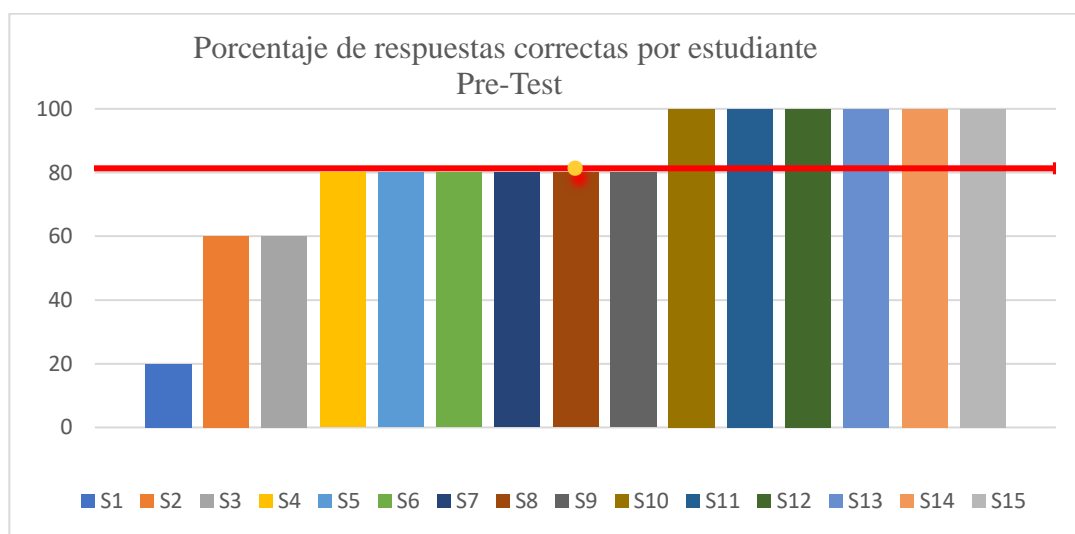


Figura 5.1-1 Gráfica del porcentaje de respuestas correctas en el Pre-Test por estudiante.

Como se mencionó anteriormente, la cantidad de ejercicios por dificultad estuvieron distribuidos de la siguiente manera: un ejercicio de dificultad uno, dos ejercicios de dificultad dos y dos ejercicios de dificultad tres. La gráfica que se presenta a continuación muestra la media de las respuestas correctas por cada una de las preguntas y la línea horizontal de color rojo la media total de las preguntas con respuestas acertadas.

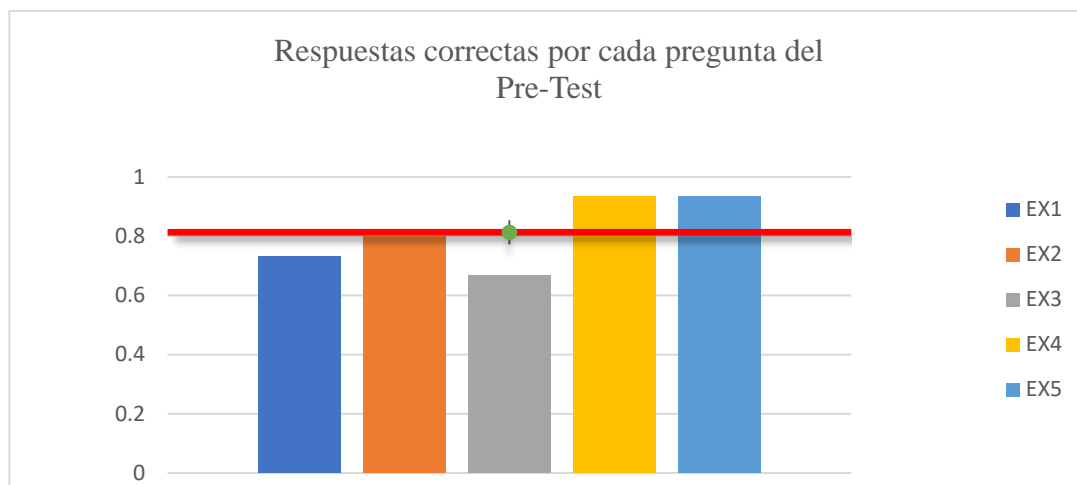


Figura 5.1-2 Gráfica promedio de preguntas acertadas por cada pregunta en el Pre-Test. El ejercicio EX1 se encuentra en la dificultad uno; los ejercicios EX2 y EX3 están en la dificultad dos y los ejercicios EX4 y EX5 están ubicados en la categoría tres.

Se puede observar que las preguntas 1 y 3 del Pre-Test representaron una mayor dificultad para los estudiantes, puesto el promedio de respuestas acertadas estuvo por debajo de la media (0.8), es decir, del 80%. Las preguntas 1 y 3 correspondían a los niveles 1 y 2 respectivamente, con un promedio de respuestas correcta del 0,73 (73%) y 0,63 (63%) para cada una de ellas respectivamente.

A continuación, se presentan los ejercicios 1 y 3 del Pre-Test con su ficha técnica y un breve análisis de las respuestas dadas por los estudiantes.

Tabla 5.1-1 Ficha técnica del ejercicio 1 del Pre-Test.

<p>1. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse.</p> <p>Réponse : _____</p>	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
	Marzo 22	1	3
	Nivel de dificultad	Característica	
	Uno	Unir dos figuras para formar la tercera	

Para este ejercicio, 11 estudiantes de 15 que contestaron el Pre-Test respondieron correctamente, sin embargo, tres eligieron la opción 1 en la cual se identifica el cuadrado negro como el fondo, pero eligieron el cuadrado blanco en vez del círculo blanco; por otro lado, un estudiante contestó que la opción 4 era la correcta, pero no tuvo en cuenta que el cuadrado no se rota.

Tabla 5.1-2 Ficha técnica del ejercicio 3 del Pre-Test.

<p>3. Quelle image complète correctement le cadre ? Choisissez une seule réponse.</p> <p>Réponse : _____</p>	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
	Marzo 22	3	A
	Nivel de dificultad	Característica	
	Uno	Completar panel Continuar con los segmentos números	

De los 15 estudiantes que realizaron el Pre-Test, diez contestaron correctamente, algunos de ellos continuaron las líneas faltantes para así encontrar la respuesta correcta. Tres contestaron la opción C y dos la opción D, pero estas no coinciden con las líneas del panel.

En consecuencia, del Pre-Test podría afirmarse, que la complejidad para las preguntas catalogadas en la dificultad 3 no fueron de mayor dificultad para la mayoría de los estudiantes, sino que, por el contrario, dos preguntas de dificultades inferiores ofrecieron

mayor complejidad para la interpretación a la hora de resolverlas. A continuación, se analizarán los resultados del CM implementado.

5.2 Resultados Calendario Matemático

Los resultados que se presentan a continuación corresponden a las respuestas acertadas y el material regresado por los estudiantes; se presentan ambas estadísticas para ver el avance de los estudiantes en la resolución de los ejercicios que aumentan su dificultad paulatinamente y contrastarlo con el nivel de compromiso con la actividad realizada.

La primera gráfica corresponde al porcentaje de devolución del material por parte de los estudiantes, semanalmente se entregaba un CM a cada estudiante, para un total de cuatro CM por estudiante.

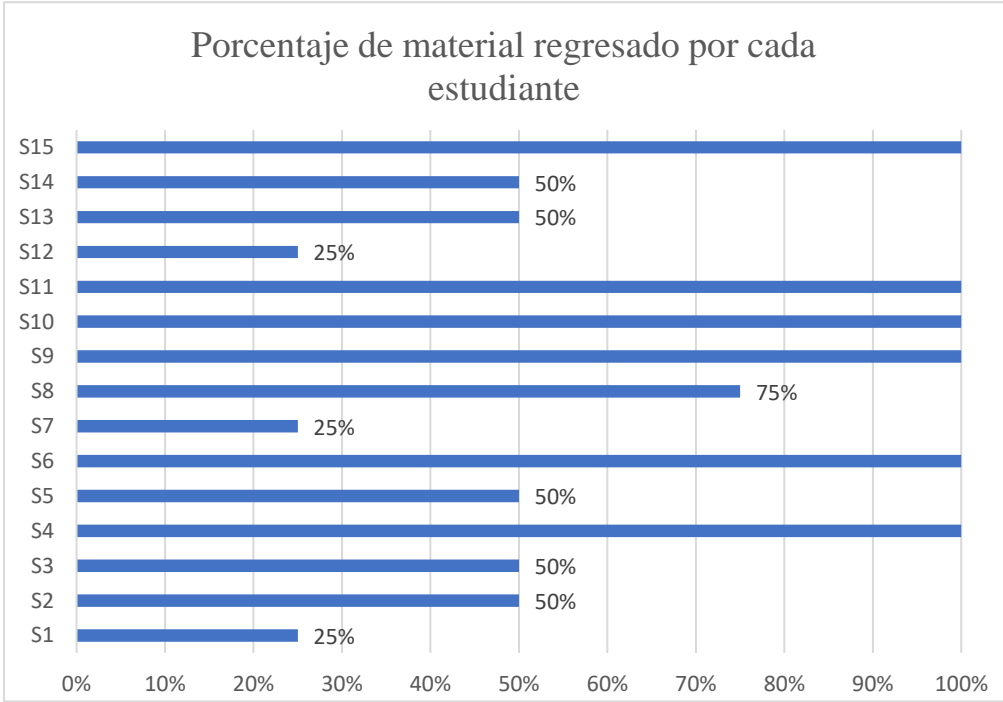


Figura 5.2-1 Gráfico Porcentaje de material regresado por cada estudiante.

Según la gráfica, solo seis estudiantes devolvieron la totalidad de los Calendarios Matemáticos entregados, es decir, de los cuatro entregados para ser solucionados en casa: un solo estudiante devolvió tres de los cuatro, cuatro estudiantes entregaron dos calendarios

matemáticos y tres estudiantes solo retornaron uno. El porcentaje de Calendarios Matemáticos regresados corresponde, en promedio, al 66.67%.

La devolución de calendarios por los estudiantes por cada semana se presenta en la siguiente gráfica:

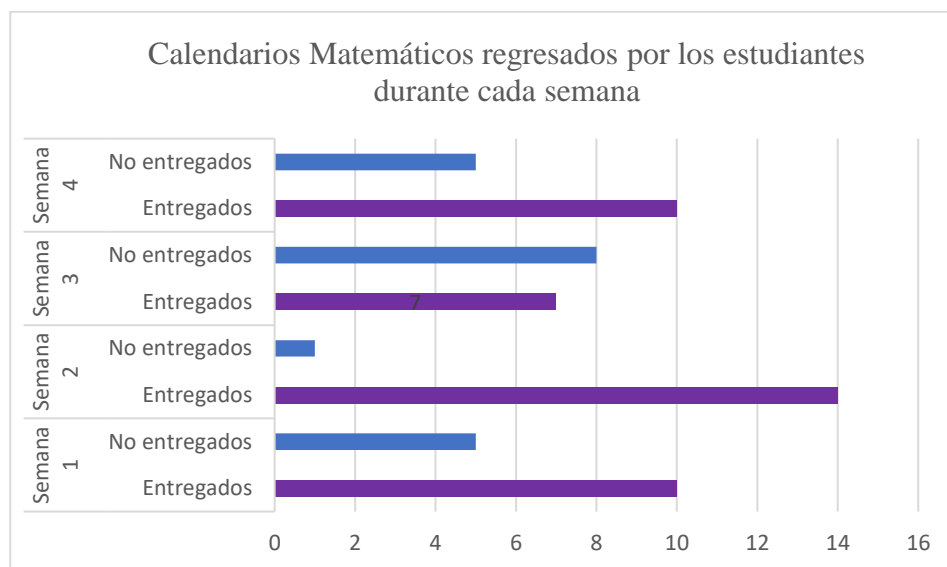


Figura 5.2-2 Gráfico Calendarios Matemáticos regresados cada semana. Este gráfico representa la cantidad de estudiantes que semanalmente regresaron al investigador los Calendarios Matemáticos.

Según la Figura 5.2-2, en las semanas uno y cuatro, diez de los 15 estudiantes con los que se realizó el estudio devolvió el material solucionado; la semana dos corresponde a la semana con mayor devolución los calendarios matemáticos, sin embargo, en la semana tres solo siete estudiantes devolvieron el material y ocho no, esto pudo deberse a que los estudiantes regresaban de sus dos semanas de receso estudiantil y perdieron el material o simplemente olvidaron su compromiso con la actividad, no obstante durante la observación limitada de la autora de este trabajo no fue posible evidenciar si se realizan entregas de trabajos, pues se observó el desarrollo de actividades en clase y la socialización de ellas. Con esto se puede concluir que los estudiantes no asumieron el compromiso de cuidar y devolver los CM en el transcurso del tiempo en que se realizó la implementación de este, ni en los tiempos acordados para ello, pues, a pesar de que se les permitió entregar el material cualquier día de la semana, existía un tope máximo para la misma que era regresar el material solucionado el lunes de la siguiente semana, esto con el fin de poder retroalimentar los

resultados en la clase, la socialización de los ejercicios no fue posible dado que los estudiantes no entregaron el material en el tiempo establecido.

A continuación, se presentan los resultados por cada estudiante según la cantidad de material regresado, ya que sólo con este es posible analizar los resultados de los estudiantes.

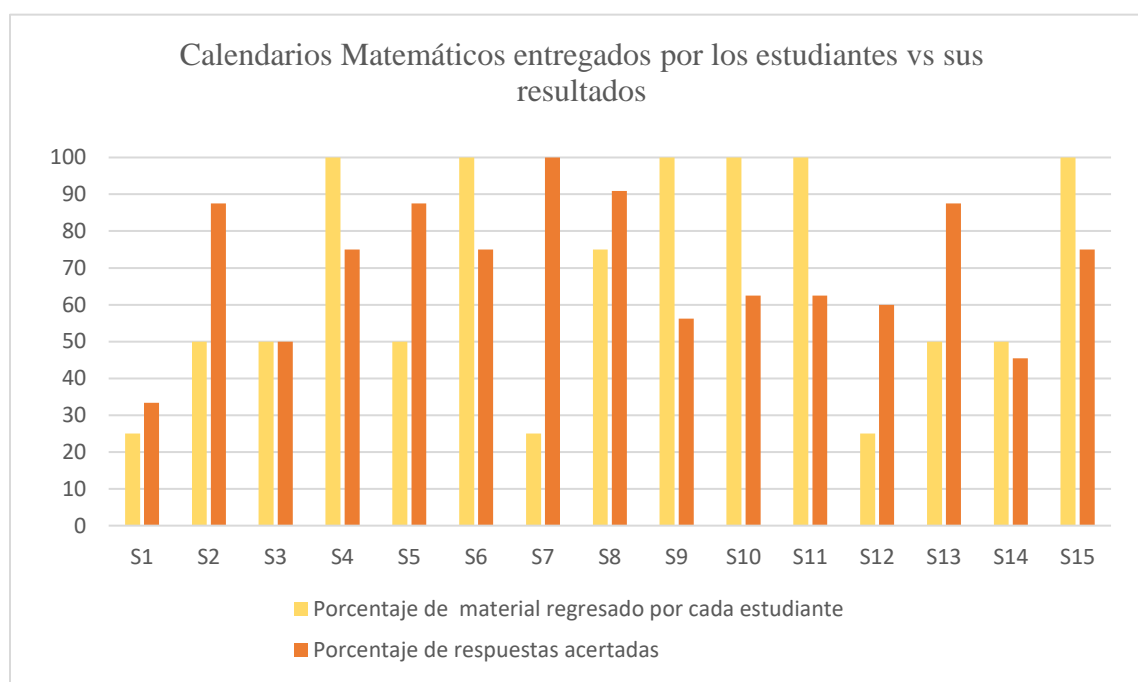


Figura 5.2-3 Gráfico Calendarios Matemáticos entregados por los estudiantes vs sus resultados.

Debido a la ausencia del material, los resultados presentados en color naranja corresponden únicamente a los que pudieron ser observados según el porcentaje regresado por cada estudiante, por ejemplo: el estudiante “s1” sólo entregó un calendario de los cuatro y únicamente obtuvo un 33,33% de respuestas acertadas del total de ejercicios que pudieron ser analizados. El estudiante “s7”, al igual que el estudiante “s1”, sólo presentó un 25% del material entregado, pero obtuvo un 100% en el análisis de las respuestas por él presentadas. El estudiante “s15” presentó el 100% del material, sin embargo, obtuvo un éxito del 75% en respuestas acertadas.

Los resultados que se obtuvieron de manera general para cada pregunta se presentan en la Figura 5.2-4:

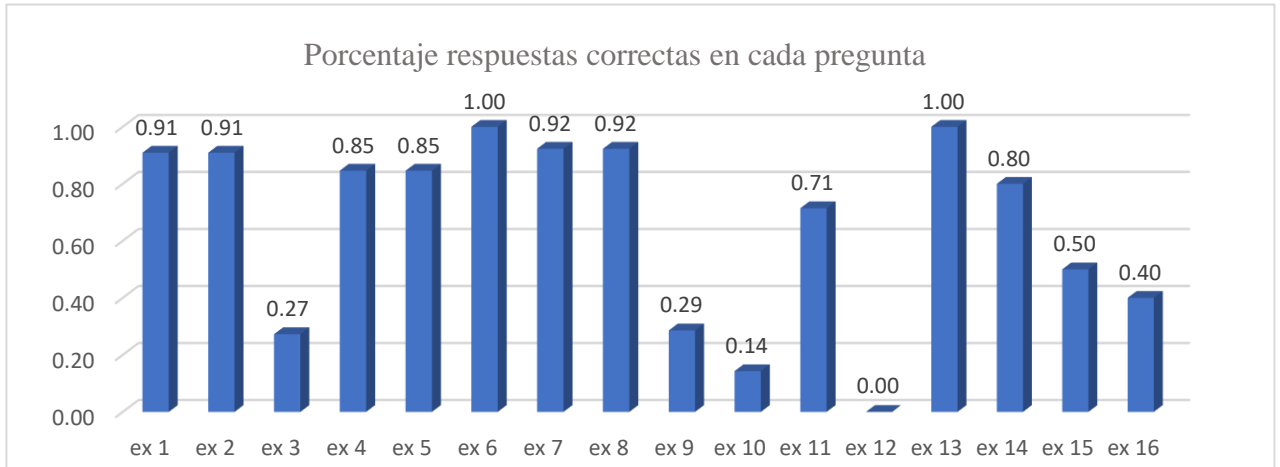


Figura 5.2-4 Gráfico Porcentaje respuestas correctas en cada pregunta del CM

La media de todas las respuestas correctas corresponde a 0.62 en la escala del 0 al 1, es decir que el 62% de las respuestas presentadas fueron correctas, aunque se puede evidenciar que ejercicios como el 3, 9,10,12,15 y 16 presentaron un menor índice de respuestas acertadas. A continuación, se presenta el porcentaje de respuestas acertadas de cada pregunta según el nivel.

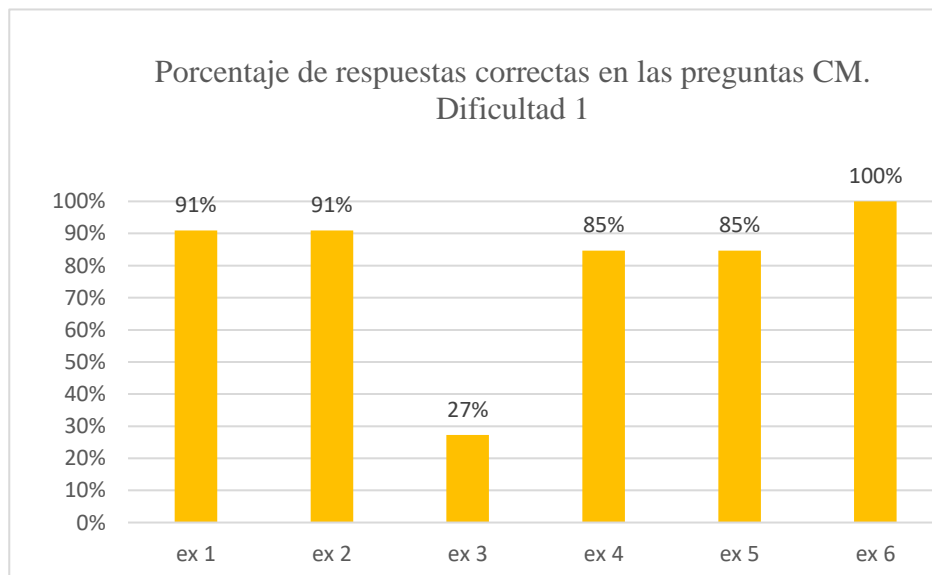



Figura 5.2-5 Gráfico Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 1.

Como se puede evidencia en la Figura 5.2-5 Gráfico Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 1., el ejercicio con menor porcentaje de respuestas correctas en los ejercicios de dificultad uno es el ejercicio No. 3. Tabla 5.2-1 se encuentra la descripción del ejercicio y posterior a esto, un breve análisis de las respuestas de los estudiantes:

Tabla 5.2-1 Ficha técnica del ejercicio 3 del CM. Dificultad uno.

Lundi		Mardi		Mercredi		Jeudi		Vendredi	
 <p><i>Exercice 3, 25 mars</i> Le temps : ...</p> <p>Quelle pion du domino est la suivante dans la séquence ? Réponse :</p> <p>Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratagèmes avez-vous utilisés ? Réponse :</p>									
Fecha		Ejercicio No.		Respuesta					
Marzo 25		3		a.					
Nivel de dificultad		Característica							
Uno		Alternancia números							

Aquí se evidencia que este ejercicio se caracterizó con “alternancia de números” (par, impar...) de los 10 estudiantes que respondieron a esta pregunta tres contestaron A, los demás contestaron C, que corresponde a la categorización de “Descendencia/ascendencia números”, es decir que el 70 % de los estudiantes contestaron bajo esta interpretación. También ha de plantearse el interrogante de si los estudiantes conocen el dominó, pues en el ejercicio No. 2 del CM (ver Anexo 1) se presentan también un ejercicio que involucra las fichas, pero la única relación entre ellas es la simetría, para este ejercicio concretamente se debe encontrar una relación directa entre las fichas. De aquí se puede inferir que, la solución de los ejercicios depende del razonamiento de la persona y de su experiencia previa con objetos concretos, pues se pueden obtener diferentes resultados a un mismo ejercicio.

A continuación, se presentan el gráfico de las preguntas de dificultad 2 en la Figura 5.2-6. Y cuya media de respuestas correctas para preguntas de este nivel fue de 57%.

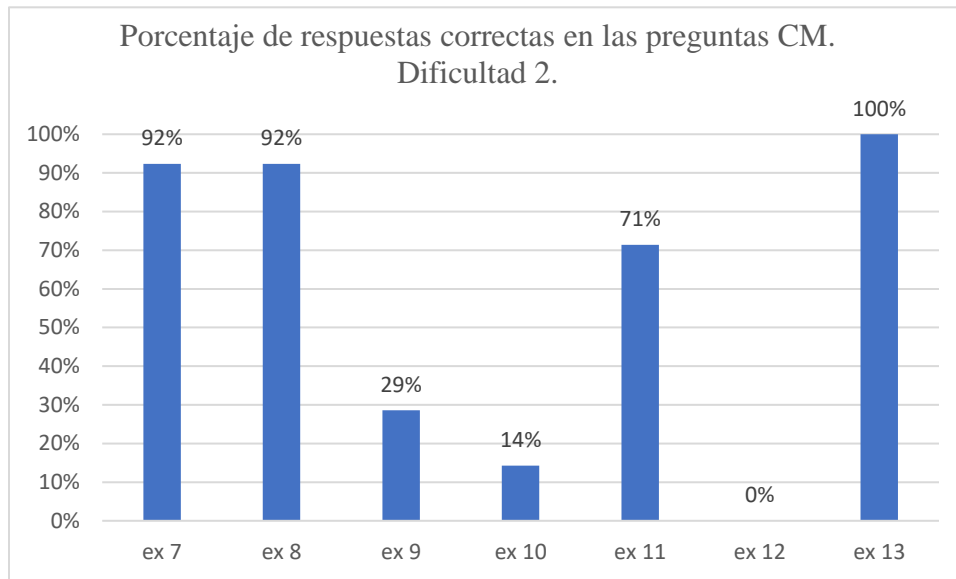


Figura 5.2-6 Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 2.

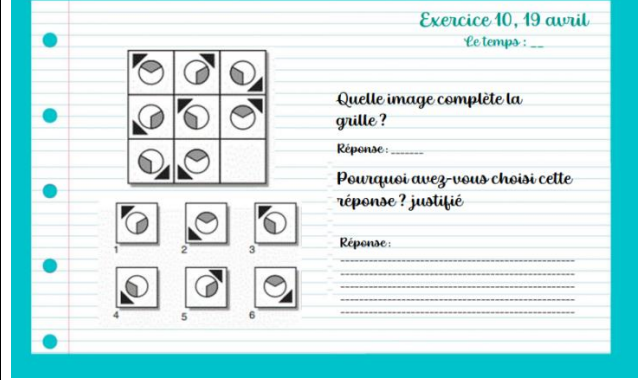
Se puede observar en Figura 5.2-6 los ejercicios que están por debajo de esta media son el ejercicio 9, 10 y 12. A continuación la ficha técnica, descripción y análisis de cada uno de ellos.

Tabla 5.2-2 Ficha técnica del ejercicio 9 del CM. Dificultad dos.

<div style="display: flex; justify-content: space-between; background-color: #008080; color: white; padding: 5px;"> Lundi Mardi Mercredi Jeudi Vendredi </div>		Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
		Abril 18	9	4)
		Nivel de dificultad	Característica	
		Dos	Girar cuatro formas en simultaneo Trasladar figura	

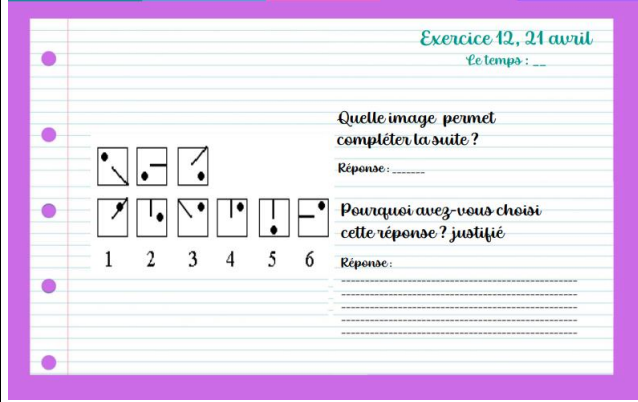
Este ejercicio fue contestado por siete estudiantes, de los cuales solo dos contestaron acertadamente, aunque la opción 3 fue la más elegida con tres estudiantes, sin embargo estos no tuvieron en cuenta la rotación del cuadrilátero, sino únicamente del semicírculo.

Tabla 5.2-3 Ficha técnica del ejercicio 10 del CM. Dificultad dos.

Lundi Mardi Mercredi Jeudi Vendredi					Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
					Abril 19	10	1
					Nivel de dificultad	Característica	
					Dos	Traslación de una forma y rotación de otra en sentidos diferentes	

De siete estudiantes que contestaron el ejercicio, cuatro de ellos dijeron que la respuesta correcta era la correspondiente al número 5, sin embargo, esta respuesta no puede ser ya que el triángulo repetiría posición con la casilla de arriba y según las demás casillas esto no sucedía. Nuevamente se evidencia que los estudiantes no observan el total de figuras que componen la secuencia, ya que solo tuvieron en cuenta un factor de la secuencia de los dos que la componían.

Tabla 5.2-4 Ficha técnica del ejercicio 12 del CM. Dificultad dos.

Lundi Mardi Mercredi Jeudi Vendredi					Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
					Abril 21	12	4
					Nivel de dificultad	Característica	
					Dos	Giro de dos formas en diferentes escalas	

De siete estudiantes que contestaron a este ejercicio, ninguno eligió la opción correcta. Sin embargo, dos eligieron la opción 2 y otros dos la opción 6. No obstante, la

opción 2 tiene en cuenta el movimiento del segmento, no coincide el movimiento del punto y la opción 6, sucede todo lo contrario, se tiene en cuenta el movimiento del punto, pero no del segmento. Esto coincide con los ejercicios que se han presentado anteriormente, en el que los estudiantes no tienen en cuenta todos los factores que hacen parte de la secuencia. No fue posible analizar los resultados de los demás estudiantes dado que no devolvieron el material en los tiempos establecidos y la intervención en el Liceo Francés Louis Pasteur terminó.

Ahora, en la Figura 5.2-7 se puede ver el porcentaje de respuestas acertadas para los ejercicios de dificultad 3. Cuya media es del 57% de respuestas acertadas. Los ejercicios que se encuentran por debajo de este dato son los ejercicios 15 y 16.

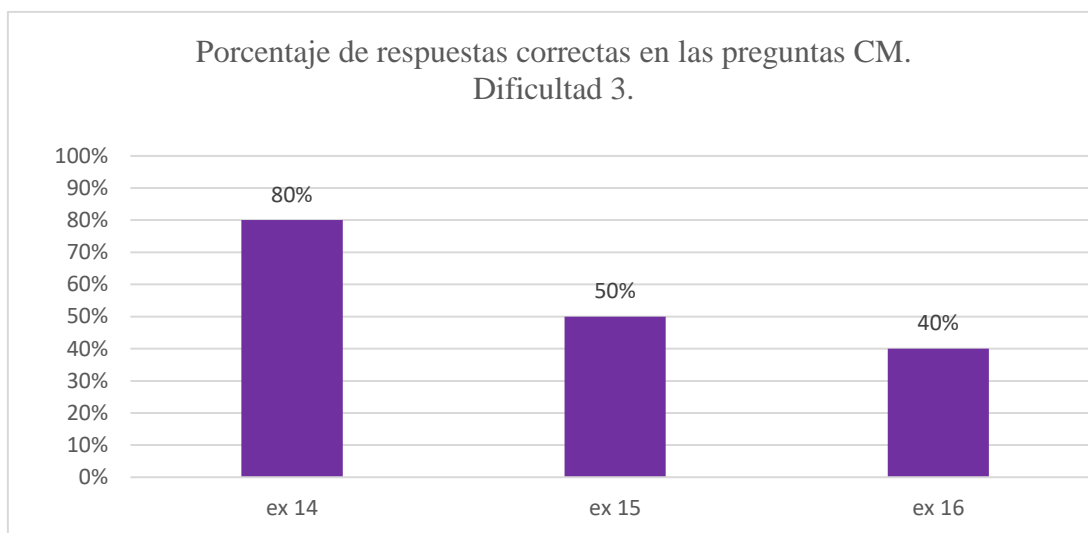


Figura 5.2-7 Gráfica Porcentaje de respuestas correctas en las preguntas CM. Dificultad 3.

A continuación, se muestra en la Tabla 5.2-5 la ficha técnica del ejercicio y, posterior a ello, una breve descripción de las opciones de respuesta planteadas y una análisis de las respuestas dadas por los estudiantes.

Tabla 5.2-5 Ficha técnica del ejercicio 15 del CM. Dificultad tres.

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
					26 de abril	15	B
					Nivel de dificultad	Característica	
					Tres	Cambiar el tamaño de la figura. Permutar las figuras. Girar figura	

De diez estudiantes que contestaron esta pregunta 50% de ellos contestaron acertadamente, el 40% contestó la opción A, en la cual se evidencia la alternancia de tamaño del cuadrado, pero es un tamaño mayor al presentado y lo que se pone en juego es una disminución del tamaño y luego un aumento por tanto las opciones restantes que cumplen con esta característica son la B y C, pero teniendo en cuenta la rotación del triángulo, la opción correcta es la B; sólo un estudiante eligió la opción C.

Tabla 5.2-6 Ficha técnica del ejercicio 16 del CM. Dificultad tres

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
					Abril 27	16	A
					Nivel de dificultad	Característica	
					Dos	Traslación de tres objetos en diferentes sentidos.	

En este ejercicio los estudiantes pusieron hasta tres respuestas, de los diez que contestaron, cuatro no dieron una respuesta única y cuatro eligieron la opción correcta. Este ejercicio tenía una mayor complejidad ya que no trabajaba con figuras sino con letras y con

el movimiento de las tres de manera simultánea en diferentes posiciones dentro de la matriz 2x2.

5.3 Resultados Pos-Test.

Siguiendo el orden presentado anteriormente, en este apartado se presentan inicialmente los resultados generales, luego los resultados por pregunta.

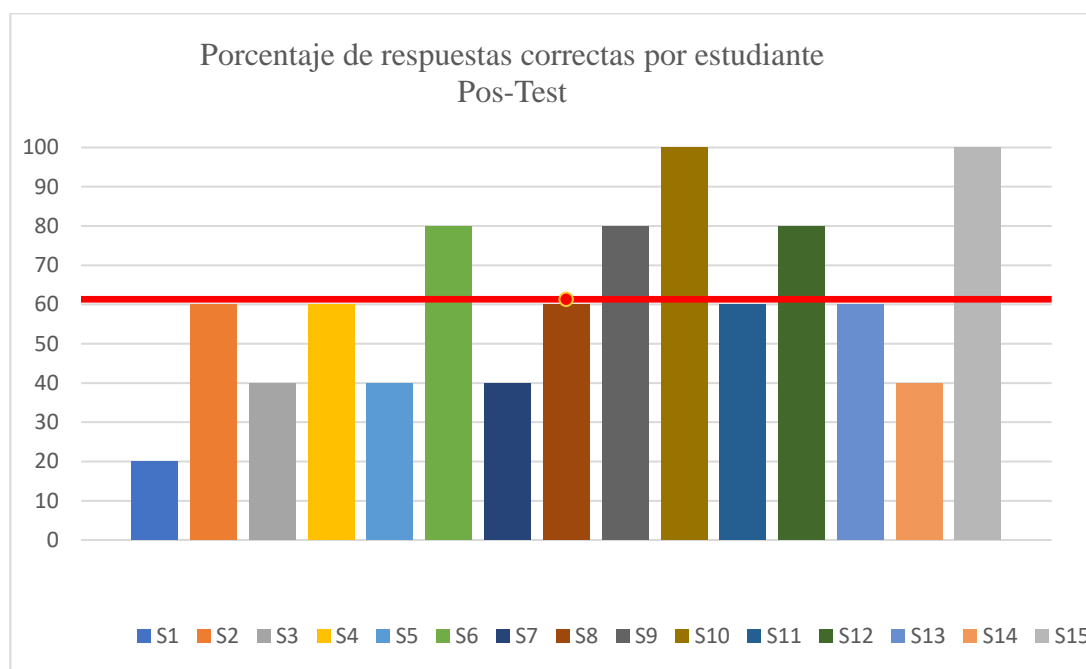


Figura 5.3-1 Gráfica del porcentaje de respuestas correctas en el Pos-Test por estudiante.

En la Figura 5.3-1 se puede observar que el promedio de preguntas acertadas fue del 61.33% lo que representa, un aproximado de tres preguntas acertadas de cinco por cada estudiante. Además, muestra que cinco estudiantes están por debajo de la media, cinco contestaron exactamente tres preguntas bien y cinco estudiantes que contestaron más de tres preguntas acertadamente.

La cantidad de ejercicios por dificultad estuvieron distribuidos de igual manera que en el Pre-Test: un ejercicio de dificultad uno, dos ejercicios de dificultad dos y dos ejercicios de dificultad tres. La gráfica que se presenta a continuación muestra la media por cada una de las preguntas realizadas en el Pos-Test y la línea horizontal de color rojo la media total de las respuestas acertadas.

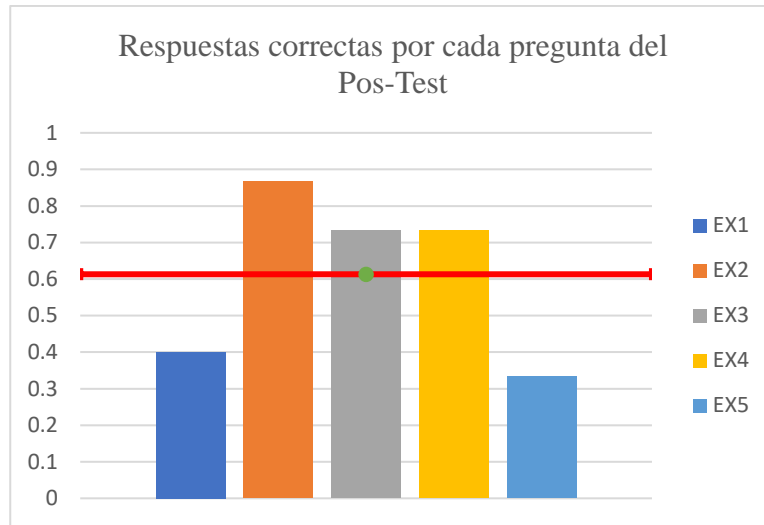


Figura 5.3-2 Gráfica promedio de preguntas acertadas por cada pregunta en el Pre-Test. El ejercicio EX1 se encuentra en la dificultad uno; los ejercicios EX2 y EX3 están en la dificultad dos y los ejercicios EX4 y EX5 están ubicados en la categoría tres.

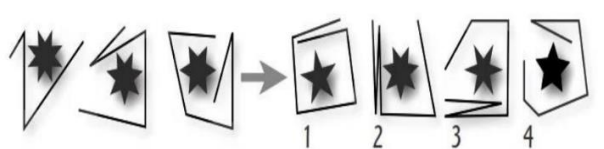
Como se muestra en la figura anterior las preguntas del Pos-Test que están por debajo de la media, son el ejercicio 1 y el ejercicio 5, los cuales corresponden a la dificultad 1 y 3 respectivamente. A Continuación, se realiza el respectivo análisis de cada uno.

Tabla 5.3-1 Ficha técnica del ejercicio 1 del Pos-Test.

<p>1. Quelle image complète correctement la grille ? Choisissez une seule réponse.</p> <p>Réponse : _____</p>	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
	Abril 28	1	d
	Nivel de dificultad	Característica	
	Uno	Completar forma Modificar las líneas	

De los 15 estudiantes que respondieron el Pos-Test, seis eligieron la opción D, tres la opción E, la cual sólo coincide en completar la imagen que encierra a la otra, pero no la forma interior; las otras respuestas fueron elegidas, cada una, por dos estudiantes.

Tabla 5.3-2 Ficha técnica del ejercicio 5 del Pos-Test

<p>5. Quel dé complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.</p>  <p>Réponse : _____</p>	Fecha	Ejercicio No.	Respuesta
	Abril 28	5	4
Nivel de dificultad	Característica		
Tres	Aumentan la cantidad de lados de la figura contorno Disminuye las puntas de la estrella		

Un tercio de los estudiantes eligieron la respuesta correcta, otro tercio la opción 1 y el restante eligió la opción 3, ningún estudiante eligió la opción 2. En este ejercicio el enunciado tiene un error, pues dice “*Quel dé complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.*” Que traduce “¿Cuál dado completa correctamente la secuencia? Elija una sola respuesta” por tanto este ejercicio pudo confundir a los estudiantes o simplemente, no lo entendieron. El enunciado apropiado para esta pregunta es “*Quelle image complète correctement la séquence ? Choisissez une seule réponse.*” que traduce “¿Cuál imagen completa correctamente la secuencia? Elija una sola respuesta.”

5.4 Comparación de los resultados de los distintos instrumentos

Para contrastar los resultados entre el Pre-Test y el Pos-Test, se presenta a continuación el diagrama doble de barras el cual compara los resultados obtenidos por cada estudiante en ambos exámenes.

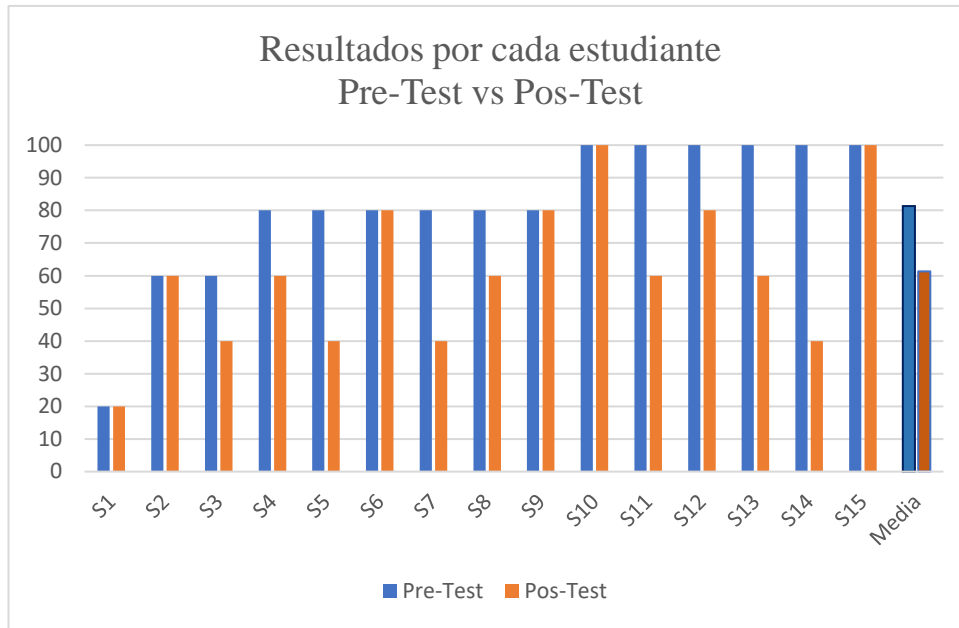


Figura 5.4-1 Gráfico de los resultados de cada estudiante en ambos test.

En este gráfico se puede observar que los resultados obtenidos en el Pre-Test son más altos o iguales a los obtenidos en el Pos-Test. Seis estudiantes mantuvieron el mismo resultado que el obtenido en el Pre-Test y ocho estudiantes obtuvieron un resultado más bajo que en el Pre-Test. Ningún estudiante superó los resultados que obtuvo en la primera prueba, aunque dos estudiantes mantuvieron el 100% de respuestas acertadas en ambas pruebas.

Como se puede observar en la Figura 5.4-2 siete estudiantes obtuvieron mejores resultados promedios que en el Pre-Test realizado el primer día de la propuesta implementada que durante la implementación del CM. Cuatro estudiantes obtuvieron mejores resultados durante el desarrollo del CM que en el Pre-Test. Sólo cinco estudiantes obtuvieron mayor cantidad de respuestas que en el Pos-Test que en el CM.

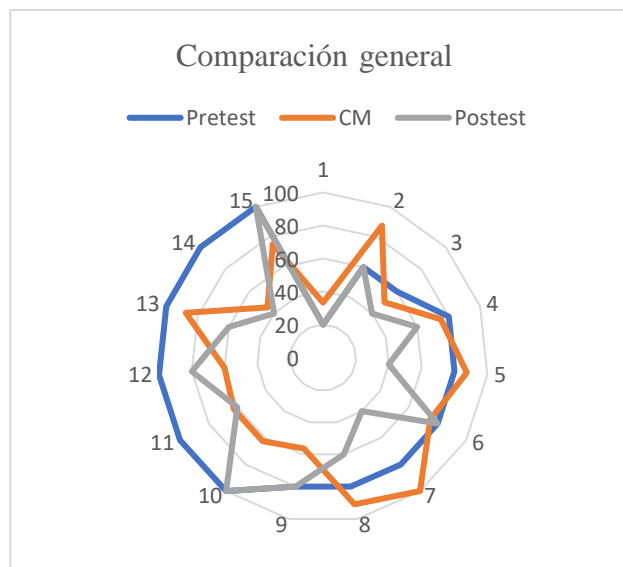


Figura 5.4-2 Gráfico de radar que compara los resultados de cada estudiante en los tres instrumentos estudiados: Pre-Test, CM y Pos-Test

Con los resultados presentados anteriormente, podría afirmarse que la siguiente hipótesis es válida:

H2: El calendario no es trabajado de manera constante por los estudiantes y no hay mejoría en las habilidades de los estudiantes en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos.

Esta afirmación se realiza, a partir del análisis de los gráficos anteriores los cuales presentan los porcentajes de devolución del material, lo que evidencia el bajo compromiso con la actividad propuesta, además de los resultados obtenidos en el Pos-Test en los que ningún estudiante obtuvo mayor cantidad de aciertos con respecto al Pre-Test.

En el siguiente capítulo se expondrán algunas razones e hipótesis por las cuales esta propuesta no contribuyó, como se esperaba, a la mejoría en la resolución de ejercicios de pensamiento lógico a los estudiantes de grado sexto del colegio liceo Francés Louis Pasteur.

Capítulo 6.

El CM se propuso como un ritual extra-clase cuyo objetivo buscaba mejorar las habilidades en la resolución de ejercicios de razonamiento abstracto ligados con el pensamiento lógico. En este capítulo se analizarán los resultados obtenidos.

6.1 Análisis de resultados.

Inicialmente se buscaba que el ritual cumpliera con tres momentos de la ritualización mencionados en el capítulo destinado a la conceptualización de los rituales y en el capítulo sobre la propuesta del CM. Se indicará la manera como dichos momentos no pudieron desarrollarse y algunas razones para que así ocurriera:

Primer momento:

“El ritual del "calendario matemático" marca el límite entre lo anterior y el inicio de la lección, ya que a la entrada de cada clase se producirá el intercambio de experiencias para resolver ejercicios y recoger material”

Este momento no se llevó a cabo dado en su totalidad, puesto que los estudiantes no regresaron el material en el tiempo establecido o nunca lo regresaron. Esto dificultó el análisis de los ejercicios propuestos en el CM.

Para el segundo momento:

“El espacio autónomo: la progresión del ritual debe hacerse con facilidad, poco a poco, lo que lleva al ritual "calendario" con ejercicios cuya dificultad aumenta gradualmente.”

Aunque el CM fue diseñado de manera que la progresión de la dificultad de los ejercicios fuera paulatina, el tiempo en que se desarrolló no permitió que los estudiantes avanzaran de manera eficaz en la resolución de los ejercicios de razonamiento abstracto. Faltó tiempo y rigurosidad, pues no fue posible enviar ejercicios para el fin de semana y hubo dos semanas de vacaciones, durante la implementación del CM, destinadas a la celebración de la Semana Santa, ya que para la institución el compartir en familia es importante. Además, para generar hábitos se requiere de mucho más tiempo y constancia.

Para el tercer momento:

“Contrato de clase: Los estudiantes definen el orden de realización de los ejercicios. La puesta en común se hará durante o al final de la semana. Al final de la semana, se recogerán los ejercicios”

Dado que los estudiantes no regresaron el material en los tiempos establecidos, las socializaciones no pudieron llevarse a cabo, puesto que al resolver los ejercicios en clase los estudiantes podrían cambiar las respuestas o colocar las expuestas en clase y afectar la transparencia de los resultados obtenidos.

De otra parte, la comunicación exclusivamente en francés dificultó el intercambio de ideas, ya que, no es la lengua materna de la profesora en formación ni de la mayoría de los estudiantes. La dificultad de comunicarse asertivamente pudo ser la causante de que las instrucciones no fueran atendidas en su totalidad por los estudiantes, aunque, las instrucciones también fueron presentadas de manera escrita en el idioma francés, pero se usó un vocabulario básico, además fueron supervisadas y corregidas por un profesor nativo.

Por otra parte, el formato de CM entregado a los estudiantes no fue solucionado en su totalidad por los ellos o, en oportunidades, no era posible leer la justificación que ellos dieron en cada uno de los ejercicios, ya sea porque estaban ausentes o la grafía era incomprensible, como se evidencia en el siguiente registro:

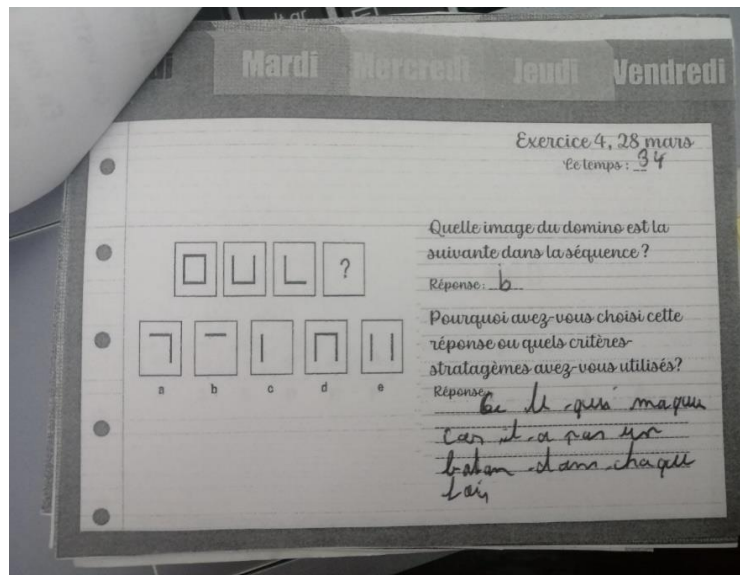


Figura 6.1-1 Fotografía tomada del CM de la semana dos del estudiante s11

Al encontrar estos impedimentos para revisar el material dada la falta de éste o la complejidad de entender la caligrafía de los estudiantes y dado que no se realizó ninguna socialización, no fue posible realizar un análisis de cómo los estudiantes interpretaron los ejercicios. Además, los tiempos que los estudiantes escribieron, en la casilla destinada para ello dentro del CM, no se tiene claro si fueron segundos o minutos lo cual fue un error en el diseño e instrucción, dado que no se les explicitó a los estudiantes cómo llenar esta parte del formato de manera adecuada.

Por lo expuesto anteriormente, el CM basado en los ejercicios de pensamiento lógico no se desarrolló como se tenía previsto. El material impreso en blanco y negro suprimió la parte estética que se buscaba manejar, con el fin de que fuera atractivo el material para los niños y niñas. Además, no todos los estudiantes se comprometieron con la actividad en algunos casos porque esta no implicaba una calificación y quien la realizaba no era el profesor titular del curso.

6.2 Idoneidad de los ejercicios elegidos.

Como se pudo observar en las gráficas presentadas anteriormente, la cantidad de ejercicios por dificultad en el Pre-Test como en el Pos-Test fue la misma, pero, los resultados obtenidos en el Pos-Test fueron más bajos que en el Pre-Test, como se evidencia en la siguiente gráfica. Ver Figura 6.2-1

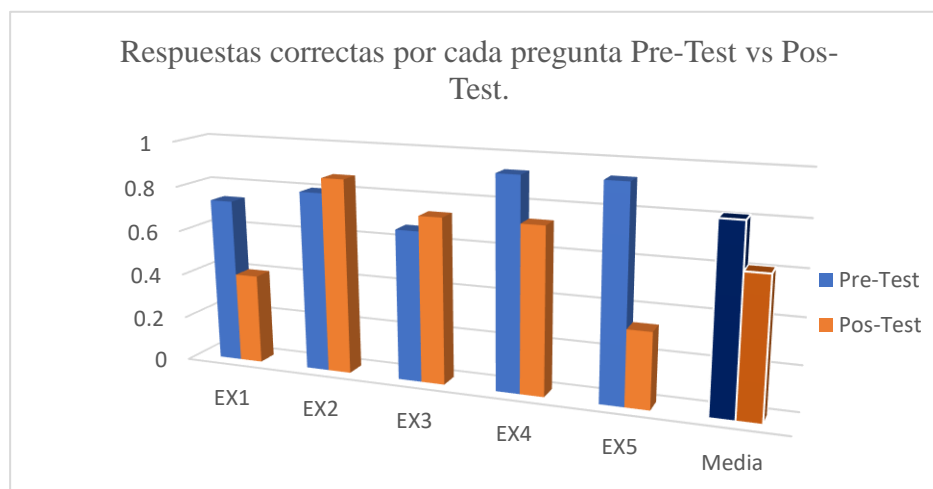


Figura 6.2-1 Comparación de los promedios de respuestas correctas en cada uno de los ejercicios de Pre-Test y Pos-Test.

Lo anterior lleva a cuestionar si los ejercicios en el Pos-Test fueron ubicados en un nivel de dificultad mayor al que corresponden o si es posible que el CM no aportará de manera positiva a las habilidades de resolución de ejercicios relacionados con el pensamiento lógico en los estudiantes principalmente por la forma en que fue asumido el ritual por parte de los estudiantes y a las situaciones descritas que hacen que el ritual no se pueda implementar como los referentes teóricos lo siguieren.

Además, se debe reconocer que la pregunta No. 5 del Pos-Test tenía un error en la formulación de la pregunta, ver Tabla 5.3-2, lo cual también afecta en la idoneidad y comparación de las preguntas del Pre-Test y Pos-Test.

Capítulo 7.

En este capítulo se presentarán las conclusiones generales a partir de los resultados y análisis de aquellos resultados parciales presentados en los capítulos anteriores, además de una breve reflexión del trabajo realizado.

7.1 Conclusiones generales

En busca de responder a la pregunta: ¿Proponer un ritual sobre el pensamiento lógico en clase, ayudará al desarrollo de la actividad matemática en relación con el razonamiento lógico de los estudiantes? se diseñó como material didáctico el CM centrado en el desarrollo del pensamiento lógico, intentando mantener la finalidad con la que el profesor Carlos Zuluaga propone en el CM desde los años noventa: "contribuir al desarrollo del enfoque de resolución de problemas a través del trabajo diario con problemas" (Zuluaga,2006).

Una vez realizada la implementación, realizado el análisis de las producciones de los estudiantes, y los factores asociados desde el marco teórico asumido, los resultados obtenidos no responden de manera positiva a esta pregunta. Los datos muestran que se puede aseverar que no hubo mejoría en la actividad matemática con respecto al pensamiento lógico de los estudiantes de grado séptimo del Liceo francés Luis Pasteur ubicado en Bogotá, Colombia.

Con respecto a la propuesta diseñada deben realizarse ajustes como el periodo de tiempo en que se realiza el ritual y en la cantidad de ejercicios por semana; puesto que el tiempo en que se realizó esta investigación fue de aproximadamente un mes y medio, de manera no continua, y en el cual sólo se enviaron ejercicios los días en los que los estudiantes asistían a clases a la institución y la interrupción de dos semanas por receso de actividades estudiantiles de Semana Santa. Como se ha expresado anteriormente los rituales requieren de continuidad, tal como lo expresa Chapiron & al. (2004) et Rodríguez (2019) Así, se debe repetir constantemente la misma actividad para que los estudiantes a medida del curso sistematicen procesos, es por esto que el ritual propuesto no aportó de manera significativa en las habilidades en la resolución de ejercicios lógico-matemáticos, ya que no se realizó de manera constante y por un largo periodo de tiempo. Además, que el aprendizaje también es un proceso colectivo y al no realizarse socializaciones, de manera adecuada, los estudiantes no tuvieron la oportunidad de intercambiar ideas y enriquecer la actividad matemática.

7.2 Proyección del trabajo

A pesar de lo mencionado en el anterior apartado, el material realizado puede servir de insumo para los docentes que quieran utilizarlo en sus aulas de clase, puesto que, es un instrumento agradable visualmente, fácil de editar y el cual permite organizar de manera fácil la información y/o tareas de clase y que con una reformulación en su diseño e implementación podría ser implementado para analizar el posible impacto de este ritual.

No obstante, y aún por encima de los resultados obtenidos, este trabajo puede sentar las bases para iniciar con el trabajo del CM en el idioma francés, puesto que, hasta el momento sólo se encuentra en español e inglés. Y dado que el CM propuesto por Carlos Zuluaga contiene mayor variedad de ejercicios que buscan mejorar las habilidades de los diferentes pensamientos en matemáticas, el CM podría motivar a los estudiantes de colegios francófonos en la actividad matemática; en caso de darse este interés se sugiere contactar al profesor Zuluaga y su equipo toda vez que sobre el material y la idea pesan derechos de autor que deben ser respetados.

7.3 Aprendizajes personales

Este trabajo de grado me permitió profundizar mis conocimientos sobre los rituales, el pensamiento lógico, el razonamiento y el calendario matemático. Además de evidenciar que los estudiantes atienden y participan de manera más activa cuando hay un intercambio de sus actividades por una nota, sin embargo, al finalizar el Pos-Test dos estudiantes me preguntaron por la respuesta a una pregunta, esto quiere decir que al menos para ellos la actividad y en especial los ejercicios de secuencias lógicas fueron de su interés, ya que se prestó para el intercambio de ideas que era uno de los objetivos de esta propuesta.

Otro factor a tener en cuenta es que todos los estudiantes estaban entrando a la adolescencia y como se describió anteriormente sus comportamientos varían y sus necesidades se vuelven otras, lo cual dificultó la implementación del CM, pues su concentración estaba dirigida principalmente en crear nuevos lazos sociales.

Por otro lado, el enfrentarse a una población cuyo dominio del idioma francés parecía superior, fue un reto, pues en el ámbito académico y en el vocabulario matemático los estudiantes tenían más experiencias. Además, de enfrentarse a notaciones diferentes que se

dan a objetos matemáticos en el SEF y que para mí fueron nuevas, pues toda mi formación matemática se dio bajo el SEC.

Aunque este no es un factor crucial en la propuesta implementada, me inquieta pensar cuales serían los resultados al implementar esta propuesta de CM en un colegio público y con habla hispana; realizar las modificaciones anteriormente mencionadas como el tiempo de implementación, no realizar pausas en los fines de semanas y tiempos vacacionales, las socializaciones semanales y ser dirigida la propuesta por el profesor a cargo de la asignatura, pues como mencione anteriormente los estudiantes al saber que no hay una nota a cambio no se responsabilizan al 100% con la actividad.

Para concluir, está propuesta no sólo amplió mi bagaje de conocimientos, sino que como profesora en formación me enfrentó a diferentes situaciones que no tuve en mis practicas anteriores y que me motivan al día en hoy a mejorar tanto en el idioma francés, como en la propuesta de actividades que motiven el interés en aprender y hacer matemáticas a pesar de que los resultados que se obtuvieron no fueron del todo satisfactorios —desde mi perspectiva— el proponer actividades y preguntas que requieran que el estudiante conjeture y comunique sus ideas ayuda a que el razonamiento matemático se desarrolle, pero es primordial el acompañamiento y guía del maestro.

Bibliografía

Adrián, J., & Rangel, E. (s.f). Tema 1. LA TRANSICIÓN ADOLESCENTE Y LA EDUCACIÓN. Máster Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas.

Alcaine, G., & Floreal. (1998). CALENDARIO MATEMÁTICO. *Revista Uno-015 (Enero 98)- Education, Matemática e Internet*. Obtenido de <https://www.grao.com/es/producto/calendario-matematico#:~:text=El%20calendario%20matem%C3%A1tico%20es%20un,matem%C3%A1ticas%2C%20suscitar%20nquietudes%20por%20las%20relaciones>

Andrade-Lotero, L. (2012). Teoría de la carga cognitiva, diseño multimedia y aprendizaje: un estado del arte. magis, . *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 5 (10), 75-92.

Becerra, S. (2013). *LA APLICACIÓN DEL CALENDARIO MATEMÁTICO Y SU IMPLICACIÓN FRENTE A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ESTUDIANTES GRADO SEXTO*. Bogotá: UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA Escuela de Postgrados Maestría en Docencia e Investigación Universitaria . Obtenido de <https://repository.usergioarboleda.edu.co/bitstream/handle/11232/842/La%20aplicaci%C3%B3n%20del%20calendario%20matem%C3%A1tico%20y%20su%20implicaci%C3%B3n%20frente%20a%20la%20resoluci%C3%B3n%20de%20problemas%20en%20los%20estudiantes%20de%20grado%20sexto.p>

Carranza, P., Cyr, S., Durand-Guerrier, V., & Polo, M. (2012). LES DIFFÉRENTES PENSÉES MATHÉMATIQUES ET LEUR DÉVELOPPEMENT DANS LE CURRICULUM. *Compte-rendu du Groupe de Travail n°3 – EMF2012*, 8.

Chapiron. G, Mante, M, Mulet-Marquis, R, & Perotin, C. (s.f). Les exercices rituels. *Partageons nos expériences, APMEP – PLOT n° 107 – nouvelle série n° 4*, 12-14.

Colombia Aprendiendo. (s.f). Calendario Matemático. Obtenido de <https://www.guao.org/sites/default/files/biblioteca/Calendario%20matem%C3%A1tico.pdf>

Dictionnaire de l'Académie française. (s.d.). *Rituel, Rituelle*. Récupéré sur <http://www.dictionnaire-academie.fr/article/A9R2726>

Divisa, A, Mastrot, G, Stoffel, H, & Croset, M. (2018). QUELLES MODALITÉS POUR CONSTRUIRE UN RITUEL DE NUMÉRATION EFFICACE AU CYCLE 2 ? *Copirelem, 45EME COLLOQUE COPIRELEM – BLOIS 2018*, 514-529.

Equipo Estudia Colombia. (s.f). Calendario Matemático. *Colombia Aprendiendo*, 9-29. Obtenido de <https://www.guao.org/sites/default/files/biblioteca/Calendario%20matem%C3%A1tico.pdf>

Medina, M. (2017). Estrategias Metodológicas Para El Desarrollo Del Pensamiento Lógico-Matemático. *Revista Didasc@lia: D&E. Publicación cooperada entre CEDUT- Las Tunas y CEDEG-Granma, CUBA, ISSN 2224-2643*, 125-132.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares*. Bogotá. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educacion Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Real Academia Española. (s.f). *ritual*. Obtenido de <https://dle.rae.es/ritual>

Région Académique Guadeloupe . (2019). Obtenido de Pourquoi et comment développer la pensée logique à l'école maternelle ? : https://pedagogie.ac-guadeloupe.fr/sites/default/files/File/bjean-charles/pensee_logique_v3.pdf

Rodríguez, C. (2019). LES RITUELS PEDAGOGIQUES, OUTILS AU SERVICE DES APPRENTISSAGES. Niza: ESPE de l'académie de Nice-Célestin Freine.

Sanabria, E, & Moreno, D. (2015). Aportes del calendario matemático para el desarrollo y/o fortalecimiento de competencias matemáticas. *RECME:Revista Colombiana de Matemática Educativa, Número 1, Vol.1Junio -diciembre de 2015 ISSN 2500-5251*, 767-771. Obtenido de <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/150/151>


Suarez-Wellington, D., Sánchez-Lascano, M., Carlín-Chavez, E., & Ruano-Almeida, R. (2017). Desarrollo del pensamiento lógico y rendimiento. *Revista científica Dominio de las ciencias*, 870 - 901.

Villarroel, L. (2017). La inteligencia lógico–matemática en el razonamiento abstracto de los estudiantes de cuarto año de la unidad educativa Provincia de Chimborazo de la ciudad de Ambato provincia de Tungurahua. Ambato-Ecuador: Universidad Técnica Ambato . Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación.

Zuluaga, C. (2006). *PROYECTO MATEMÁTICA RECREATIVA*. Foro Educativo Nacional 2006: Año de las competencias matemáticas. Obtenido de <https://redaprende.colombiaaprende.edu.co/metadatos/recurso/proyecto-matematica-recreativa-colombia-aprendiend/>





Anexos.

Anexo 1. Calendario Matemático semana No. 1



**Calendrier
Mathématique**

Nom : _____
Prénom : _____
Cours : _____ Âge : _____

Mars

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

Jour de socialisations des réponses

Les instructions

Les instructions sont très simples :

En haut de chaque rectangle, vous trouverez le jour de la semaine et l'exercice auquel vous devez répondre. Idéalement, chaque jour, vous effectuez un seul exercice et vous écrivez sur le papier votre réponse, le temps qu'il a fallu pour le résoudre et comment vous en êtes arrivé à cette conclusion.

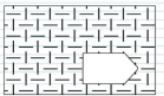
Chaque lundi, vous devrez retourner le matériel avec vos réponses.

Les exercices sont très faciles, mais vous devez analyser chacun d'eux de façon très détaillée pour trouver la réponse correcte. Bonne chance !

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 1, 23 mars

Le temps : ...



Quelle image complète le panneau ?

Réponse :

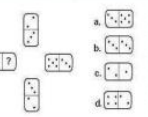
Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratagèmes avez-vous utilisés ?

Réponse :

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 2, 24 mars

Le temps : ...



Quelle pion du domino manque ?

Réponse :

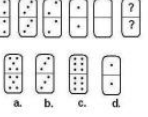
Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratagèmes avez-vous utilisés ?

Réponse :

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 3, 25 mars

Le temps : ...



Quelle pion du domino est la suivante dans la séquence ?

Réponse :

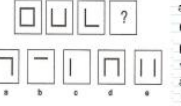
Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratagèmes avez-vous utilisés ?

Réponse :

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 4, 28 mars

Le temps : ...




Quelle image du domino est la suivante dans la séquence ?

Réponse :

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratagèmes avez-vous utilisés ?

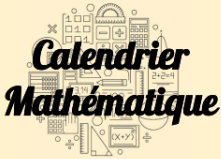
Réponse :

N'oubliez pas de retourner les exercices résolus. Merci




NSPF

Anexo 2. Calendario Matemático semana No. 2



Nom : _____
Prénom : _____
Cours : _____ Âge : _____



Avril

DIMANCHE	LUNDI	MARDI	MERCREDI	JEUDI	VENREDI	SAMEDI
	Ex. 4	Ex. 5	Ex. 6	Ex. 7	Ex. 8	
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	Jour de socialisations des réponses		

Les instructions

Les instructions sont très simples :

En haut de chaque rectangle, vous trouverez le jour de la semaine et l'exercice auquel vous devez répondre. Idéalement, chaque jour, vous effectuez un seul exercice et vous écrivez sur le papier votre réponse, le temps qu'il a fallu pour le résoudre et comment vous en êtes arrivé à cette conclusion.

Chaque lundi, vous devrez retourner le matériel avec vos réponses.

Les exercices sont très faciles, mais vous devez analyser chacun d'eux de façon très détaillée pour trouver la réponse correcte. Bonne chance !

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 5, 29 mars
Le temps : ...

◊	♣	♠
♠	♣	♠
♠	♠	♠

Quelle image complète la grille ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratégèmes avez-vous utilisés ?

Réponse : _____

A
B
C
D
E
F

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 2, 24 mars
Le temps : ...

?	?
?	?

Quelle pion du domino manque ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratégèmes avez-vous utilisés ?

Réponse : _____

a.
b.
c.
d.

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 3, 25 mars
Le temps : ...

?	?
?	?

Quelle pion du domino est la suivante dans la séquence ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratégèmes avez-vous utilisés ?

Réponse : _____

a.
b.
c.
d.

Lundi
Mardi
Mercredi
Jeudi
Vendredi

Exercice 4, 28 mars
Le temps : ...

□	U	L	?
?	?	?	?

Quelle image du domino est la suivante dans la séquence ?


Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ou quels critères-stratégèmes avez-vous utilisés ?


Réponse : _____

a.
b.
c.
d.
e.

N'oubliez pas de retourner les exercices résolus. Merci



Anexo 3. Calendario Matemático semana No. 3



**Calendrier
Mathématique**

3

Les instructions





Les instructions sont très simples :

En haut de chaque rectangle, vous trouverez le jour de la semaine et l'exercice auquel vous devez répondre. Idéalement, chaque jour, vous effectuez un seul exercice et vous écrivez sur le papier votre réponse, le temps qu'il a fallu pour le résoudre et comment vous en êtes arrivé à cette conclusion.

Chaque lundi, vous devrez retourner le matériel avec vos réponses.

Les exercices sont très faciles, mais vous devez analyser chacun d'eux de façon très détaillée pour trouver la réponse correcte. Bonne chance !

Nom : _____
 Prénom : _____
 Cours : _____ Âge : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Judi** **Vendredi**

Exercice 9, 18 avril
Le temps : ...

Quelle image du domino est la suivante dans la séquence ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Judi** **Vendredi**

Exercice 10, 19 avril
Le temps : ...

Quelle image complète la grille ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Judi** **Vendredi**

Exercice 11, 20 avril
Le temps : ...

Quelle image permet compléter la suite ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Judi** **Vendredi**

Exercice 12, 21 avril
Le temps : ...

Quelle image permet compléter la suite ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Judi** **Vendredi**

Exercice 13, 22 avril
Le temps : ...


Quelle image complète la grille ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

N'oubliez pas de retourner les exercices résolus. Merci



Anexo 4. Calendario Matemático semana No. 4

4

Calendrier Mathématique

Nom : _____
Prénom : _____
Cours : _____ Âge : _____

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Jeudi** **Vendredi**

Exercice 14, 25 avril
Et temps : ...

Quel cercle est le suivant dans la séquence ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

A

B

C

D

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Jeudi** **Vendredi**

Exercice 15, 26 avril
Et temps : ...

Quelle image complète la suite ?

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

A

B

C

D

Lundi **Mardi** **Mercredi** **Jeudi** **Vendredi**

Exercice 16, 27 avril
Et temps : ...

Quelle image permet compléter la suite ?

A	C	C	A	B	?
B		B	C	A	

Réponse : _____

Pourquoi avez-vous choisi cette réponse ? justifié

Réponse : _____

A

B

C

D