



**Sobre el Fenómeno Gravitatorio a Través Del Diseño**

**Instruccional**

**Sandra Milena Leiva Buitrago**

**2018146026**

**Trabajo de Grado Para Optar Por el Título de Licenciada en Física**

**Víctor Andrés Heredia Heredia**

**Asesor**

**Universidad Pedagógica Nacional**

**Facultad de Ciencia y Tecnología**

**Departamento de Física**

**Bogotá D.C., 2022**

## **Agradecimientos**

*Quiero agradecer a mi familia, la cual estuvo siempre dispuesta a brindarme todo de sí para culminar esta etapa de mi vida.*

*A mis profesores que me guiaron por el camino del amor por el conocimiento y la enseñanza.*

*A mis amigos por su paciencia y acompañamiento en cada una de las asignaturas de la carrera y por su paciencia cuando más lo necesitaba.*

*Al departamento de Física por abrirme las puertas después de 20 años para cumplir mi sueño.*

## Tabla de Contenido

Agradecimientos .....	2
Tabla de Figuras .....	3
Introducción .....	5
Capítulo I .....	7
<b>Situación Problema</b> .....	7
<b>Objetivos</b> .....	9
<i>Objetivo General:</i> .....	9
<i>Objetivos Específicos:</i> .....	9
<b>Antecedentes</b> .....	10
Capítulo II .....	12
<b>Concepción Del Fenómeno Gravitatorio Desde Newton Hasta Einstein</b> .....	12
<b>Principio de Equivalencia Débil</b> .....	22
<b>Principio de Equivalencia Fuerte</b> .....	23
<b>Experimento Del Disco Rotante</b> .....	25
<b>Aspectos Matemáticos y Físicos</b> .....	31
Capítulo III .....	39
<b>Understanding by Design (UbD) o Diseño Para la Comprensión</b> .....	39
<i>Etapa 1. Identificación de los resultados esperados</i> .....	43
<i>Etapa 2. Determinar la evidencia aceptable.</i> .....	44
<i>Etapa 3. Crear los planes de aprendizaje.</i> .....	45
Capítulo IV .....	50
<b>Propuesta de Unidad Didáctica</b> .....	50
Consideraciones y Conclusiones.....	56
Referentes Bibliográficos.....	59
ANEXOS.....	62

## Tabla de Figuras

<b>Figura 1.</b> <i>Órbita de la Luna alrededor de la Tierra con y sin atracción</i> .....	13
<b>Figura 2.</b> <i>El experimento de Newton del balde de agua</i> .....	18
<b>Figura 3.</b> <i>Experimento mental del principio de equivalencia débil</i> .....	23
<b>Figura 4.</b> <i>Experimento mental del principio de equivalencia fuerte</i> .....	25
<b>Figura 5.</b> <i>Experimento del disco rotante</i> .....	29
<b>Figura 6.</b> <i>Dependencia de la rapidez en el paso del tiempo para diferentes lugares en sistemas no inerciales</i> .....	30

<b>Figura 7.</b> <i>Definición de superficie a través del concepto de variedad</i> .....	31
<b>Figura 8.</b> <i>Distancia entre dos puntos</i> .....	32
<b>Figura 9.</b> <i>Seis dimensiones de la comprensión según Wiggins y McTighe</i> .....	40
<b>Figura 10.</b> <i>Backward design</i> .....	42
<b>Figura 11.</b> <i>Planilla para el diseño de unidades didácticas UbD</i> .....	47
<b>Figura 12.</b> <i>Ruta de trabajo de UbD</i> .....	51



## **Introducción**

Este trabajo tiene como objetivo presentar una propuesta didáctica, de una serie de actividades de clase, que permitan generar pensamiento crítico frente a temas que están relacionados con el fenómeno gravitacional, basada en la propuesta de diseño curricular desarrollada por Jay McTighe y Grant Wiggins conocida como UbD (Understanding by Design) o diseño para la comprensión.

Para la formación de ciudadanos que respondan al objetivo de educación de calidad establecido por la UNESCO, se han identificado dos aspectos fundamentales que son: el pensamiento crítico y la alfabetización digital. Esta alfabetización retroalimenta el pensamiento crítico, permite contrastar la información de manera argumentada, mejora la calidad de vida tanto en el nivel personal como profesional y disminuye las brechas sociales, económicas, educativas y culturales.

El docente, como formador principal, adquiere un papel importante para alcanzar todos estos objetivos y es él el que debe estar en la capacidad de generar espacios de discusión, dentro y fuera del aula de clase, que posibilite la recopilación, analizar y contrastar información de diferentes fuentes por medio de diversos argumentos. Para ello, debe entender con suficiencia la situación a discutir y establecer, con claridad, una guía del proceso de análisis y contraste.

Para que todo esto se lleve a cabo, este trabajo mostrará un análisis del fenómeno gravitatorio a partir del desarrollo newtoniano hasta el principio de equivalencia fuerte que da paso a la Teoría General de la Relatividad. Luego, dará a conocer la propuesta de diseño instruccional denominada UbD, donde a partir del “diseño hacia atrás” se genera una planeación y ejecución de actividades para diferentes temáticas. Después de este estudio se

propondrá una serie de actividades (bajo el modelo de UbD) que reúnan el estudio del fenómeno gravitatorio y el desarrollo del pensamiento crítico.

Todo lo anterior se realiza como material de apoyo a los docentes para la generación de actividades didácticas que permitan abordar diversos temas bajo una mirada distinta a la planeación tradicional y que permitan una auténtica transferencia de conocimientos a distintos aspectos de la vida cotidiana.

## Capítulo I.

### Situación Problema

Las nuevas generaciones de estudiantes han generado nuevos retos a nivel educativo, ya que ellos deben estar preparados para las exigencias sociales, culturales y económicas presentes y futuras. La UNESCO, en el año 2015, realizó un análisis sobre los aspectos fundamentales de la realidad partiendo de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), siendo uno de ellos la educación de calidad, el cual también está contemplado en los Objetivos de Desarrollo Sostenible del Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) en el Objetivo 4 Educación de Calidad.

En esa misma línea, la Sociedad para el Aprendizaje del Siglo XXI, en su P21 Framework<sup>1</sup>, ha identificado 5 aspectos principales para la formación de ciudadanos que respondan al objetivo atrás mencionado, dos de los cuales son el pensamiento crítico y la alfabetización digital, procesos que permiten adquirir habilidades para ser competente en el uso de las nuevas tecnologías para la creación, análisis y comprensión de la información. Esta alfabetización retroalimenta el pensamiento crítico, permite contrastar la información de manera argumentada, mejora la calidad de vida tanto en el nivel personal como profesional y disminuye las brechas sociales, económicas, educativas y culturales<sup>2</sup>. Así pues, el docente debe estar en la capacidad de generar espacios de discusión, dentro y fuera del aula de clase, que permitan recopilar, analizar y contrastar información de diferentes fuentes por medio de diversos argumentos.

---

<sup>1</sup> ERIC - ED519462 - P21 Framework Definitions, Partnership for 21st Century Skills, 2009-Dec. (2009, November 30). P21 Framework Definitions. <https://eric.ed.gov/?id=ED519462>

<sup>2</sup> La importancia de la alfabetización digital. Recuperado de <https://mexico.unir.net/educacion/noticias/alfabetizacion-digital/>

Para ello, debe entender con suficiencia la situación a discutir y establecer, con claridad, una ruta que le permita guiar el proceso de análisis y contraste. En suma, el docente debe ser actor en la construcción del conocimiento, no solo como agente activo sino como referente.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se pregunta si, como maestros en formación, ¿es posible generar una unidad instruccional que respondan a los retos que el PNUD invita a considerar, usando para ello un contexto particular de Física contemporánea ante la aparición de múltiples fuentes informativas de noticias que conciernen a la Tierra y el Universo? Se considera que sí y que la propuesta de trabajo permite que, a través del entendimiento del fenómeno gravitatorio y el diseño instruccional dado por UbD (acrónimo de Understanding by Design - Diseño para la Comprensión), se diseñe un plan de trabajo para un conjunto de clases donde, con la guía del docente, los estudiantes construyan pensamiento crítico acerca de fenómenos físicos del dominio gravitacional y que se extrapole a situaciones de su entorno.

Así pues, el trabajo consiste en desarrollar una unidad curricular (entendiéndose esta como una unidad básica de un determinado plan de estudios) alrededor del fenómeno gravitatorio desde el punto de vista geométrico que permita a los participantes no solo conocer los detalles de ese enfoque de la Física contemporánea, sino, además, transferir su conocimiento al análisis de información mediática de diversas fuentes (periódicos, revistas, películas, libros, redes sociales) lo que le permitirá valorar cada información y su fuente en términos de su veracidad.

## **Objetivos**

### ***Objetivo General:***

- Diseñar una unidad curricular que permita discusiones acerca del fenómeno gravitatorio desde la perspectiva geometrodinámica, implementando el esquema organizativo propuesto por UbD.

### ***Objetivos Específicos:***

- Comprender los aspectos básicos de la descripción del fenómeno gravitatorio, desde el punto de vista geometrodinámico, a través del estudio del principio de equivalencia.
- Comprender los aspectos básicos de la descripción del fenómeno gravitatorio, desde el punto de vista geometrodinámico, a través del estudio del principio de equivalencia.
- Desarrollar una unidad curricular, con base en el modelo UbD, relativa a la interacción gravitatoria que use, como elemento esencial, el consumo de información y tendencias noticiosas sobre fenómenos cósmicos.

## Antecedentes

La tarea de llevar al aula saberes de la Física contemporánea, particularmente en el área de la gravitación, ha tenido algunos trabajos en el ámbito local y una producción escrita importante en el ámbito internacional, especialmente en publicaciones de lengua inglesa. Para lograr una muestra representativa de los trabajos que se relacionan con este aspecto del saber y que estén ligados al área del trabajo de grado, se realizó una búsqueda bibliográfica de las fuentes como el repositorio institucional de la Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Pontificia Universidad Javeriana, Universidad de Antioquia, Universidad Nacional de Colombia y; en sitios como Pubindex, Scielo, Revista Colombiana de Física, Revista Enseñanza de las Ciencias, Revista de Enseñanza de la Física, IOP European Journal of Physics, IOP Physics Education, AAPT The Physics Teacher, AAPT American Journal of Physics, ArXiv, Dialnet, Latindex y Google Scholar.

A pesar de ser una producción casi exigua, algunos trabajos del Departamento de Física de la Universidad Pedagógica Nacional se relacionan con el trabajo de grado. En un primer trabajo titulado “*El juguete de Einstein: una experiencia que permite evidenciar el principio de equivalencia en el aula*”, Ortiz (2013), se usa el principio de equivalencia para darle solución a interrogantes que surgen con la implementación de un artefacto construido con base en el juguete de Einstein. Muestra como el principio de equivalencia inicia la formulación de la Teoría de la Relatividad General (T.G.R.), la cual usa las leyes físicas para la descripción de marcos acelerados y crea una nueva concepción de la gravedad. De modo directo, el trabajo de Ortiz (2017) formula relaciones básicas para este documento, particularmente en el capítulo I.

En el ámbito hispanohablante, el trabajo de Cardona (2014) y el artículo de Arriasec y otros (2017) titulado “*Enseñanza de la teoría general de la relatividad en la escuela*

*secundaria: por qué, qué y cómo*” aborda la problemática de enseñar tópicos de la T.G.R. en secundaria y emplea la enseñanza para la comprensión como herramienta para generar desempeños que permitan la comprensión de los temas propuestos por los autores. Los trabajos de Bonder y Okon (2018) y Pinochet (2014) contienen puntos de vista interesantes respecto a la introducción de la T.G.R. en el aula secundaria a pesar de no hacerlo explícitamente a través del principio de equivalencia.

Finalmente, la producción en inglés respecto del Principio de Equivalencia en la enseñanza de la Física contemporánea es más numerosa. En las referencias se relacionan los artículos y libros relacionados con este aspecto de la enseñanza entre los que se destacan particularmente los artículos de Badyopadhyay y Kuman (2019), Lubrica (2016), Pendrill (2014) y el libro de Zee (1989).

## Capítulo II

### Concepción Del Fenómeno Gravitatorio Desde Newton Hasta Einstein

Este apartado aborda la concepción de gravedad, comenzando por los postulados de Newton y, cómo estos son retomados por distintos científicos a través de sus interpretaciones y se termina con la formulación de la Teoría General de la Relatividad (T.G.R) dada por Einstein.

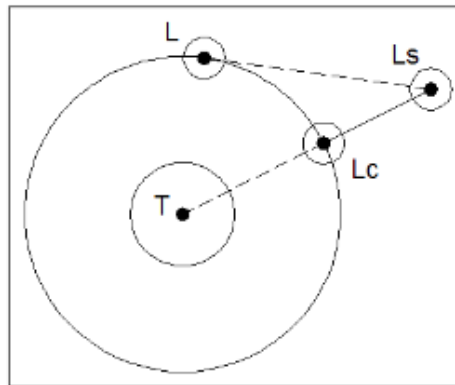
Según el historiador I. Bernard Cohen, no es fácil situar con exactitud el momento en el cual Newton llegó a la ley de gravitación universal, pero es posible reconstruir algunos aspectos básicos de este descubrimiento (Cohen, 1970, p. 198). La anécdota de la manzana, que es bien conocida, parece formar parte de una leyenda, como tantas otras relacionadas con Galileo arrojando objetos desde lo alto de la Torre Inclinada de Pisa. Newton creía que la caída de la manzana tenía la misma causa que el movimiento de la Luna con respecto a la Tierra. La gran idea de Newton fue ver la manzana "caer hacia la Tierra" y ver la Luna caer "alrededor de la Tierra".

La órbita de la Luna alrededor de la Tierra es cercana a un círculo, y si no hubiera una fuerza que la "conectara" a la Tierra, ésta escaparía en una dirección tangencial a su órbita (principio de inercia). Observando la Figura 1, se puede describir esta caída, que para después de  $\Delta t$  sin dicha atracción, la Luna estaría en *LS*, pero después de dicho  $\Delta t$ , la Luna estaría en *LC*.



**Figura 1.**

*Órbita de la Luna alrededor de la Tierra con y sin atracción*



*Nota: Esta imagen muestra la órbita de la Luna con y sin la presencia de la fuerza de atracción gravitatoria.*

*Imagen tomada de Menéndez, V. (2018). La historia de la ciencia como herramienta didáctica: la enseñanza de la gravedad. Revista De Enseñanza De La Física, 30, 255–261. Recuperado a partir de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/22059>*

Entonces, ¿cuál es la magnitud de la gravedad que atrae a la Luna de LS a LC? La atracción sólo puede ser la fuerza centrípeta de este movimiento circular. Newton lo pensaba de esta manera: la aceleración, cuando la manzana cae cerca del suelo es  $g = 9,8 \frac{m}{s^2}$ . ¿A qué distancia está la manzana del suelo? ...aquí está otra de sus genialidades: la manzana está exactamente a un radio de la Tierra: es decir, él cree que la Tierra es una masa puntual y que actúa desde su centro. ¿A qué distancia está la Luna de la Tierra? Casi exactamente 60 radios terrestres. Estas distancias se conocían en ese momento, y Newton se refirió a ellas en el libro “*El sistema del mundo*”, donde elaboró estos argumentos. ¿Con qué aceleración "cae" la Luna alrededor de la Tierra? Para calcular esto, utilizó la ecuación de aceleración centrípeta de Huygens, a la que se refirió Newton en su libro (Newton, 1992, p. 57)  $A_c = \omega^2 * r$ . Con esto y conociendo el periodo de la Luna alrededor de la Tierra, de unos 28 días, obtuvo la citada aceleración de  $1/3600$  año. Es decir, la disminución de la aceleración es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, por lo que la fuerza que provoca dicha aceleración

debe hacer lo mismo. Se esperaría que la fuerza de la gravedad también fuera proporcional a la masa del objeto y en un borrador del “El sistema del mundo” dijo: *“Y puesto que la acción de la fuerza centrípeta sobre el cuerpo atraído es proporcional a la materia de este cuerpo, es razonable también que sea asimismo proporcional a la materia del cuerpo que atrae”* (Cohen, 1981, p. 118). A partir de ahí se puede expresar la ley de la gravitación como la razón de sus masas multiplicada por el cuadrado de la distancia que las separa (Gamow, 1970, pp. 32 y 33); uno de los descubrimientos más sorprendentes y fructíferos de la historia de la Física, para todos los objetos del universo:

$$F = G \frac{M*m}{r^2} \quad [1]$$

Pero Newton nunca escribió esta ecuación de manera explícita. Se requiere una constante de proporción para pasar de esta a la igualdad. La constante (G) se derivaría de la experiencia de Henry Cavendish unos 70 años después. Aunque las primeras ideas de Newton sobre el problema de la gravedad se produjeron en 1665 (Gamow, 1970, p. 25), no fue hasta 1679 cuando comprobó su hipótesis con datos más precisos. A partir de sus ecuaciones y otros argumentos, también puede deducir las leyes del movimiento planetario de Kepler. En particular, dado que la gravedad es la fuerza centrípeta del movimiento, equiparar estas ecuaciones conduce a la tercera ley de Kepler.

Particularmente, Kepler es anterior a Newton, y se tiene curiosidad por saber cómo llegó el gran astrónomo alemán a su tercera ley. La historia de la ciencia dice que el espíritu místico de Kepler y su creencia de que el mundo se rige por la relación entre números enteros y decimales (pensamiento pitagórico) contribuyeron a este descubrimiento (Koestler, 1963, p. 1). 386ff.). Finalmente, con su teoría de la gravitación, Newton fue capaz de explicar el fenómeno de las mareas y así probar la rotación de la Tierra. Como resultado, la Astrofísica se une con la Geofísica.

Antes del desarrollo del fenómeno gravitatorio bajo la mirada de Einstein, existieron trabajos que realizaron acercamientos a este, después del análisis descrito por Newton. Entre los años 1880 y 1911 se tiene evidencia de trabajos que estuvieron enfocados en el desarrollo cuantitativo de dicho fenómeno intentando hacer una reformulación de la Ley de Gravitación Universal.

Simon Newcomb, en el año de 1895, realizaba revisiones a los problemas que se generaban al observar el tránsito de los objetos celestes y que no coincidían con la Ley de Gravitación Universal ni con la Dinámica Newtoniana: la precesión del perihelio de Mercurio, los nodos de la órbita de Venus, el desplazamiento del perihelio de Marte, la excentricidad de la órbita de Mercurio, la anomalía en el movimiento de la órbita del cometa Encke y una irregularidad del movimiento de la Luna.

Durante esta época, se establecieron diversas hipótesis que daban explicación a la precesión del perihelio de la órbita de Mercurio, para algunos era debido a la existencia de cuerpos masivos aún no descubiertos, que estaban alrededor de Mercurio, otros a la existencia de un planeta (llamado Vulcano) cuya órbita estaba entre el Sol y Mercurio. Newcomb fue quien propuso esta teoría, pero no daba cuenta sobre las posibles perturbaciones sobre las órbitas de los demás planetas y, finalmente, la existencia de cuerpos masivos no observables que deberían estar en la banda de polvo estelar. Hugo Von Seeliger, en 1906, propuso esta hipótesis, pero no se desarrolló ninguna comprobación experimental. Esta teoría se utilizó más adelante como una alternativa a la T.G.R.

También se desarrollaron hipótesis para el movimiento del cometa Encke, una de estas fue: Este cometa fue descubierto en 1786 y se observó entre 1829 y 1854 por Johann Franz Encke (del cual recibe su nombre), quien determinó que el periodo de dicho cometa era de 3.3 años. A través de la observación del cometa durante algunos años Encke estableció

que el periodo y la órbita del cometa se iban haciendo cada vez más pequeños. Frente a esto Encke, T. Von Oppolzer (1880) y J. O. Backlund (1910) hicieron la propuesta que existía un medio a lo largo de la órbita recorrida por el cometa que ocasionaba un efecto de “frenado” y que este medio podría ser el “éter luminífero”. Este hecho dio paso al establecimiento de teorías alternas relacionadas con la ley de Gravitación Universal ya que el alcance de esta era limitado.

Aunque la Ley de Gravitación Universal de Newton estuviese tan bien posicionada, no contaba con muchos adeptos debido a que ésta fuera una ley de acción a distancia, debía existir un “medio sobre el que se pudiera propagar” (con velocidad finita igual a la velocidad de la luz) la interacción gravitatoria. Un intento de teorizar esto data de 1805 por P. S. Laplace, quien comentó que existía la posibilidad de que la interacción gravitatoria fuese producida por el impulso que un “fluido gravitacional” ejerciera sobre un cuerpo, el cual estaba dirigido hacia el centro con cierta velocidad. Laplace encontró que esa velocidad era 50 millones de veces la velocidad de la luz, valor por el cual concluyó que esa velocidad podía considerarse infinita. Fue hasta después de 1880 que los científicos pudieron argumentar que la gravitación no podía propagarse con velocidad infinita y que se consideraba como natural que ésta fuese igual a la velocidad de la luz: es decir, finita.

Varios científicos usaron el argumento de velocidad finita para estudiar las interacciones gravitatorias, algunos de ellos son: Th. Von Oppozel quien, en 1883, analizó las anomalías del cometa Encke, J. Von Hepperger, en 1889, revisó las anomalías que se evidenciaban en las órbitas de algunos planetas (con base en la Ley de Gravitación Universal de Newton), R. Lehmann-Filhes, entre 1894 y 1896, determinó que la velocidad del éter luminífero era del orden de  $10^6$  veces la velocidad de la luz, usando los datos que se tenían del movimiento de la Luna, K. Schwarzschild y H. Minkowski, en 1900 y 1903 respectivamente, realizaron cálculos a partir de la suposición que la interacción gravitatoria

se propagaba con la velocidad de la luz, H. Poincaré y W. Ritz, en 1909, estimaron (para Poincaré) que la velocidad era del orden de  $10^{17}$  veces la velocidad de la luz; mientras Ritz aceptaba los valores calculados por Laplace.

Aparte de estas consideraciones que ocasionaba la Ley de Gravitación Universal, aparecieron propuestas alternativas a esta y, aunque no fueron muchas, intentaban buscar nuevas leyes y no la corrección de las anomalías usando la misma teoría newtoniana. Algunos de los científicos que se centraron en esta alternativa fueron Hugo Von Seeliger (1895 – 1896) y Carl Neumann (1896) y se basaron en el reconocimiento del universo newtoniano con una extensión infinita y que no está vacío; esto llevó a concluir que la fuerza gravitatoria en cada punto del espacio no está definida.

Una de las cuestiones que se desarrolla en la teoría newtoniana es la equivalencia entre la masa inercial  $m_i$  y la masa gravitatoria  $m_G$ . Ernst Mach, físico y filósofo austríaco, fue el primero en darse cuenta que esta igualdad representaba un problema y sus trabajos (*“Desarrollo histórico-crítico de la mecánica, 1883*) fueron los que inspiraron a Einstein para el desarrollo de la TGR. Rechaza la idea de asociar a la masa con la cantidad de materia frente al análisis de  $m_i$ , asocia la inercia con una relación funcional entre dos puntos cualesquiera de un sistema material; y si se trata de fuerzas gravitatorias las que generaban la inercia de una masa  $m$  (o sea  $m_i$ ), esta se debe considerar como una manifestación de cómo se distribuye la materia del resto del universo.

Mack enfatizó la naturaleza abstracta y las suposiciones de los experimentos de Newton. Si Newton pretendía atenerse a los hechos reales se encontraba ante una empresa imposible, dado que no se puede llegar a sustentar la existencia de un espacio que por su carácter absoluto no se puede demostrar a partir de ninguna experiencia. El espacio newtoniano, como escenario en la que tiene lugar el movimiento, tiene la propiedad esencialmente ideal de

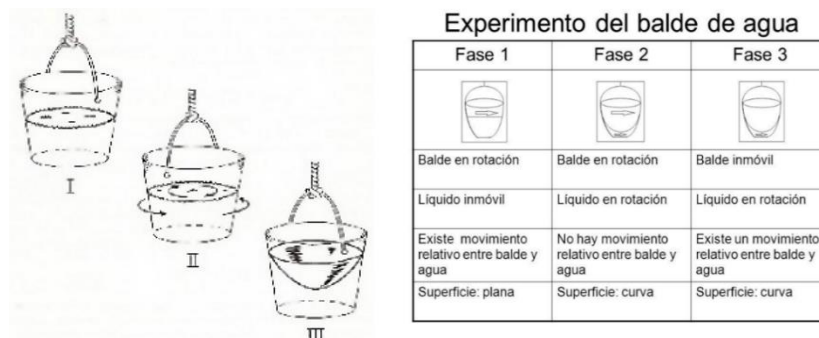
inferir su existencia a partir de algunos indicios, ya que esta escena abstracta es en sí misma imperceptible para los sentidos. Mach hace una refutación a la noción que Newton tiene de espacio y tiempo absolutos; ya que Newton quiere analizar sólo los hechos reales a nivel científico, lo que lo lleva a una concepción metafísica por cuanto tanto el espacio como el tiempo (absolutos) son cosas del pensamiento o construcciones mentales que no se pueden producir o contrastar en la experiencia.

A partir de esta reflexión, Mach asegura que la inercia no requiere del espacio absoluto para ser explicada. El argumento de Mach indica que en tanto la inercia es un concepto relacional, al igual que el espacio y el tiempo, necesita, además del cuerpo en cuestión, otros cuerpos con los cuales completar la relación. Para ello Mach dice:

*“El experimento de Newton con el cubo de agua en rotación únicamente nos dice que la rotación relativa del agua respecto a las paredes del recipiente no produce ninguna fuerza centrífuga perceptible, pero que tales fuerzas sí se producen como consecuencia de la rotación relativa respecto a la masa de la tierra y demás cuerpos celestes” (Mach, E. “La ciencia mecánica”, en La teoría de la relatividad. Madrid: Alianza Editorial, 1984).*

**Figura 2**

*El experimento de Newton del balde de agua.*



a)

b)

Experimento del balde de agua		
Fase 1	Fase 2	Fase 3
Balde en rotación	Balde en rotación	Balde inmóvil
Líquido inmóvil	Líquido en rotación	Líquido en rotación
Existe movimiento relativo entre balde y agua	No hay movimiento relativo entre balde y agua	Existe un movimiento relativo entre balde y agua
Superficie: plana	Superficie: curva	Superficie: curva

*Nota: En esta imagen se quiere dar a entender el experimento mental de Newton sobre las fuerzas que experimenta el agua que está contenida en un balde y que sufre una rotación.*

*a) La imagen de la izquierda es tomada de “Experimentos Mentales y Filosofías de Sillón” - Desafíos, Límites, Críticas – 2017*

*b) La imagen de la derecha es tomada de “<https://slideplayer.es/slide/1052608/>”*

Para Mach, Newton consideró solo la conexión entre el espacio absoluto y el balde con agua, ignorando otros objetos que también participaban del fenómeno del movimiento.

La idea de Mach era que las fuerzas de inerciales, como otras fuerzas, deben tener su origen a partir de alguna interacción entre objetos materiales. En este caso de la interacción de la materia inmediata con el conjunto de la materia del resto del universo. Una consecuencia de este análisis de la inercia es que la Tierra no es un sistema inercial porque el movimiento de la Tierra no se ajusta a la definición clásica de inercia; es decir, que el movimiento de la Tierra no es constante ni uniforme, puede ser un sistema inercial, pero de forma aproximada. Aunque la Tierra da la impresión de un sistema absoluto, todos los marcos inerciales son iguales. Lo que se puede decir sobre el movimiento de la Tierra es que se aproxima al inercial, como cualquier otro cuerpo. No hay sistemas privilegiados ni absolutos, todos son relativos.

Como los sistemas inerciales son relativos, lo que se tendría, al final, serían aproximaciones inerciales de los sistemas. Es más, el argumento implica además que la Física (y la ciencia en general) solo puede proporcionar idealizaciones o aproximaciones teóricas del mundo, pero no existe un sistema real que explique los estados de cosas tal como son.

En lo que respecta a los sistemas inerciales, la aceleración, como la entendió Mach, no aparece en el movimiento uniforme, todo lo que ocurre son variaciones asociadas al concepto de derivada; es decir, las aceleraciones se obtienen por cambios de velocidad, por lo

que la aceleración de un objeto es igual o proporcional a las fuerzas que actúan sobre él. Esto da cuenta entonces de la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m * \vec{a} \quad [2]$$

Visto de esta manera y tomando en cuenta la concepción de Newton con relación a la inercia, la masa es concebida como una propiedad que permite medir la oposición de un objeto a ser desplazado; es decir, la masa inercial y esta se evidencia en la interacción entre dos cuerpos (el objeto como tal y el agente que está ejerciendo la fuerza sobre dicho objeto). Por otro lado, si se analiza un cuerpo que es arrojado al suelo, en este caso, la Tierra es la que está ejerciendo una fuerza y se manifiesta la masa a través del concepto peso; y esta masa ya no es inercial, sino que, debido a la interacción con la Tierra, sería masa gravitacional. Mach entiende que se debe tener en cuenta la interacción de un cuerpo con los demás objetos del universo para dar cuenta de la propiedad llamada masa. Entonces se tiene la siguiente relación:

$$si \quad F = m_i * a \quad y \quad w = m_g * g \quad [3]$$

como la expresión de  $w$  hace referencia al sometimiento de un objeto a una fuerza gravitacional y donde la masa se acelera; y  $F$  la oposición del mismo objeto a ser traslado cuando se somete a una fuerza externa. Si  $F$  y  $w$  son numéricamente iguales y si  $a$  coincide con  $g$  entonces se tendría:

$$m_i = m_g \quad [4]$$

Esta teoría se vio respaldada de forma experimental por los trabajos de Ronald Von Eötvös en 1910.

Hacia finales del siglo XIX y principios del siglo XX el campo de investigación predominante fue el Electromagnetismo y al intentar resolver las dificultades que se estaban presentando en la teoría newtoniana se realizaron asociaciones entre la Gravitación y la



Electrodinámica. Esta asociación se concretizó al entender que la teoría de campos, que daba explicación a los fenómenos electromagnéticos, daba explicación a los fenómenos gravitacionales.

Las ideas de W. Weber, en Electrodinámica, inspiraron a los astrónomos a replantear la Ley de Gravitación Universal de Newton introduciendo términos que fueran dependientes de las velocidades de los objetos involucrados. F. G. Holzmüller, en 1870, hizo el tránsito natural entre la Ley de Gravitación Universal y la Ley de Coulomb ya que Weber había planteado su ley y ambas (tanto la de Coulomb como la de Newton) tenían la misma forma. F. Tisserand utiliza los trabajos de Holzmüller para estudiar los movimientos de algunos planetas como el cambio del perihelio de la órbita de Mercurio.

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \left[ 1 - \frac{1}{h^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{h^2} r \frac{d^2r}{dt^2} \right] \quad [5]$$

En esta misma vía trabajaron O. Liman y M. Lévi, en 1886 y 1890 respectivamente, pero ellos usaron la ley que Riemann que había sugerido para el electromagnetismo, la cual se muestra a continuación

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \left[ 1 - \frac{1}{h^2} \left( \frac{d\vec{r}_1}{dt} - \frac{d\vec{r}_2}{dt} \right)^2 \right] \quad [6]$$

En la formulación de la teoría gravitacional de campos, un primer intento lo realizó J.C. Maxwell, en el año 1864, quien usando la analogía del desarrollo de la idea de “campo electromagnético”, cuestionó si la gravitación dependiese de un medio como el éter. En 1897, A. Föppl usa el concepto de masas positivas y negativas y el modelo electromagnético.

Muestra que, para masas puntuales, la interacción gravitatoria se describe con la Ley de Gravitación Universal de Newton, pero la idea de masas negativas alejó a muchos seguidores. Otros trabajos relacionados a la caracterización de la interacción gravitatoria fueron los de: H.

A. Lorentz y W. Wien (ambos en 1900); F. Wacker y A. Wilkens (1906).

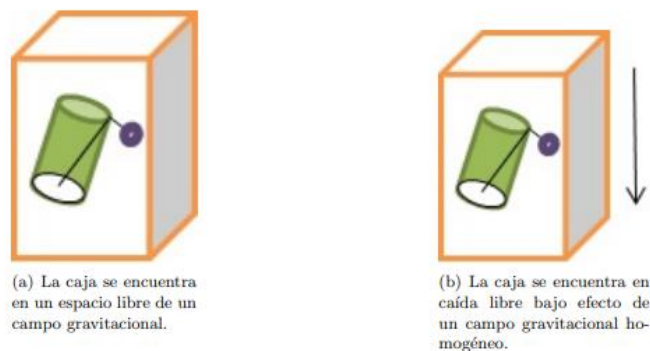
Hasta aquí se ha realizado un acercamiento al fenómeno gravitatorio, partiendo de Newton hasta los trabajos de Mach, mostrando que es necesario ver este fenómeno a partir de otras miradas (como en el caso de Mach), que esto lleva a análisis distintos y permite ver como lo caracterizó Einstein.

### **Principio de Equivalencia Débil**

Este principio es una reafirmación de la igualdad observada de la masa gravitacional e inercial (Weinberg, 1972) y un caso particular del principio de equivalencia fuerte (el cual se analizará más adelante). Para la explicación de este principio se toma como referencia lo siguiente: *“En breves palabras tomadas del propio Einstein -si una persona cae libremente no siente su propio peso-; debido a que la masa inercial de los cuerpos es exactamente igual a su masa gravitatoria pues debido a ello todos los cuerpos se aceleran igual en un campo gravitatorio”* (Peña, 2003, p. 57). La idea central del principio de equivalencia débil es, cuando un objeto cae libremente, localmente no sentiría su peso y se comportaría de igual manera al estar en un espacio sin presencia de campo gravitacional; es decir, que una masa en un espacio en ausencia de un campo gravitacional sentiría los mismos efectos como si se encontrara en caída libre bajo influencia de un campo gravitacional, tal como se muestra en la Figura 3.

**Figura 3.**

*Experimento mental del principio de equivalencia débil.*



*Nota: Esta imagen muestra cómo se comportaría un objeto en caída libre y en el espacio en ausencia de campo gravitacional. Tomada de Ortiz, E. R. (2013). El juguete de Einstein: una experiencia que permite evidenciar el principio de equivalencia en el aula. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/13007>.*

La figura 3 muestra a dos objetos idénticos, uno experimentando la caída libre en un campo gravitacional y el otro ubicado en un espacio sin presencia de un campo gravitacional; ambos se comportan de la misma manera y no se podría establecer diferencia alguna entre ellos.

**Principio de Equivalencia Fuerte**

En el año 1907, Albert Einstein publica un artículo en la revista “*Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*”, donde recopilaba todo el análisis que había desarrollado acerca del principio de la relatividad, cuyo título “El principio de la relatividad y sus consecuencias” tiene vital importancia desde varios aspectos, ya que tiene elementos ricos a nivel pedagógico y sobre todo presenta la síntesis de años de reflexión de la Relatividad y la gravitación.

En el artículo, Einstein muestra que, hasta ese momento, se había hecho la suposición que las leyes de la naturaleza son independientes del estado del movimiento del sistema de

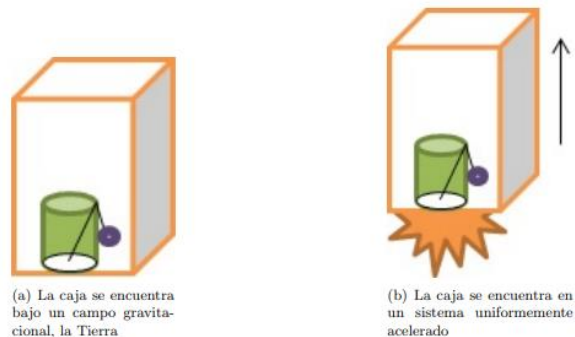
referencia no acelerado y se plantea el estudio de esta reflexión para sistemas de referencia acelerados.

Para ello se consideran dos sistemas de referencia  $S_1$  y  $S_2$ . El sistema  $S_1$  está acelerado en la dirección  $x$  y que  $g$  es el valor de esa aceleración y que  $S_2$  está en reposo, situado en un campo gravitacional homogéneo que proporciona una aceleración  $-g$  en la dirección del eje  $x$  a los objetos que están en él. Estas suposiciones implican que las leyes físicas no difieren entre los marcos de referencia  $S_1$  y  $S_2$ ; y lleva a la conclusión que los dos sistemas son indistinguibles y por lo tanto existe una equivalencia física entre el **campo gravitacional y la aceleración del sistema de referencia**.

Estas aseveraciones extienden el principio de equivalencia débil a un movimiento de traslación uniformemente acelerado del sistema de referencia y permite hacer cambios entre un campo gravitacional homogéneo por un sistema de referencia uniformemente acelerado.

Todo esto muestra como Einstein relaciona e incluso conecta la interacción gravitatoria con el principio de la relatividad especial ya que permite generalizar éste a marcos de referencia no inerciales. Lo logra utilizando la igualdad (antes mencionada) entre la masa inercial y la masa gravitacional. Y esto lo lleva a concluir que no solo las leyes mecánicas sino todas las leyes de la Física debían ser las mismas en los dos sistemas de referencia antes descritos, como se muestra en la Figura 4.

Para Einstein este principio de equivalencia tenía una trascendencia profunda ya que era la caracterización que daría una descripción completa de la interacción gravitatoria.

**Figura 4.***Experimento mental del principio de equivalencia fuerte*

*Nota: Esta imagen muestra cómo se comportaría un objeto en un campo gravitacional y en el espacio experimentando una aceleración. Tomada de Ortiz, E. R. (2013). El juguete de Einstein: una experiencia que permite evidenciar el principio de equivalencia en el aula. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/13007>*

**Experimento Del Disco Rotante**

Existe un punto en la historia donde Einstein llega a la conclusión de que la gravitación modificaba la geometría Euclidiana del espaciotiempo. Hasta 1912, sus artículos mostraban que no existía necesidad de un espaciotiempo curvo y menos del uso de un tensor métrico que diera cuenta de la representación matemática del campo gravitacional. En 1913, se publica un artículo, el cual contiene una sólida argumentación relacionada con la descripción del campo gravitacional mediante el tensor métrico  $g_{\mu\nu}$ , además de un análisis tensorial cuatridimensional sobre una variedad riemanniana, tensor de Riemann, pero las ecuaciones del campo correctas no se resuelven en este artículo. Todo esto había logrado identificar la matemática formal para poder hacer una descripción adecuada de la interacción gravitatoria. Para llegar a esta matematización, Einstein hace un estudio de la descripción relativista de un disco rígido que gira uniformemente y es “esto” lo que le permite llegar a la conclusión de que la gravitación curva el espaciotiempo.

En 1912, Einstein mostraba que, de acuerdo con el principio de equivalencia, un sistema  $K$  es “estrictamente” equivalente a un sistema en reposo en el que existe un campo gravitacional de ciertas características. A pesar de todo, él tenía algunos problemas para dar cuenta de las conclusiones a las cuales podía llegar a través de sus trabajos. Einstein analizó el disco rotante porque, tomando como base el principio de equivalencia, esta situación se podría relacionar con un campo gravitacional.

Una ruta, que permite ver el tratamiento del estudio del disco rotante es la siguiente:

1. Einstein termina su trabajo sobre el campo gravitacional estático (marzo de 1912), donde introduce una velocidad de la luz dependiente del potencial gravitatorio:

$$c(\Phi) = c \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \quad [7]$$

y concluye que el principio de equivalencia es válido solo localmente.

2. Einstein le escribe a P. Ehrenfest para decirle que sus trabajos sobre campos gravitacionales estáticos corresponden al modelo electrostático de la teoría electromagnética y que al generalizar el caso estático se debía incluir los campos magnetostáticos. Además, describe el “anillo rotante” como un buen ejemplo de un sistema que generaría campos no estáticos pero que si son independientes del tiempo. Esto lo llevó del estudio del caso estático al caso estacionario y el disco rotante es el ejemplo más sencillo del campo gravitacional estacionario. Para Einstein la idea de un espaciotiempo riemanniano y dependiente de su contenido energético era la consolidación de reflexiones y publicaciones antes de 1912. Señala que un sistema de referencia  $K$  rotando de manera uniforme es equivalente a un sistema en reposo en el cual existe un campo gravitacional (acudiendo al principio de equivalencia).

Después de la contextualización histórico-cronológica del desarrollo de la idea del experimento del disco rotante, ahora se explicará en que consiste, que implicaciones y conclusiones se derivan de él.

Para ello se deben pensar dos sistemas  $K$  y  $K'$ ; el primero consiste en un sistema en rotación uniforme y el segundo es un sistema en reposo, pero en el que existe un campo gravitacional, a partir del principio de equivalencia.

Trayendo los escritos de Einstein: *“Supongamos que las medidas espaciales en  $K$  se realizan con reglas de medir que tienen -cuando se comparan entre sí en reposo en algún punto de  $K$ - la misma longitud; supongamos también que los teoremas de la Geometría (euclidiana) son válidos para longitudes que se miden de esta forma y por consiguiente también para las relaciones existentes entre las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y para otras longitudes. Esta estipulación no es permisible automáticamente, sino que tiene suposiciones físicas que en el último caso pueden ser no válidas. Por ejemplo, muy probablemente no se pueden mantener para un sistema que gira de forma uniforme en el cual, de acuerdo con la contracción de Lorentz, el cociente entre la circunferencia de un círculo y su diámetro debe diferir de  $\pi$  si se usa nuestra definición de longitud. La regla de medir lo mismo, lo mismo que los ejes de coordenadas se deben de tratar como cuerpos rígidos. Esto se puede hacer a pesar del hecho de que, de acuerdo con la teoría de la relatividad (especial), los cuerpos rígidos no pueden existir en realidad. Uno puede, sin embargo, el cuerpo rígido que utilizamos para medir sustituido por un gran número de pequeños cuerpos no rígidos alineados uno a continuación del otro de forma que ninguno de ellos ejerza ningún tipo de fuerza de presión sobre otro ya que cada uno es mantenido en su lugar por separado”*.

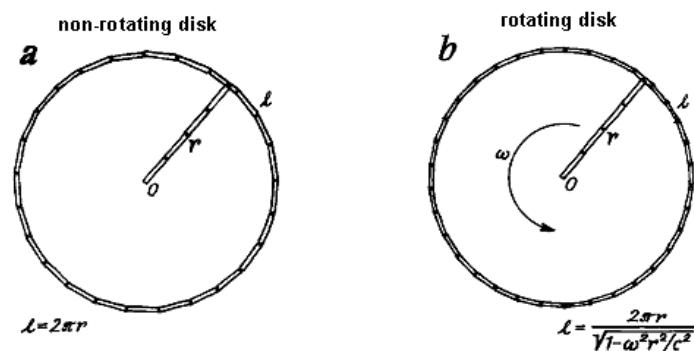
[Einstein, A., M. Grossmann (1913), Z. Math. u. Phys. 62, pp. 225-261].

Este fragmento muestra como Einstein tuvo dificultades al relacionar las coordenadas con las medidas (tanto con reglas como relojes). No fue sino hasta 1916 cuando Einstein vuelve a discutir, de manera coherente y formal, el problema del disco rotante, utilizando las ecuaciones del campo gravitatorio, en el artículo “*los fundamentos de la teoría general de la relatividad*” [Einstein, A. (1916), Ann. der Phys. 49, 769-822]. Los elementos de este artículo que están relacionados con el disco rotante son los siguientes:

*“En un espacio libre de campos gravitacionales introducimos un sistema galileano de referencia  $K(x, y, z, t)$  y también un sistema de coordenadas  $K'(x', y', z', t')$  en rotación uniforme con relación a  $K$ . Hagamos que los orígenes de ambos sistemas, lo mismo que sus ejes  $z$ , coincidan permanentemente. Demostraremos que para una medida espaciotemporal en el sistema  $K'$  no se puede mantener la anterior definición (dentro del contexto de la relatividad especial) para el significado físico de longitudes y tiempos. Por razones de simetría es evidente que a un círculo centrado en el origen en el plano  $x, y$  en  $K$ , se le puede considerar al mismo tiempo como un círculo en el plano  $x', y'$  de  $K'$ . Supongamos que la circunferencia y el diámetro de este círculo se miden con una unidad de medida infinitamente pequeña comparada con el radio y que tenemos el cociente de los dos resultados. Si este experimento se realiza con una regla de medir que estuviese en reposo con respecto al sistema galileano  $K$ , el cociente será  $\pi$ . Con una regla de medir en reposo a  $K'$ , el cociente sería mayor que  $\pi$ . Esto se entiende fácilmente si consideramos el proceso completo de medir desde el sistema “estacionario”  $K$ , y tomamos en cuenta que la regla de medir que colocamos en el perímetro experimenta una contracción lorentziana, mientras que la colocada sobre el radio no. Por consiguiente, la geometría euclidiana no vale para  $K'$ . Por tanto, la noción de coordenadas definida con anterioridad, que presupone la validez de la geometría euclidiana, deja de ser correcta en relación con el sistema  $K'$ .”*

Esto, dado a conocer de manera gráfica, se puede visualizar en la Figura 5.



**Figura 5.***Experimento del disco rotante*

*Nota: La imagen muestra los elementos y características del disco rotante. En la parte a) la expresión  $l = 2\pi r$  entre el radio y la circunferencia de un disco circular no giratorio y en b) al medir en un disco giratorio, las reglas de medir (barras que conforman el arco) se acortan (en relación con las barras radiales sin cambios de la figura a)) debido a la contracción de la longitud de Lorentz; por tanto, varias de ellas "encajan" en la circunferencia, y la longitud del círculo es menor que ella. La relación entre la circunferencia y el radio será mayor que  $2\pi$ : esto demuestra una geometría no euclidiana. Tomado de <https://astronuclphysics.info/Gravitace2-1.htm>*

Todo lo anterior solo hace consideraciones en las medidas de índole espacial, pero no son las únicas que tienen modificaciones cuando se ve involucrado un campo gravitacional, ya que las medidas temporales también tienen este tipo de modificaciones. Para ello se toma el siguiente párrafo:

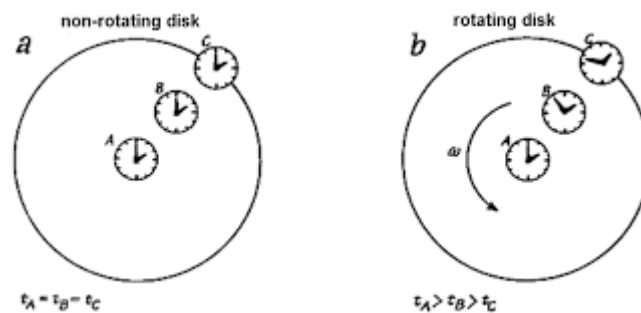
*“De la misma forma somos incapaces de introducir un tiempo que corresponda requisitos físicos en  $K'$ , y que se mida en relojes en reposo con respecto a  $K'$ . Para convencernos a nosotros mismos de esta imposibilidad imaginemos dos relojes de construcción idéntica colocados, uno en el origen de coordenadas y el otro en la circunferencia del círculo, y ambos considerados desde el sistema “estacionario”  $K$ . Debido a un resultado familiar de la teoría de la relatividad especial, el reloj de la circunferencia va -juzgado desde  $K$ - más despacio que el otro, ya que el primero está en movimiento y el último en reposo. Un observador situado en el origen de coordenadas común y que sea capaz de*

observar el reloj de la circunferencia mediante luz, le vería, por consiguiente, retrasado con respecto al reloj colocado al lado suyo. Como (este observador) no se decidirá a dejar que la velocidad de luz dependa explícitamente del tiempo a lo largo del camino en cuestión, interpretará sus observaciones en el sentido de que el reloj de la circunferencia va “realmente” más despacio que el reloj situado en el origen. Por tanto, se verá obligado a definir el tiempo de forma que el pulso del reloj dependa del lugar donde esté.”

Esto se puede visualizar en la Figura 6.

### Figura 6.

Dependencia de la rapidez en el paso del tiempo para diferentes lugares en sistemas no inerciales.



Nota: La imagen da cuenta del comportamiento del tiempo para relojes ubicados en distintos puntos sobre un disco fijo y uno rotante. a) Los relojes ubicados a diferentes distancias del centro de un disco que no gira van a la misma rapidez y marcan la misma hora. b) Si se ubican relojes (idénticos) a diferentes distancias del centro del disco giratorio, se moverán a diferentes rapidezces tangenciales y mostrarán una dilatación del tiempo relativista diferente (el reloj A irá como si no rotara ya que se encuentra en el centro, el reloj B irá más lento y el C incluso más lento) - desde el punto de vista del observador interno, el tiempo en diferentes lugares avanza a diferentes velocidades. Tomado de “GENERAL THEORY OF RELATIVITY- PHYSICS OF GRAVITY”. Recuperado de <https://astronuclphysics.info/Gravitace2-1.htm>

Al analizar los párrafos anteriores se llega a la conclusión que en la T.G.R. el espaciotiempo no se puede definir a partir de mediciones con regla de las diferencias entre las coordenadas espaciales y de igual manera las diferencias de las coordenadas temporales se pueden medir con relojes comunes y corrientes.

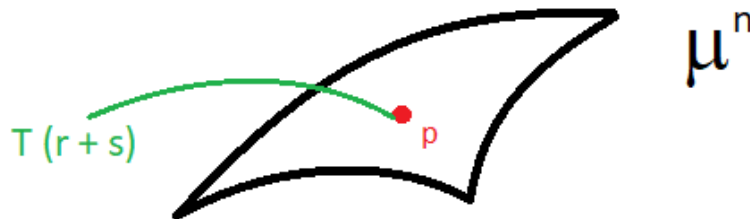
En el libro “RELATIVIDAD” (1916), Einstein establece algunas conclusiones como por ejemplo que las proporciones de la Geometría Euclidiana no se pueden mantener en el disco rotante, así como en un campo gravitacional.

### Aspectos Matemáticos y Físicos

Para establecer la relación entre la Geometría y la Física, es necesario hacer la introducción a un concepto importante que es una generalización de la idea de superficie, a través del concepto de variedad, ya que sobre esta estructura se formaliza la T.G.R. Para ello, se tiene un punto  $p$  de una variedad  $\mu^n$  sobre el cual se definen los tensores o funciones matemáticas del tipo  $r + s$  y estas funciones van a describir distintas magnitudes físicas, como se muestra en la Figura 7.

#### Figura 7.

*Definición de superficie a través del concepto de variedad.*



*Nota: Esta imagen muestra la idea de superficie partiendo del concepto de variedad. Tomado de propia autoría.*

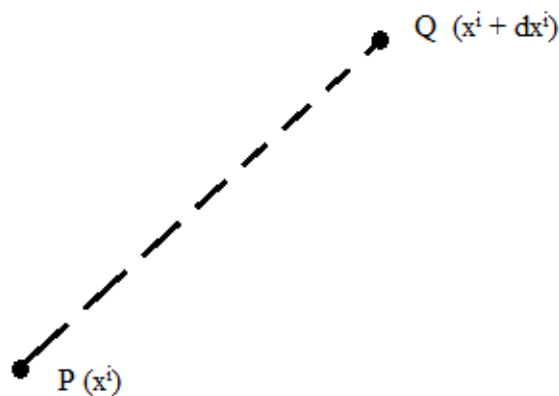
De nada sirve tener definidas funciones en puntos de estas estructuras si no se pueden introducir otras nociones, como, por ejemplo, nociones métricas; es decir, cómo medir distancias sobre estas estructuras o cómo transportar un objeto de un punto a otro. En pocas palabras, de nada sirve tener estructuras si no tienen asociados el concepto de diferenciabilidad.

Con este fin, se debe tener claridad de dos conceptos: el de distancia (o las nociones métricas asociadas a estas estructuras) y, por otro lado, el transporte paralelo de los vectores o de las funciones. Las nociones métricas como la distancia, la norma y el ángulo entre vectores junto a la noción de diferenciabilidad son las que permiten hacer Física. En este punto, solo se dará a conocer la noción de distancia o elemento de línea que da el paso para caracterizar de forma geométrica al fenómeno gravitatorio, en tal sentido, se introduce el tensor métrico.

Para esto, se abandona un poco la noción de variedad y se formaliza a partir del mundo conocido o  $\mathbb{R}^n$ , ya que es un espacio vectorial que se construye desde el álgebra lineal. Se toman dos puntos de  $\mathbb{R}^n$  P y Q que están infinitesimalmente próximos y que a cada punto se denota con unas coordenadas como aparece en la Figura 8.

### Figura 8.

*Distancia entre dos puntos*



Donde  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

*Nota: La imagen muestra, de forma geométrica, la distancia entre dos puntos P y Q, cada uno con coordenadas en el plano de  $\mathbb{R}^n$ . Tomado de propia autoría.*

Se tiene una  $n - \text{upla}$  de números llamada las coordenadas de P. Como Q es un punto cercano a P (infinitesimalmente próximo) se encontrará en las coordenadas  $x^i + dx^i$ , de

tal manera que se puede calcular la distancia entre los dos puntos a través de la diferencia de las coordenadas. Esta diferencia entre las coordenadas arroja una medida sobre el intervalo entre P y Q; es decir, una medida sobre la distancia, que en muchos contextos se acostumbra a denotar como  $ds^2$ , también llamado *elemento de línea* o longitud de arco. Realizando el proceso se obtiene que

$$ds^2 = (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + \dots + (dx^n)^2 \quad [8]$$

Escribiendo la Ecuación 8 en notación de superíndices se obtiene

$$ds^2 = \sum_{i=1}^n (dx^i)^2 = \sum_{i=1}^n dx^i dx^i \quad [9]$$

Siendo este la *forma cuadrática fundamental*.

No se usará tanto tecnicismo, en relación con los conceptos, sino los necesarios para dar a entender los argumentos matemáticos que permiten establecer el modelado con la gravitación desde estructuras geométricas.

Sin embargo, también se puede escribir esta distancia o elemento de línea, haciendo uso del lenguaje tensorial; es decir, introduciendo la delta de Kronecker, quedando la Ecuación 9 así

$$ds^2 = \delta_{ij} dx^i dx^j \quad [10]$$

Donde  $\delta_{ij}$  permite eliminar los elementos que están fuera de la diagonal principal, cuando se aplica a una cierta cantidad de índices y también es una matriz identidad; la cual viene dada por

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad [11]$$

Al ser una matriz cuadrada representa las componentes de un tensor de orden 2. Se puede ver la delta como un tensor cuyas componentes sobre la diagonal valen uno (1) y fuera

de la diagonal valen cero (0). No obstante, no es cualquier tensor, para  $\mathbb{R}^n$  esta delta es *el tensor métrico* y sus componentes resultan ser las componentes del tensor métrico.

Para los puntos P y Q, sobre  $\mathbb{R}^n$ , no solamente hay coordenadas cartesianas, también hay coordenadas elipsoidales, paraboidales, esféricas, cilíndricas; y en estos sistemas de coordenadas el tensor métrico ni la matriz tiene la forma de una matriz identidad. Para evidenciar esto, se debe considerar otro sistema de coordenadas (curvilíneos o generales); es decir, un sistema barrado de la forma

$$P(\bar{x}^i) \text{ y para } Q(\bar{x}^i + d\bar{x}^i) \quad [12]$$

Entonces, partiendo de cómo están relacionados estos dos sistemas de coordenadas, de sus transformaciones

$$x^i = x^i(\bar{x}^l) \quad [13]$$

$$\bar{x}^i = \bar{x}^i(x^l) \quad [14]$$

hay una manera de relacionar  $dx^i$  con base en la siguiente expresión

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k} d\bar{x}^k \quad [15]$$

$$dx^j = \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^l} d\bar{x}^l \quad [16]$$

Sustituyendo las Ecuaciones 15 y 16 en la Ecuación 10 se obtiene

$$ds^2 = \delta_{ij} \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^l} d\bar{x}^k d\bar{x}^l \quad [17]$$

Haciendo una contracción de índices para  $\delta_{ij}$  en la Ecuación 17; es decir hacer  $i=j$ , se obtiene

$$ds^2 = \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^l} d\bar{x}^k d\bar{x}^l \quad [18]$$

y esta es la forma del  $ds^2$  cuando se cambia de coordenadas y los coeficientes que acompañan a las diferenciales  $\frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^l}$  vienen a reemplazar las componentes del tensor métrico que estaban relacionadas con  $\delta_{ij}$  a través de la siguiente expresión

$$\frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^l} = \bar{g}_{kl} \quad [19]$$

esta es la nueva forma de calcular las componentes del tensor métrico, reemplazando la Ecuación 19 en la Ecuación 18 quedaría escrita de la siguiente forma

$$d\bar{s}^2 = \bar{g}_{kl} d\bar{x}^k d\bar{x}^l \quad [20]$$

esto permite conectar con las variedades de la siguiente forma: si se está trabajando en  $\mathbb{R}^n$  y en sus subespacios, siempre es posible transformar

$$\bar{g}_{kl} \text{ en } \delta_{ij} \quad [21]$$

debido a que  $\mathbb{R}^n$  es euclídeo y hay que tener en cuenta que  $ds^2$  y el  $d\bar{s}^2$  son invariantes.

Ahora bien, si P y Q se encuentran sobre una variedad diferenciable, que tiene cierta curvatura, no es posible, en general, esta transformación

$$\bar{g}_{kl} \text{ en } \delta_{ij} \quad [22]$$

y esto da indicios que los puntos se encuentran en una estructura distinta a la euclidiana. Uno de los objetivos de la T.G.R. es, si el campo gravitacional, como se va a demostrar, se va a modelar a través de una geometría curva (una variedad diferenciable), los elementos de línea no se pueden reducir a  $\delta_{ij}$ .

En general, el elemento de línea o forma cuadrática fundamental se expresaría

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad [23]$$

se usan como índices i, j porque siempre y cuando no se estén repitiendo, se llaman índices mudos y se puede cambiar las letras. Donde  $g_{ij}$  es una matriz cuadrada, cuyas componentes vienen dada por

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{nn} \end{pmatrix} \quad [24]$$

Para ver un significado más preciso del tensor métrico se considera un vector A, con componentes contravariantes  $\lambda^i$ , formando  $\delta_{ij}\lambda^i\lambda^j$

haciendo contracción de índices se obtiene que

$$\delta_{ij}\lambda^i\lambda^j = \lambda^i\lambda^i \quad [25]$$

para  $i= 1, 2, 3$  se tiene que

$$\delta_{ij}\lambda^i\lambda^j = \lambda^i\lambda^i = \lambda^1\lambda^1 + \lambda^2\lambda^2 + \lambda^3\lambda^3 \quad [26]$$

$$\delta_{ij}\lambda^i\lambda^j = \lambda^i\lambda^i = (\lambda^1)^2 + (\lambda^2)^2 + (\lambda^3)^2 \quad [27]$$

Esto no es más que

$$|A|^2 = (\lambda^1)^2 + (\lambda^2)^2 + (\lambda^3)^2 \quad [28]$$

o, en otras palabras

$$l^2 \equiv |A|^2 = (\lambda^1)^2 + (\lambda^2)^2 + (\lambda^3)^2 \text{ es la longitud o norma del vector} \quad [29]$$

Si se desea calcular la norma del vector A, pero en un sistema de coordenadas barradas ( $\bar{x}^i$ ) con componentes ( $\bar{\lambda}^i$ ), la Ecuación 29 se expresa

$$l^2 \equiv |A|^2 = \bar{g}_{ij}\bar{\lambda}^i\bar{\lambda}^j \quad [30]$$

$$l^2 \equiv |A|^2 = \bar{g}_{ij}\bar{\lambda}^i\bar{\lambda}^j = (\bar{\lambda}^1)^2 + (\bar{\lambda}^2)^2 + (\bar{\lambda}^3)^2 \quad [31]$$

lo trascendental aquí es el uso del tensor métrico para calcular la norma del vector en ese sistema de coordenadas. El producto interno induce o permite calcular la norma de un vector lo que lleva al concepto de distancia. El tensor métrico es un producto interno, que es



una función bilineal (es lineal en cada una de las componentes de los vectores) y que satisface unas propiedades: positividad, simetría, linealidad).

Tomando nuevamente  $\delta_{ij}$

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ para un espacio } R^3 \quad [31]$$

cada columna es un elemento de la base, es decir los vectores base y se puede extrapolar a  $\mathbb{R}^n$ . Escribiendo la Ecuación 31 de tal manera que se vean de forma explícita las componentes del producto interno

$$\delta_{ij} = \langle e_i, e_j \rangle \quad [32]$$

$$\delta_{ij} = e_i \cdot e_j \quad [33]$$

Entonces las componentes de  $g_{ij}$  viene dado por el producto interno de sus bases del sistema distinto al cartesiano.

$$g_{ij} = \langle e_i, e_j \rangle \quad [34]$$

El tensor métrico fundamental permite calcular vectores asociados; es decir, subir o bajar índices y dadas unas operaciones se pueden construir otros tensores.

Este desarrollo matemático es una descripción del espaciotiempo y la Física se introduce a través de la invarianza de las leyes física: particularmente en que las leyes físicas deben considerarse como invariantes bajo transformaciones de coordenadas y bajo transformaciones de Lorentz locales; es decir, bajo rotaciones. La validez de las ecuaciones fundamentales no deberá depender de la escogencia o asignación de coordenadas  $x^i$  o de los vectores base  $e_i$ . Esta es la razón por la cual se escogen los vectores base de manera

independiente de cada punto del espaciotiempo, tal que de información del vínculo entre la gravedad y las teorías gauge (las cuales no hacen parte del desarrollo de este trabajo).

### Capítulo III

#### Understanding by Design (UbD) o Diseño Para la Comprensión

Existen, hoy en día, diversas teorías sobre el currículo, sobre todo, distintas metodologías sobre el diseño curricular. Tyler (1949) establece el currículo como una planeación basada en la enseñanza, cuyo diseño tiene objetivos educativos, una secuencia de contenidos para enseñar, unas experiencias de aprendizaje y unas estrategias de evaluación para determinar alcance de dichos objetivos. Por otro lado, Arnaz (1981) define el diseño curricular como un proceso más complejo, ya que implica la elaboración, la instrumentación, la implementación y la evaluación de éste. Lo fundamental de esto radica en que el diseño curricular es el proceso que hace realidad un currículo, sin importar su composición. En tal caso, se va a considerar el diseño curricular como un proceso por medio del cual se estructuran y organizan las etapas y elementos de un currículo, el cual responde a una serie de problemas de diverso origen (Díaz Barriga et al, 1990).

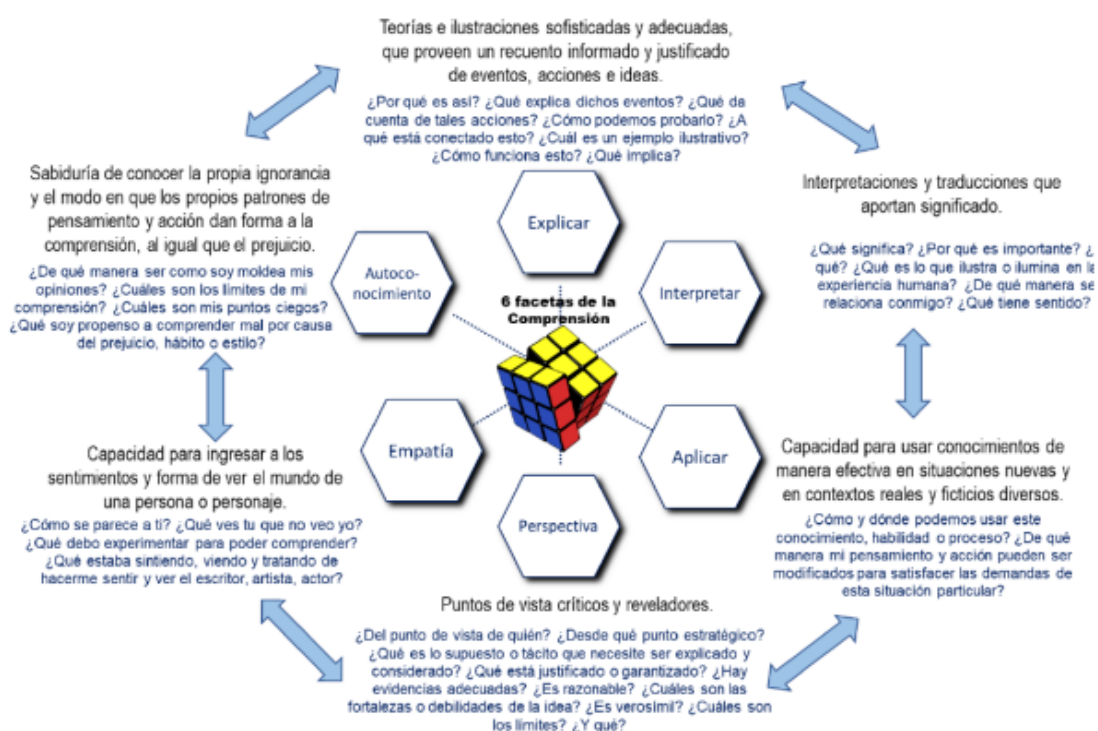
Para realizar el diseño de cualquier tipo de currículo, se requiere de un modelo curricular que se ajuste a la información disponible para la realización de este y, en este sentido, se usará el método de diseño propuesto por el modelo de *Understanding by Design* (UbD).

UbD es un marco para el diseño o planeación curricular de unidades didácticas, desarrollado por Jay McTighe y Grant Wiggins en 1998. Su nombre, traducido al español como *diseño para la comprensión*, se debe al principio de que toda planeación para la enseñanza y el aprendizaje debe estar centrada en la comprensión. Para Wiggins y McTighe (2005), la comprensión del estudiante tiene sentido en relación con la transferencia, lo que significa que esta es la capacidad que tiene un estudiante para transferir lo que se ha aprendido (entre habilidades y conocimientos) hacia situaciones nuevas de manera efectiva;

es decir, tomar lo que se sabe y utilizarlo de manera autónoma, creativa y con fluidez en diferentes situaciones o problemas relacionados con su entorno. La comprensión de un estudiante puede darse de diversas formas, Wiggins y McTighe (2005) reconocen seis aspectos de la esta, que pueden representarse a través de un cubo de Rubik de seis aristas, donde cada arista simboliza una dimensión de la comprensión, como se ve en la figura 9.

**Figura 9.**

*Seis dimensiones de la comprensión según Wiggins y McTighe*



*Nota: Esta imagen muestra los seis aspectos de la comprensión reconocidas por Wiggins y McTighe. Tomado de [https://www.researchgate.net/publication/352352313\\_La\\_trascendencia\\_del\\_enfoque\\_UBD\\_Understanding\\_by\\_design\\_en\\_la\\_labor\\_docente\\_Una\\_revisión\\_sistemática](https://www.researchgate.net/publication/352352313_La_trascendencia_del_enfoque_UBD_Understanding_by_design_en_la_labor_docente_Una_revisión_sistemática)*

Estos seis aspectos son:

- **Explicación:** se puede explicar al realizar generalizaciones, haciendo informes justificados de fenómenos, hechos y datos complementarios; de igual forma, una explicación muestra conexiones profundas en el desarrollo de ejemplos o ilustraciones reveladoras.

- Interpretación: implica hacer del objeto de comprensión algo personal o accesible mediante imágenes, impresiones, analogías y/o modelos.
- Aplicación: este aspecto de la comprensión involucra utilizar y adaptar efectivamente lo que se sabe en contexto diversos y reales.
- Perspectiva: consiste en ver y escuchar puntos de vista mediante el uso del pensamiento crítico.
- Empatía: implica una percepción sensible basada en las experiencias directas previas del objeto de comprensión.
- Autoconocimiento: este aspecto incluye la metacognición; es decir, la conciencia de lo que permite o dificulta la comprensión.

Este diseño no está planteado para decirle al docente qué o cómo enseñar; es un proceso de proyecto que le ayuda a enseñar de forma más eficaz. Tanto así que su flexibilidad es una de las razones por las que ha ganado reconocimiento en cientos de instituciones educativas a lo largo del mundo. Para este, el currículo da cuenta del “plan específico de aprendizaje que se deriva de los resultados deseados; es decir, los estándares de contenido y desempeño ya sean determinados por el estado o desarrollados localmente” (McTighe y Wiggins, 2005, p 6). Ahora bien, es más que una lista de conceptos y habilidades claves a desarrollar, pues toma el contenido y lo moldea en un plan de enseñanza y aprendizaje para lograr los resultados deseados en los estudiantes (McTighe y Wiggins, 2005). Por ello, el UbD no es un guía paso a paso de diseño curricular a partir de múltiples contenidos, es un método de diseño curricular flexible, *Backward Design* (diseño al revés), para la planeación de unidades que guían los procesos pedagógicos a una pregunta esencial o habilidad a la que deben responder los estudiantes al finalizar una unidad.

Por su parte, el *Backward Design*, o *Diseño al revés*, llama al docente a realizar la planeación de sus clases al contrario de lo que habitualmente se hace. Esto es, el profesor debe pensar primero en cuáles son los resultados de aprendizaje que espera de sus estudiantes al final de un periodo académico o del desarrollo de una unidad; segundo, en cuáles serán las evidencias aceptables de esos aprendizajes y; por último, en cuáles serán las actividades de aprendizaje que permitirán alcanzar los objetivos planteados al principio del periodo académico o desarrollo de la unidad. En consecuencia, este método no sigue la estructura tradicional de diseño curricular, la cual consiste en determinar primero los contenidos a enseñar, luego los objetivos de aprendizaje y la metodología de enseñanza y, finalmente, la evaluación. Para entender un poco mejor en qué consiste este método de diseño curricular, se deben definir las tres etapas (Figura 10) que conforman el proceso de *Backward Design*

**Figura 10.**

*Backward design*



*Nota: Esta imagen muestra las etapas del método para diseño curricular Backward Design. Adaptado de "Understanding by Design" por McTighe y Wiggins, 2005, p. 17-18. Copyright © 2005 by the Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).*

El proceso de diseño de UBD se divide en tres etapas:

### ***Etapa 1. Identificación de los resultados esperados***

En esta etapa se evidencian las siguientes partes:

- Establecer metas
- Construir entendimientos
- Escriba preguntas esenciales
- Determinar: Los estudiantes sabrán
- Determinar: Los estudiantes podrán

El docente puede comenzar esta etapa haciendo algunas preguntas esenciales, para ello se puede partir de las siguientes inquietudes: ¿Qué metas relevantes (como los Estándares Básicos de Calidad, los objetivos y los resultados del aprendizaje) son los que se desarrollarán con esta propuesta? Darle respuesta a esta pregunta implica elaborar un análisis conceptual de los propósitos de aprendizaje, que para este caso son los desempeños de aprendizaje. Los desempeños de aprendizaje son los propósitos que los docentes buscan que sus estudiantes adquieran para realizar diversas acciones a través de la transferencia de conocimientos y saberes. Estos desempeños deben referirse a comprensiones que se presentan en seis facetas.

En esta primera etapa se desarrollan las “Grandes ideas o retos centrales” que se originan por brainstorm o lluvia de ideas y que parten de los intereses de los estudiantes y del

docente; buscando generar temas motivadores para los estudiantes y concluye con una unidad didáctica enmarcada en comprensiones permanentes.

Las preguntas esenciales son la base de la unidad UbD, por lo que es importante saber cuáles son las preguntas esenciales. Una forma sencilla de hacerlo es establecer preguntas abiertas, estimulantes y atractivas; que inciten a un pensamiento superior que apunte hacia ideas y metas transferibles. Estas preguntas no son simples; necesitan apoyo y justificación, y con frecuencia requieren que el estudiante haga otras preguntas antes de obtener una respuesta. Lo más importante es que una pregunta esencial se repite con el tiempo y sin esta no se puede avanzar en su diseño e implementación.

### ***Etapa 2. Determinar la evidencia aceptable.***

En esta etapa se evidencian las siguientes partes:

- Tareas de desempeño
- Otras evidencias

Aquí se debe pensar en cómo se ve lo que se lleva a cabo la etapa uno; qué harán los estudiantes para comprender el concepto y de qué forma lo harán. Los ejemplos pueden ser tareas de desempeño, en las que los estudiantes demuestren su comprensión, o evidencia como pruebas y cuestionarios, tareas, indicaciones y reflexiones. Se crearán aquí actividades de reflexión, cuestionarios, etc. en donde los alumnos demuestren que han comprendido de forma adecuada el contenido.

En esta etapa, el docente adquiere el rol de evaluador tanto en aspectos cualitativos como cuantitativos. Cualitativo se refiere al uso de la evaluación formativa, así como su retroalimentación en el proceso de aprendizaje para identificar los resultados en este y sus posibles mejoras. Desde un punto de vista cuantitativo, la evaluación del docente al final de la unidad didáctica debe concluir con una descripción de la calidad del aprendizaje, que



generalmente se proporciona utilizando categorías individuales u ordinales (por ejemplo, AD = Logro Destacado, L = Logro, B = En desarrollo, C = En inicio).

Las seis dimensiones de la comprensión deben tenerse en cuenta para predecir la evidencia del aprendizaje, ya que siempre se relacionan con la realización de algún tipo de comprensión. En tal sentido, la labor docente también se relaciona con la elaboración de instrumentos válidos, confiables y adecuados; del mismo modo, son las rúbricas las más utilizadas en cuanto a las evidencias del aprendizaje.

Esta etapa concluye con una unidad didáctica (o de aprendizaje) basada en evidencia sólida y útil de los resultados esperados.

### ***Etapa 3. Crear los planes de aprendizaje.***

Para esta etapa se plantean los siguientes pasos:

- Plan de aprendizaje
- Actividades de aprendizaje

Esta etapa hace alusión a las actividades de enseñanza y aprendizaje destinadas a la práctica y responde a las siguientes preguntas: ¿Qué actividades de aprendizaje y enseñanza promueven la comprensión, el conocimiento, las habilidades, el interés y la excelencia de los estudiantes? Esta pregunta se relaciona en primer lugar con el diseño para el aprendizaje y en segundo lugar con la enseñanza para la comprensión. Al planificar las actividades, el docente siempre debe tener en cuenta que los estudiantes logren comprensiones profundas del tema propuesto, de lo contrario, solo se logra una comprensión superficial del mismo.

Wiggins y McTighe (2005) sugieren que las estrategias planificadas deben basarse en procesos de investigación basados en la resolución crítica y creativa de problemas. Por otro lado, las actividades que se realizarán en esta etapa están relacionadas con procesos

interesantes y efectivos, por lo que estos autores proponen una estrategia cuya abreviatura en inglés es WHERETO (A dónde), la cual se describe en la Tabla 1.

**Tabla 1**

W	(Where is it going?) ¿A dónde va la unidad y qué se espera?
H	(Hook the students) Enganchar a los estudiantes y mantener su interés
E	(Explore and Equip) Equipar a los estudiantes, ayudar a experimentar las ideas clave y explorar el problema.
R	(Rethink and Revise) Brindar oportunidades para repensar y revisar los entendimientos y trabajo.
E	(Exhibit and Evaluate) Permitir que los estudiantes evalúen su trabajo y sus implicaciones.
T	(Tailor to student needs, interests and learning styles) Adaptar la unidad a las diferentes necesidades, intereses y habilidades de los estudiantes.
O	(Organize for maximum) Organizar para maximizar el compromiso, así como el aprendizaje efectivo.

Para convertir la teoría en algo práctico, Wiggins y McTighe (2005) sugieren una plantilla mediante la cual se pueden ejecutar estas tres etapas, la cual se muestra en la Figura 11.

**Figura 11.***Plantilla para el diseño de unidades didácticas UbD*

<b>Etapa 1 Resultados Deseados</b>		
<p><b>Metas Establecidas</b></p> <p>¿Qué estándares de contenido y metas relacionadas con el programa o misión abarcará esta unidad?</p> <p>¿Qué hábitos de la mente y metas interdisciplinarias – por ejemplo, habilidades del siglo 21, competencias básicas—abarcará esta unidad?</p>	<b>Transferencia</b>	
	<p><i>Los estudiantes podrán usar su aprendizaje de manera independiente para...</i></p> <p>¿Qué tipo de logros a largo plazo se desean?</p>	
	<b>Significado</b>	
	<p><b>ENTENDIMIENTOS</b></p> <p><i>Los estudiantes entenderán que...</i></p> <p>¿Qué es lo que quieres que los estudiantes entiendan de manera específica?</p> <p>¿Qué tipo de inferencias deben de hacer?</p> <p>.</p>	<p><b>PREGUNTAS ESENCIALES</b></p> <p><i>Los estudiantes seguirán considerando...</i></p> <p>¿Qué tipo de preguntas provocadoras fomentarán la investigación, significado y transferencia?</p>
	<b>Adquisición</b>	
	<p><i>Los estudiantes sabrán/conocerán...</i></p> <p>¿Qué hechos y conceptos básicos deberán saber los estudiantes?</p>	<p><i>Los estudiantes tendrán la habilidad para...</i></p> <p>¿Qué habilidades y procesos deberán de usar los estudiantes?</p>
<b>Etapa 2 - Evidencia</b>		
<b>Criterios de Evaluación</b>		<b>Evidencia para evaluación</b>
<b>Código**</b>	<b>Criterios de Evaluación</b>	
¿Todos los resultados deseados han sido evaluados apropiadamente?	¿Qué criterios serán usados en cada evaluación para evaluar el logro de los	<p><b>EJERCICIO(S) DE DESEMPEÑO:</b></p> <p><i>Los estudiantes mostrarán que han entendido realmente por la evidencia de...</i></p> <p>¿Cómo demostrarán los estudiantes sus entendimientos (significado y transferencia) a través de desempeños complejos?</p>
		<p><b>OTRA EVIDENCIA:</b></p> <p><i>Los estudiantes mostrarán que han alcanzado las metas de la etapa 1 a través de...</i></p>

	<p>resultados deseados?</p> <p>Sin importar el formato de la evaluación, ¿qué cualidades son las más importantes?</p>	<p>¿Qué otra evidencia recolectarás para determinar si las metas de la Etapa 1 se lograron?</p>
<b>Etapa 3 – Plan de aprendizaje</b>		
<b>Código</b>	Evaluación previa	
	<p>¿Qué evaluaciones previas utilizarás para checar el conocimiento previo de los estudiantes, su nivel de habilidad, y malentendidos potenciales?</p>	
¿Cuál es la meta para cada evento de aprendizaje?	<p style="text-align: center;">Eventos de Aprendizaje</p> <p><i>El éxito de los estudiantes en la transferencia, significado, y adquisición depende de...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Se abarcan los tres tipos de metas (adquisición, significado, y transferencia) en el plan de aprendizaje?</li> <li>• ¿El plan de aprendizaje refleja los principios de aprendizaje y las mejores prácticas?</li> <li>• ¿Existe una alineación estrecha con las Etapas 1 y 2?</li> <li>• ¿Es posible que el plan sea motivador y efectivo para todos los estudiantes?</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Monitoreo de Progreso</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo vas a monitorear el progreso de los estudiantes hacia la adquisición, significado, y transferencia, durante los eventos de la lección?</li> <li>• ¿Cuáles son los posibles momentos difíciles y malentendidos de los estudiantes?</li> <li>• ¿Cómo recibirán los estudiantes la retroalimentación que necesitan?</li> </ul>

*Nota: esta figura muestra la planilla donde se pueden desarrollar las 3 etapas de UbD. En cada una de las celdas*

*se plantea una guía de trabajo que permita realizar el ejercicio de planeación. Formato traducido por Mtra. Mónica*

*Monroy Kuhn de: Wiggins, G., & McTighe, J. (2011). The Understanding by Design Guide to Creating High-Quality Units.*

*Alexandria, Virginia USA: ASCD. \*\*Códigos: A=Adquisición, PE= Pregunta Esencial, C=Conocimiento, S=Significado, H=Habilidad, EST=Estándar, T=Transferencia, E=Entendimiento.*

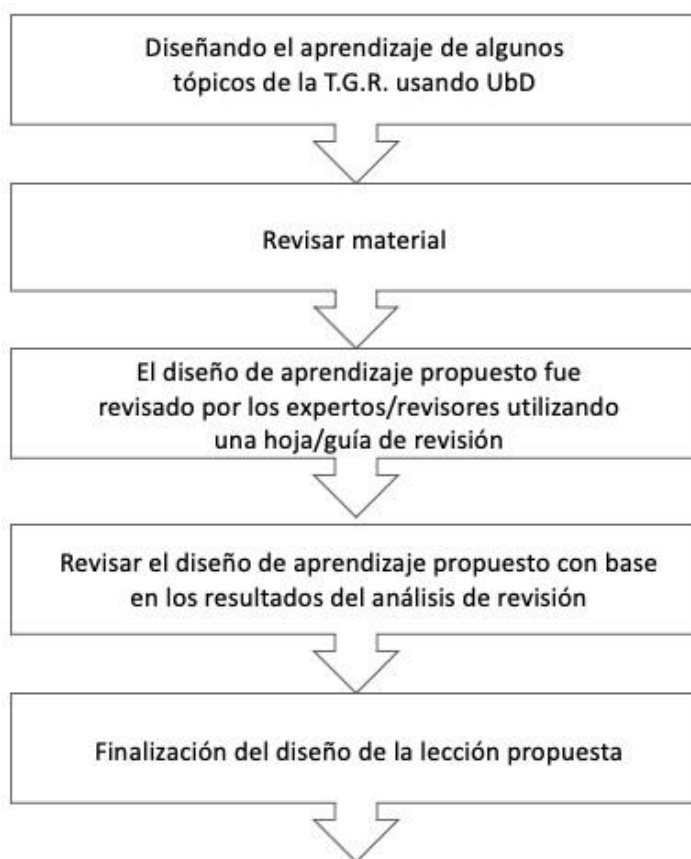
El uso de esta plantilla implica más trabajo de planificación para el docente; pero, por otro lado, los resultados obtenidos son más satisfactorios.

## Capítulo IV

### Propuesta de Unidad Didáctica

Esta propuesta didáctica busca establecer un conjunto de actividades que le permita al docente realizar un acercamiento a la T.G.R. a través del principio de equivalencia. El docente que dirija u oriente este conjunto de actividades debe tener un entendimiento y manejo adecuado tanto del formalismo conceptual y matemático del fenómeno gravitatorio, ya que no solo le permitirá hablar con propiedad en cada uno de los espacios dispuestos para ello, sino que logrará guiar de manera clara y pertinente las preguntas que surjan durante el desarrollo de estas. Para el trabajo de UbD es importante la apropiación del conocimiento por parte del docente, porque esto le permitirá establecer los objetivos a alcanzar por sus estudiantes, las actividades que darán cuenta de la transferencia de contenido y la manera como usará la evaluación como herramienta de retroalimentación del proceso de ellos y de si mismo. Todo esto con el fin de lograr en sus estudiantes mejores construcciones de modelos físicos que den cuenta de aspectos relacionados con el desarrollo de la ciencia en la actualidad y que permitan comprender, a través del pensamiento crítico, su cotidianidad.

Para esta propuesta se debe establecer una ruta de trabajo, la cual está dada por la Figura 12.

**Figura 12.***Ruta de trabajo de UbD*

*Nota: la figura muestra la secuencia del diseño de una unidad didáctica o de clases a través de la implementación de UbD. Imagen de propia autoría.*

Para el desarrollo de esta propuesta es indispensable el diligenciamiento de la plantilla, lo que implica más trabajo de planificación para el docente; pero, por otro lado, los resultados obtenidos son más satisfactorios. También es primordial definir a que grupo poblacional está dirigida esta planeación; en este caso serán las estudiantes de grado 11 del colegio “Gimnasio Los Portales”, ya que es la institución en la cual laboro y se podría aplicar con mayor facilidad. En esta medida, la plantilla propuesta por McTighe y Wiggins sería la siguiente:

<b>Etapa 1 Resultados Deseados</b>		
<b>Metas Establecidas</b>	<b>Transferencia</b>	
<p>Desarrollar destrezas mediante la interiorización razonada de los conceptos físicos relacionados con el fenómeno gravitatorio, llevando al estudiante al razonamiento lógico, crítico y complejo ante la presencia de un fenómeno natural, explicando a partir de argumentos válidos y utilizando sus propias palabras el porqué de estos fenómenos.</p> <p>Se propenderá por el desarrollo del pensamiento crítico y la alfabetización digital.</p>	<p><i>Los estudiantes podrán usar su aprendizaje de manera independiente para...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Explicar que la aceleración y la gravedad son dos fenómenos equivalentes.</li> <li>2. Explicar como el principio de equivalencia conduce al principio de la relatividad general.</li> <li>3. Explicar cómo se puede interpretar la gravedad como un fenómeno geométrico.</li> <li>4. Analizar información (artículos, videos, documentos, noticias, entre otros) que esté relacionada con fenómenos gravitatorios explicados desde la T.G.R.</li> </ol>	
	<b>Significado</b>	
	<p><b>ENTENDIMIENTOS</b> <i>Los estudiantes entenderán que...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. El fenómeno gravitatorio se puede describir a través de la Geometría.</li> <li>2. Se deben hablar de sistemas locales.</li> <li>3. No se puede distinguir entre un campo gravitatorio y una aceleración constante o entre caída libre y ausencia de un campo gravitatorio</li> <li>4. Las leyes de la Física son invariantes.</li> </ol>	<p><b>PREGUNTAS ESENCIALES</b> <i>Los estudiantes seguirán considerando...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Qué conoce acerca de la gravedad?</li> <li>2. ¿Qué es el principio de equivalencia?</li> <li>3. ¿En qué consiste la Teoría de la Relatividad General?</li> <li>4. ¿Qué significa invarianza?</li> </ol>
	<b>Adquisición</b>	
<p><i>Los estudiantes sabrán/conocerán...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La relatividad general como una nueva teoría de la gravedad.</li> <li>2. La relatividad especial de Einstein está en conflicto con la teoría de la gravedad de Newton</li> <li>3. La gravedad en su forma fundamental debe ser analizada como un fenómeno geométrico.</li> </ol>	<p><i>Los estudiantes tendrán la habilidad para...</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Argumentar, el grado de validez, que tiene cierta información.</li> <li>2. Utilizar las descripciones dadas desde la Teoría General de la Relatividad para analizar información de diversas fuentes.</li> </ol>	
<b>Etapa 2 - Evidencia</b>		
<b>Criterios de Evaluación</b>	<b>Evidencia para evaluación</b>	



<b>Código**</b>	<b>Criterios de Evaluación</b>	
	<p>Los criterios para evaluar serán:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. argumentación</li> <li>2. uso adecuado de terminología</li> <li>3. capacidad de síntesis</li> <li>4. desarrollo de esquemas</li> </ol> <p>Cualidades:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. pensamiento crítico</li> <li>2. capacidad de escucha</li> <li>3. trabajo colaborativo</li> <li>4. espíritu investigativo</li> <li>5. liderazgo</li> </ol>	<p><b>TAREA(S) DE DESEMPEÑO:</b>  <i>Los estudiantes mostrarán que han entendido realmente por la evidencia de...</i></p> <p>Las estudiantes analizarán un artículo y/o noticia relacionada con el fenómeno gravitatorio y determinará la validez de este.</p> <hr/> <p><b>OTRA EVIDENCIA:</b>  <i>Los estudiantes mostrarán que han alcanzado las metas de la etapa 1 a través de...</i></p> <p>Las estudiantes realizarán las guías dispuestas para cada sesión.</p> <p>Las estudiantes generarán un documento que dé cuenta de las discusiones dadas por pares y en la socialización de cada actividad.</p> <p>Cada estudiante realizará preguntas relacionadas con los temas vistos y sus compañeras darán respuesta a ellas.</p>
<b>Etapa 3 – Plan de aprendizaje</b>		
<b>Código</b>	Evaluación previa	
	<p>En cada una de las guías aparecen preguntas relacionadas con los saberes previos de las estudiantes, de acuerdo con el tema que se vaya a desarrollar en cada una de ellas.</p>	

¿Cuál es la meta para cada evento de aprendizaje?	Eventos de Aprendizaje	Monitoreo de Progreso
<p>1. Explicar que la aceleración y la gravedad son dos fenómenos equivalentes.</p> <p>2. Explicar cómo el principio de equivalencia conduce al principio general de relatividad.</p> <p>3. Explicar cómo la gravedad puede interpretarse como un fenómeno geométrico.</p> <p>4. Argumentar la veracidad o falsedad de una noticia y/o artículo relacionado con el fenómeno gravitatorio.</p>	<p><i>El éxito de los estudiantes en la transferencia, significado, y adquisición depende de...</i></p> <p>1. En la guía 1 PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA, las estudiantes se acercarán de manera gradual al concepto que no se puede distinguir entre un campo gravitatorio y una aceleración constante o entre la caída libre y la ausencia de campo gravitatorio.</p> <p>2. En la guía 2 FENÓMENOS RELATIVISTAS, las estudiantes realizarán discusiones y acercamientos que den paso a explicaciones relacionadas con corrimiento al rojo.</p> <p>3. En la guía 3 ESPACIOTIEMPO CURVADO las estudiantes se acercarán, por medio de videos y explicaciones, al tratamiento geométrico del fenómeno gravitatorio, introduciendo el concepto de geodésica.</p> <p>4. Las estudiantes revisarán el siguiente video <a href="https://www.youtube.com/watch?v=x8-48iO9J3k&amp;t=9s">https://www.youtube.com/watch?v=x8-48iO9J3k&amp;t=9s</a> y establecerán, con los temas trabajados a lo largo de las sesiones previas, la credibilidad de los argumentos utilizados en las explicaciones de Oliver Ibáñez. Su producto será una presentación donde muestren los resultados de sus disertaciones.</p>	<p>Monitoreo de Progreso</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Después del desarrollo de cada guía, se revisarán los escritos de cada una de ellas y se realizará retroalimentación en forma de audio, el cual llegará a sus respectivos correos. Indicando las fortalezas y dificultades evidenciadas en el proceso.</li> <li>• Se generarán espacios de asesoría para que las estudiantes puedan aclarar dudas y/o dar material extra para revisión.</li> </ul>

Ahora bien, ya pensada la estructura de la unidad didáctica, se pueden plantear las actividades propias de cada sesión. Es necesario tener en cuenta que cada actividad corresponda al objetivo planteado y que permita realizar procesos evaluativos que den cuenta

del nivel de transferencia y apropiación de los conceptos dados. Estas actividades están en la sección de anexos.

## Consideraciones y Conclusiones

En este siglo la Física se ha revolucionado a través de la comprobación de teorías que ya tienen más de 100 años, y los medios de comunicación se encargan de difundir esos avances. Los estudiantes muestran entusiasmo por estos temas que suelen ser abordados por el cine o la literatura de ciencia ficción. En ocasiones, dicho material tiene un respaldo científico de alto nivel (como ejemplo la película “Interstellar”), en y en otra se enfatiza más la ficción que la ciencia, dado que se trata de producciones orientadas al entretenimiento y no a la enseñanza. Para la persona que esté interesada, las posibilidades de acceder a esa información son ilimitadas y sus formatos son muy variados: entrevistas a especialistas, videos informativos cortos, documentales; todos ellos con tecnicismos y lenguaje que requieren conocimientos científicos. Sin embargo, en las clases de Física de los colegios escasamente se nombra acerca de ello, y algunos profesores no están formados en estos temas. Por otro lado, existe muy poco material didáctico que aborde temas de Física contemporánea. Sin la voluntad del docente, el entusiasmo de los estudiantes y los materiales de divulgación, escogidos aleatoriamente, es poco probable que se logre la comprensión de determinados conceptos. Por ello, para el docente de Física es importante identificar los desafíos que están relacionados con la enseñanza de los conceptos de gravedad y movimiento a través de geodésicas, ya que a partir de ellos se puede dar cuenta de los procesos de aprendizaje en los estudiantes de últimos grados de educación secundaria y; a su vez, permitir mejorar en la enseñanza de la T.G.R.

La T.G.R. es un área del conocimiento muy importante de la Física moderna ya que, su reconstrucción en el aula de clase les permite a los docentes dar un paso más en la enseñanza de esta a partir del desarrollo de comprensiones contemporáneas del Universo. Para ello se puede implementar una propuesta que esté basada en uno de los objetivos de la

calidad educativa; así mismo, permita formar ciudadanos que realicen contribuciones a su vida cotidiana a partir del entendimiento de los desarrollos científicos y tecnológicos y que logre favorecer el pensamiento crítico.

El enfoque que se puede extraer del razonamiento cualitativo de la T.G.R. les permite a los estudiantes acercarse a la forma de pensar de un físico, que va más allá de la capacidad de hacer cálculos y de comunicar aspectos centrales de forma cualitativa, sin matemáticas.

El tratamiento matemático del fenómeno gravitatorio ha ilustrado algunos desarrollos teóricos propios de la teoría de la relatividad, donde se ha hecho uso de la notación moderna basada en el cálculo tensorial y es el punto de partida de algunos estudios teóricos y experimentales para los primeros cursos de la carrera en Física. Para las actividades planteadas en este trabajo, dicha matemática no es utilizada debido al grupo poblacional al cual va dirigido, pero se espera que este sea de mayor alcance y provea al docente de bases sólidas frente al entendimiento de algunos aspectos relacionados con la T.G.R.

UbD puede ser considerada como una herramienta de la enseñanza de la Física ya que ayuda a los estudiantes a comprender los principios físicos que están inmersos en un área específica y, a los profesores que lo utilizan, les permite facilitar una comprensión más profunda y un pensamiento crítico por parte de sus estudiantes. UbD se usa como un diseño alternativo de propuestas de clase (y en este caso sobre la T.G.R.) ya que es muy útil para conectar los objetivos, los pasos y las evaluaciones de aprendizaje para que los estudiantes puedan lograr dichos objetivos. De igual manera, les deja a los docentes el anticipar/superar los conceptos erróneos de los estudiantes y su desinterés por la Física, haciéndola más contextualizada en la sociedad y el entorno, útil, actualizada y participativa.

UbD como método de planificación posee varias ventajas: la primera de ellas es la relación entre los objetivos, los pasos y la evaluación del aprendizaje hacen que cada actividad sea más efectiva para los estudiantes; la segunda es que el modelo de evaluación se vuelve diverso y genera espacios para que los estudiantes piensen críticamente de modo tal que deban usar su lógica para ello y las preguntas se apartan de la idea de memorización de conceptos.

En este trabajo se ha presentado el proceso de investigación que permitió desarrollar una secuencia didáctica, con un conjunto de guías de trabajo para estudiantes de secundaria, que incluye videos y textos con calidad para el trabajo en el aula, cuyo objetivo es abordar el tópico del fenómeno gravitatorio desde un marco teórico que une la naturaleza de las Ciencias y UbD.

Por todo lo anterior, esta propuesta permitirá abordar de una manera distinta la T.G.R. (a partir del estudio del principio de equivalencia) y les dará a los docentes las herramientas necesarias para ello. Hubiese sido enriquecedor su implementación, pero no hacía parte de los objetivos del trabajo y queda abierta para aquellas personas que deseen utilizarla como insumo de sus proyectos educativos.

## Referentes Bibliográficos

- Arriassecq, I., Cayul, E., & Greca, I. M. (2017). *Enseñanza de la teoría general de la relatividad en la escuela secundaria: por qué, qué y cómo*. *Revista De Enseñanza De La Física*, 29(2), 33–44. Recuperado a partir de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/18802>
- Bandyopadhyay, A., & Kumar, A. (2010b). *Probing students' ideas of the principle of equivalence*. *European Journal of Physics*, 32(1), 139–159. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/32/1/013>
- Bandyopadhyay, A., & Kumar, A. (2010). *Probing students' understanding of some conceptual themes in general relativity*. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 6(2). <https://doi.org/10.1103/physrevstper.6.020104>
- Berenguer, R. A. A., & Selles, J. P. (2001). *Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato*. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 335-343.
- Bonder, Y., & Okon, E. (2018). *Los principios de la relatividad: una introducción pedagógica*. *Revista mexicana de física E*, 64(1), 87-91.
- Cardona, G., Reyes, J., & Ortiz, E. (2014). *El Principio de Equivalencia: Una propuesta didáctica a partir del juguete de Einstein*. *Latin-American Journal of Physics Education*, 8(4), 4509–1-4509–5. [http://www.lajpe.org/dec14/4509\\_Cardona.pdf](http://www.lajpe.org/dec14/4509_Cardona.pdf)
- Chacón Velasco, N. J. (2012). *El principio de Mach en la Relatividad General y en la Mecánica Relacional*. *Cuestiones De Filosofía*, 9, 87–96. <https://doi.org/10.19053/01235095.628>

- Christensen, N., & Moore, T. (2012). *Teaching general relativity to undergraduates*. *Physics Today*, 65(6), 41–47. <https://doi.org/10.1063/pt.3.1605>
- Cohen, B. (1981, May). *El Descubrimiento Newtoniano de la Gravitación*. *Investigación y Ciencia* (56). Recuperado enero 5, 2023, de <https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/cubologamgica-99/el-descubrimiento-newtoniano-de-la-gravitacin-7186>
- Dua, Y. S., Blair, D. G., Kaur, T., & Choudhary, R. K. (2020). *Can Einstein's Theory of General Relativity be Taught to Indonesian High School Students?* *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, 9(1), 50-58.
- Hartle, J. B. (2021). *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Cambridge University Press.
- Lubrica, J. V. (2016). *A technique of teaching the Principle of Equivalence at ground level*. *Physics Education*, 51(3), 033003. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/51/3/03>
- McDaniel, R. (2017, June 10). *Understanding by Design*. Vanderbilt University. <https://cft.vanderbilt.edu/guides-sub-pages/understanding-by-design/>
- Menéndez, V. (2018). *La historia de la ciencia como herramienta didáctica: la enseñanza de la gravedad*. *Revista De Enseñanza De La Física*, 30(1), 255–261. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6681163>
- Ortiz, E. R. (2013). *El juguete de Einstein: una experiencia que permite evidenciar el principio de equivalencia en el aula*. Recuperado de: <http://hdl.handle.net/20.500.12209/13007>.
- Pendrill, A. M., Ekström, P., Hansson, L., Mars, P., Ouattara, L., & Ryan, U. (2014). *The equivalence principle comes to school—falling objects and*



*other middle school investigations*. *Physics Education*, 49(4), 425–430. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/49/4/425>

- Peña, D. L. la. (1991). *Albert Einstein: Navegante Solitario (La Ciencia Para Todos)*. Fondo de Cultura Económica USA.
- Pérez, H., & Solbes, J. (2007). *Una propuesta sobre enseñanza de la relatividad en el bachillerato como motivación para el aprendizaje de la física*. *Enseñanza De Las Ciencias. Revista De Investigación y Experiencias Didácticas*, 24(2), 269–283. <https://doi.org/10.5565/REV/ENSCIENCIAS.3805>
- Pinochet, J. (2014). La curvatura de los rayos de luz en las cercanías de cuerpos masivos: Una exposición para alumnos de cursos introductorios de física. *Latin-American Journal of Physics Education*, 8(4), 4503–1-4503–4506. [http://www.lajpe.org/index\\_dec14.html](http://www.lajpe.org/index_dec14.html)
- Sánchez Ron, J. M. (1983). *El origen y desarrollo de la relatividad* (No. 04.20. q SAN).
- Selva, V. F. S., & Sánchez, M. F. A. (2006). *La relatividad en el bachillerato: una propuesta de unidad didáctica*. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 24(3), 438-454.
- Setyanto, J. R., Sudjito, D. N., & Rondonuwu, F. S. (2018). *The use of understanding by design in designing the physics lesson plan about Newton's second law*. *Journal of Science and Science Education*, 2(2), 69-80.
- Wiggins, G. P., Wiggins, G. P., & McTighe, J. (2005). *Understanding by Design*. Association for Supervision and Curriculum Development.
- Zee, A. (1989). *An old man's toy: Gravity at work and play in Einstein's universe* (1st ed.). Macmillan.

**ANEXOS**

**GIMNASIO LOS PORTALES  
CIENCIAS EXACTAS - FÍSICA  
PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA. GUÍA # 1  
III Bimestre  
2022 - 2023**

**Profesora: Sandra Milena Leiva Buitrago**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 11° \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

Esta guía tiene una duración de 1 sesión de clase (48 minutos). Debe leer la guía en su totalidad antes de desarrollarla ya que se debe abordar en algunas secciones de manera individual y en otras de manera grupal (por parejas).

La relatividad general es una teoría matemática de la gravedad, el tiempo y el espacio.

Después de publicar su teoría de la relatividad especial, pasaron diez años más antes de que Einstein pudiera presentar la relatividad general en 1915. La relatividad general es una teoría matemática de la gravedad, el tiempo y el espacio. La teoría generaliza tanto la física clásica de Newton como la teoría especial de la relatividad. En esta parte, se verá cómo Einstein se dio cuenta de que la gravedad y la aceleración son dos visiones del mismo evento..

1. Conteste la siguiente pregunta: ¿qué sabe acerca de la gravedad?



---

---

---

2. Observe el siguiente video

 Einstein 100 - Theory of General Relativity <https://www.youtube.com/watch?v=6XSAVqm0XBI&feature=youtu.be>

¿Por qué una nueva teoría?

Tanto la teoría de la gravedad de Newton como la teoría de la relatividad especial de Einstein describen bastante bien el mundo, pero aun así, no se pueden combinar. ¿Por qué?

Según Newton, la gravedad actúa sobre grandes distancias con una velocidad infinita. La relatividad especial está en conflicto con este modelo; después de todo, pone un límite de velocidad a todos los efectos físicos posibles, en particular, a la gravedad.

La relatividad especial describe la relación entre el tiempo y el espacio. Se basa en dos postulados:

- Las leyes de la física toman la misma forma en todos los marcos inerciales.
- La velocidad de la luz en el vacío tiene el mismo valor en todos los marcos inerciales

Ahora se hablará un poco más sobre el principio de equivalencia, que es un principio fundamental para la relatividad general. El principio de equivalencia se refiere a menudo como el pensamiento más feliz de Einstein.

Ahora se va a ver un experimento simple que podría ayudar a comprender mejor el principio. Se tiene una botella llena de agua, en el fondo se ha hecho un pequeño agujero para que cuando se abra la botella y se quite el dedo que tapa el agujero, empiece a salir agua.

3. Contesten, por parejas, la siguiente pregunta: ¿Qué pasará con el chorro de agua cuando se suelte la botella y caiga al suelo?

---

---

---

El principio de equivalencia establece que, localmente, no es posible distinguir un campo gravitatorio y un sistema acelerado; es decir, el peso y la aceleración son dos caras de la misma moneda.

Para ver la gravedad y la aceleración como equivalentes, el campo gravitatorio debe ser homogéneo. El campo gravitatorio alrededor de la Tierra, por ejemplo, no es homogéneo (se vuelve más fuerte cuanto más un objeto se acerca a la superficie de la Tierra), pero en un área pequeña en la superficie de la Tierra, el campo gravitatorio será aproximadamente homogéneo. Por lo tanto, es importante incluir la palabra localmente al formular el principio de equivalencia.

El experimento con la botella de agua y el experimento mental de Einstein muestran que una persona no puede distinguir entre la ingravidez en caída libre en un campo gravitacional y la ingravidez sin aceleración lejos de las fuentes gravitatorias. Las dos condiciones físicas deben ser las mismas.

Por ejemplo, no podrá determinar si no tiene peso porque está en una nave espacial en caída libre en el campo gravitatorio de la Tierra o porque flota en la nave espacial muy lejos en el espacio exterior sin ninguna influencia de la gravedad.

La aceleración y el peso son dos fenómenos equivalentes. Si se está en una nave espacial muy lejos en el espacio exterior y la nave espacial acelera a  $9,81 \text{ m/s}^2$ , se experimenta un tirón hacia el fondo de la nave espacial. Si se suelta una pelota, también caerá al suelo. ¿Se puede estar seguro de que se está moviendo? ¿O la nave espacial, por casualidad, simplemente descansa firmemente en la Tierra?



4. Contesten las siguientes preguntas:

- ¿Por qué Einstein quería encontrar una nueva teoría de la gravedad?
- Formule el principio de equivalencia con sus propias palabras.
- ¿Cuál es la relación entre la botella de agua que cae y el principio de equivalencia?
- Imagine que está en una pequeña habitación sin ventanas. ¿Será capaz de detectar si la habitación está dentro de un cohete acelerando en el espacio exterior o si simplemente está descansando en la Tierra?

---

---

---

---

---

#### Links de interés

<http://labs.minutelabs.io/Relativistic-Space-Sheep/>

<https://www.youtube.com/watch?v=VS46DZe5usY>

<https://www.youtube.com/watch?v=LWGJA9i18Co>

<https://www.youtube.com/watch?v=IXG-yoUsVS8>

**GIMNASIO LOS PORTALES**  
**CIENCIAS EXACTAS - FÍSICA**  
**FENÓMENOS RELATIVISTAS. GUÍA # 2**  
**III Bimestre**  
**2022 - 2023**

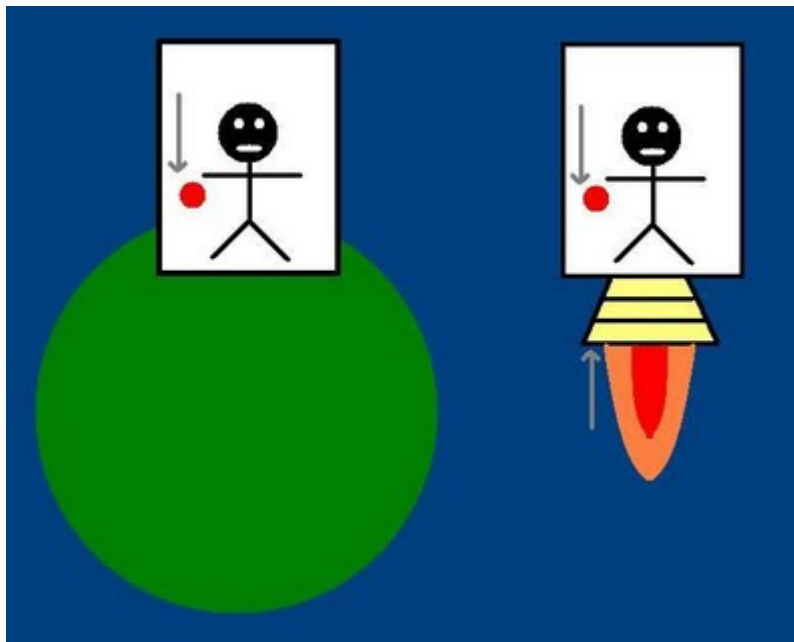
**Profesora: Sandra Milena Leiva Buitrago**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 11° \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

Esta guía tiene una duración de 1 sesión de clase (48 minutos). Debe leer la guía en su totalidad antes de desarrollarla ya que se debe abordar en algunas secciones de manera individual y en otras de manera grupal (por parejas).

### LA FÍSICA AL REVÉS

Einstein tomó el principio de equivalencia como punto de partida y dio la vuelta a la física newtoniana: afirmó que un marco de referencia inmóvil en la Tierra tiene una aceleración hacia arriba de  $9,81 \text{ m/s}^2$ .



1. Use su conocimiento en física para discutir las dos afirmaciones que aparecen a continuación y escriba un breve resumen de lo que ha discutido. ¿Qué perspectiva prefiere?



## LA GRAVEDAD DESDE DOS PUNTOS DE VISTA

---

---

---

---

### MARCOS DE REFERENCIA ACCELERADOS

Según la relatividad especial, un marco inercial se define como un marco de referencia no acelerado. Debido al principio de equivalencia, la gravedad puede verse como una aceleración. Solo cuando se está en caída libre no se experimenta gravedad/aceleración. Por lo tanto, Einstein propuso una nueva definición de marcos inerciales. Desde la relatividad general, un marco inercial es un marco de referencia en caída libre.

### EL PRINCIPIO GENERAL DE LA RELATIVIDAD

El principio de la relatividad especial consiste en que las leyes de la Física toman la misma forma en todos los marcos inerciales. Usando el principio de equivalencia, Einstein pudo eliminar la distinción entre marcos inerciales y marcos acelerados y extendió el principio de la relatividad para que sea válido para todos los marcos de referencia. De esta manera, introdujo el principio general de la relatividad.



2. Contesten, por parejas, las siguientes preguntas: Según la Física clásica, ¿están en un marco inercial en este momento? De acuerdo con la relatividad general, ¿están en un marco inercial en este momento?

---

---

---

---

### EFECTO DOPPLER

3. Complete las siguientes oraciones

a) Si observa la luz de una fuente que se aleja de usted, la longitud de onda de la luz será

---

b) Este fenómeno se llama

---

c) Si la fuente de luz se acerca a usted, la luz se ve \_\_\_\_\_ porque la longitud de onda \_\_\_\_\_

---

### CORRIMIENTO AL ROJO

Imagine un laboratorio en un cohete acelerado, en el piso y en el techo dentro del cohete hay detectores que pueden medir la frecuencia de la luz. Imagine que la luz entra por el techo del cohete y mantiene su dirección hacia el suelo, el cohete se mueve más rápido hacia la fuente de luz porque está acelerado. Debido al efecto Doppler, habrá un corrimiento al azul en la frecuencia de la luz. De acuerdo con el principio de equivalencia, lo mismo pasa en un campo gravitacional si la luz si la luz baja por el techo en un laboratorio aquí en la Tierra. A esto se le llama corrimiento al azul. La luz que se mueve hacia abajo en un campo gravitacional, se desplaza hacia el azul y la frecuencia aumenta. En el camino hacia arriba, la frecuencia disminuye y la luz se desplaza hacia el rojo. Este fenómeno se llama corrimiento de frecuencia gravitacional.

Una extraña consecuencia

El corrimiento de frecuencia gravitacional tiene una extraña consecuencia con respecto al tiempo. Debido al cambio de frecuencia, un detector en la Tierra detectará una frecuencia más alta de la luz que un detector en una posición más alta, por ejemplo, en un satélite. Esto significa que hay más crestas de la onda por segundo en el suelo que en la posición del satélite. Esto es interesante, ya que el detector en la Tierra no puede recibir más ondas de luz de la misma fuente de luz que el detector en el satélite.

La solución de Einstein a esta paradoja fue revolucionaria: llegó a la conclusión de que el tiempo transcurre más lentamente en el suelo que en lo alto. A este fenómeno se le conoce como dilatación del tiempo gravitacional. Desempeña un papel importante en los sistemas GPS, donde los relojes de los satélites deben sincronizarse con precisión con los relojes en la Tierra.

4. Miren este video [https://www.youtube.com/watch?v=WYFL563P\\_CY&t=77s](https://www.youtube.com/watch?v=WYFL563P_CY&t=77s) y con base en esto respondan la siguiente pregunta: En los sistemas GPS, se debe tener en cuenta tanto la relatividad especial como la general. ¿Por qué es así?

---

---

---

5. Hay fenómenos que no pueden ser explicados por la teoría de la gravedad de Newton. ¿Cuáles son esos? Utilice el principio de equivalencia de Einstein para darles explicación, ¿Cuál es la diferencia entre el principio especial y el general de la relatividad?

---

---

---

#### Links de interés

<https://www.newyorker.com/tech/annals-of-technology/the-space-doctors-big-idea-einstein-general-relativity>

<https://vimeo.com/246801140>

**GIMNASIO LOS PORTALES  
CIENCIAS EXACTAS - FÍSICA  
ESPACIOTIEMPO CURVADO. GUÍA # 3  
III Bimestre  
2022 - 2023**

**Profesora: Sandra Milena Leiva Buitrago**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** 11° \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

Esta guía tiene una duración de 1 sesión de clase (48 minutos). Debe leer la guía en su totalidad antes de desarrollarla ya que se debe abordar en algunas secciones de manera individual y en otras de manera grupal (por parejas).

### LA GRAVEDAD NO ES UNA FUERZA

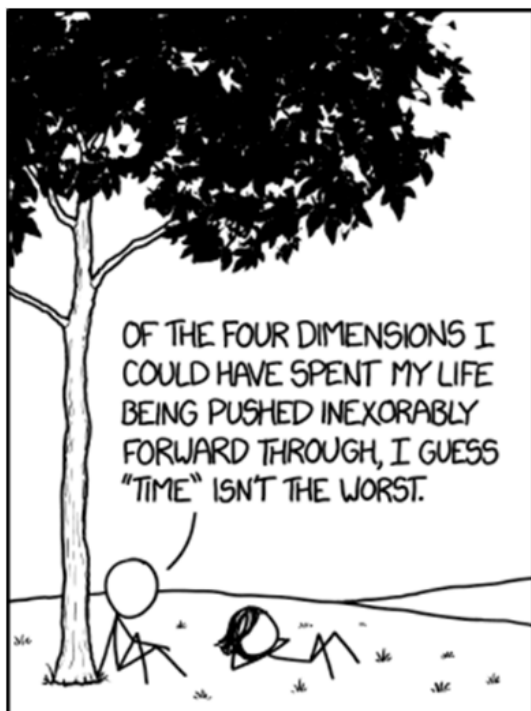
Debido al principio de equivalencia, Einstein se dio cuenta de que la gravedad no es una fuerza. Hay una forma más fundamental de describir los fenómenos gravitatorios: la gravedad es geometría y sí está descrita en la Teoría General de la Relatividad.



Cuando se planea un encuentro con alguien, se tiene que acordar la hora y el lugar para asegurarse de no extraviarse. Esto indica que vivimos en un universo de cuatro dimensiones con tres dimensiones espaciales y una temporal.

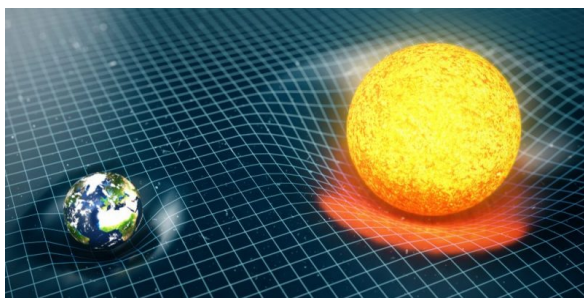
En relatividad especial, Einstein demostró que el tiempo y el espacio están interrelacionados. Con la relatividad general, se dio cuenta de que también existe una interacción dinámica entre la masa, el tiempo y el espacio. Esta relación es la clave para entender la gravedad.

Vivimos en un universo de cuatro dimensiones con tres dimensiones de espacio y una dimensión de tiempo. Este espacio de cuatro dimensiones se llama espaciotiempo.



En palabras de Einstein: "Ningún hombre puede visualizar cuatro dimensiones, excepto matemáticamente... Pienso en cuatro dimensiones, pero solo de manera abstracta. La mente humana no puede imaginar estas dimensiones más de lo que puede imaginar la electricidad. Sin embargo, no son menos reales que el electromagnetismo, la fuerza que controla nuestro universo, por dentro, y por la cual tenemos nuestro ser".

La gravedad es un fenómeno relacionado con la masa. Los objetos masivos distorsionan la geometría del espaciotiempo al curvar tanto el espacio como el tiempo. Es difícil visualizar la curvatura en cuatro dimensiones, pero se pueden usar analogías en dos y tres dimensiones.

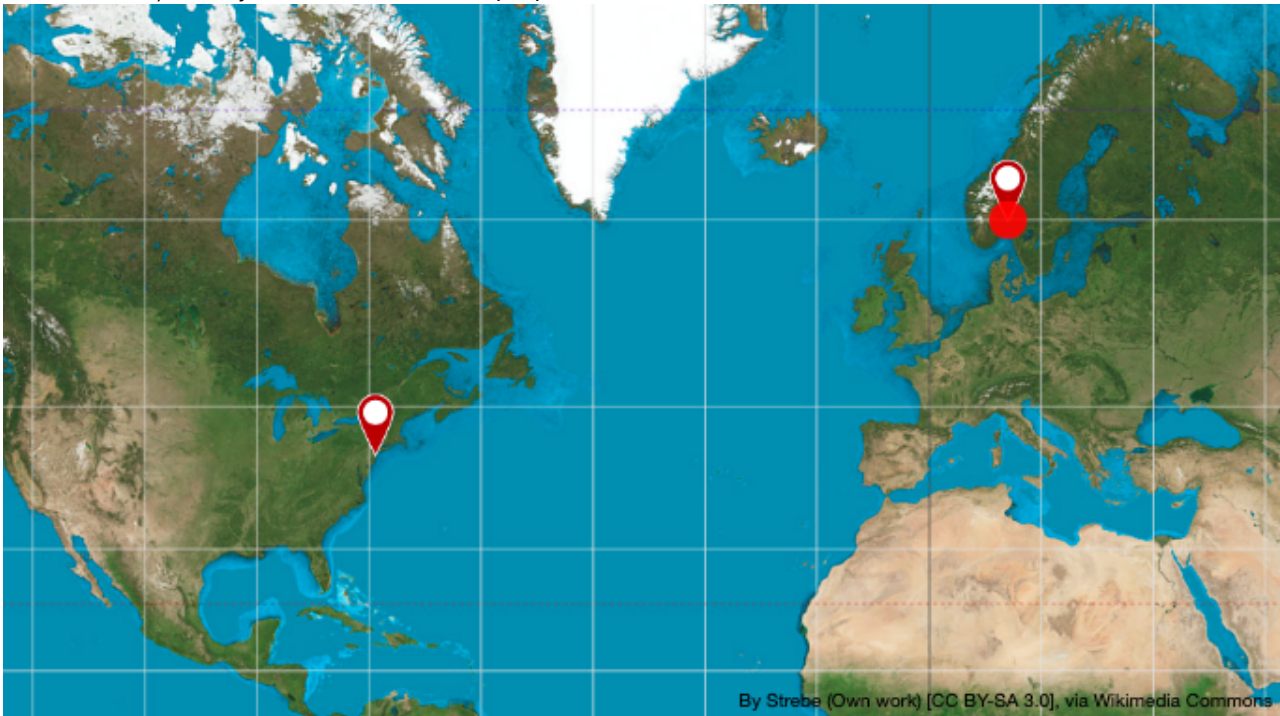


## GEOMETRÍA EN ESPACIOS CURVOS

En espacios curvos, la geometría funciona de manera diferente a lo que se trabaja habitualmente. Un ejemplo son las líneas rectas sobre una superficie curva.

1. Dibujar y discutir en parejas:

a) Dibuje el camino más corto que puede tomar un avión de Oslo a Nueva York.



b) Explíquelo a su compañero la elección del camino y comparen con la respuesta correcta. Den explicación a la forma del camino.

---

---

---

---

---

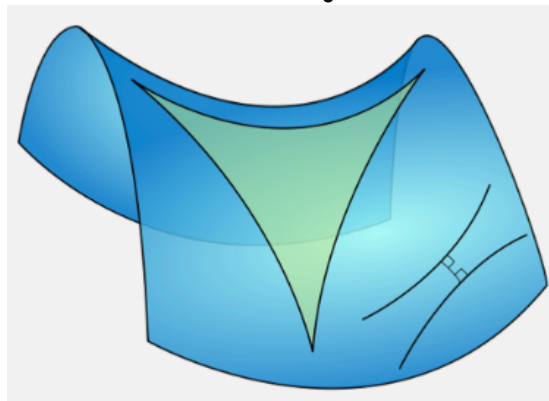
2. La Tierra es una esfera. Por lo tanto, es difícil representar la Tierra en un mapa plano. A continuación se puede ver una forma diferente de representarla. Trate de dibujar el camino más corto entre Oslo y Nueva York en este mapa.





## GEODÉSICAS

Cuando se habla de líneas rectas en espacios curvos, en realidad se habla de curvas geodésicas. Las curvas geodésicas generalizan la noción de "líneas rectas" para que el concepto tenga sentido en espacios curvos. Una curva geodésica se puede definir como una línea que es localmente recta. Las curvas geodésicas en superficies curvas no se parecen a las "líneas rectas" que conocemos de la geometría euclidiana. En un triángulo en el que los lados son curvas geodésicas, la suma de los ángulos no es necesariamente 180 grados.



## LEY DE EINSTEIN

Con la Relatividad General, Einstein presentó una visión completamente nueva de la gravedad como geometría en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones. Einstein se dio cuenta de que la geometría creaba la ilusión de que la gravedad era una fuerza. No obstante, describió el movimiento de manera similar a Newton. Solo tuvo que reformular la primera ley de Newton teniendo en cuenta la curvatura.



Lo que se experimenta como gravedad es causado por una interacción geométrica entre masa, tiempo y espacio. La masa le dice al espaciotiempo cómo curvarse y el espaciotiempo le dice a la masa cómo moverse.

2. Contesten la siguiente pregunta: ¿Cómo describe Newton el espacio y el tiempo?

---

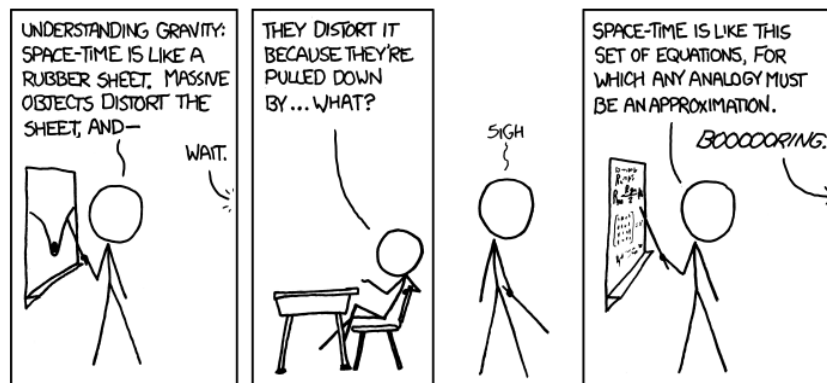


---



---

3. Usen su conocimiento en Relatividad General para discutir la siguiente caricatura. Escriban sus apreciaciones.




---



---



---

La Tierra curva tanto el espacio como el tiempo a su alrededor. La masa de la Tierra, sin embargo, no es lo suficientemente grande como para curvar el espacio considerablemente. En el Gravity Discovery Center de Perth se encuentra la “torre inclinada de Gingin”, gemela de la torre inclinada de Pisa. Aquí, la atención se centra en que la gravedad no es una fuerza sino una consecuencia del tiempo distorsionado.

## LA GRAVEDAD NO ES UNA FUERZA

En el fondo de un campo gravitatorio, el tiempo transcurre más lentamente. Un segundo dura un poco más que más arriba. Por lo tanto, el eje del tiempo se estira y se curva.

Incluso estando en reposo, los objetos se mueven constantemente a lo largo de la dimensión del tiempo. Debido a este movimiento y al tiempo distorsionado, se experimenta la gravedad. Einstein pudo explicar la gravedad sin tener que usar la noción de fuerza.

4. Discutan en parejas las siguientes preguntas: ¿Se mueven ahora mismo en el espaciotiempo? ¿Siguen una curva geodésica a través del espaciotiempo? Según Newton, ¿por qué experimentan una atracción hacia el suelo? ¿Y según Einstein? Escriban sus respuestas.

---

---

---

---

---

## CURVATURA DE LA LUZ

La curvatura del espaciotiempo no es sólo una curiosidad matemática, sino que explica fenómenos fundamentales de la naturaleza. La luz sigue curvas geodésicas a través del espaciotiempo y se curva en la proximidad de objetos masivos. Con su teoría de la relatividad general, Einstein fue el primero en calcular correctamente el ángulo de desviación de la luz.

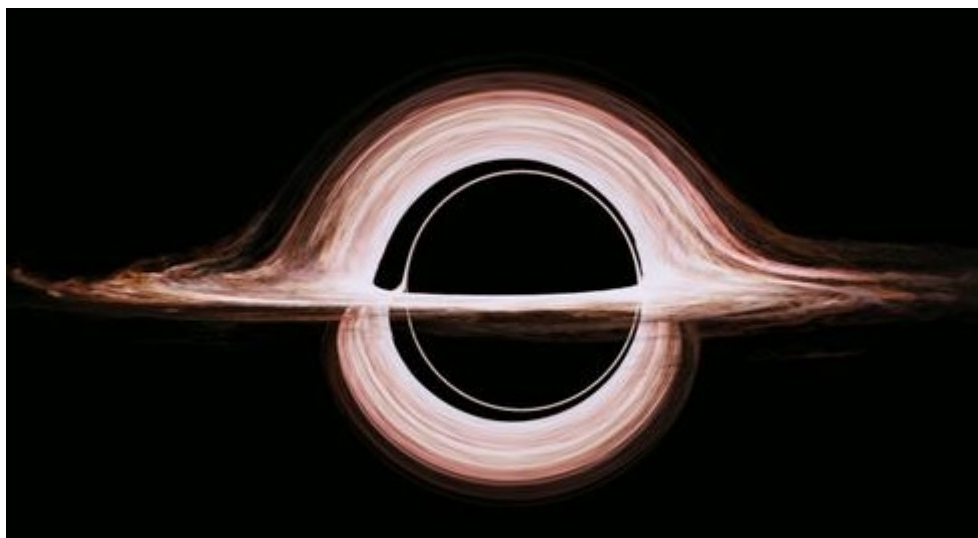


Imagen de Gargantúa en la película Interestelar

## EL ECLIPSE SOLAR DE 1919

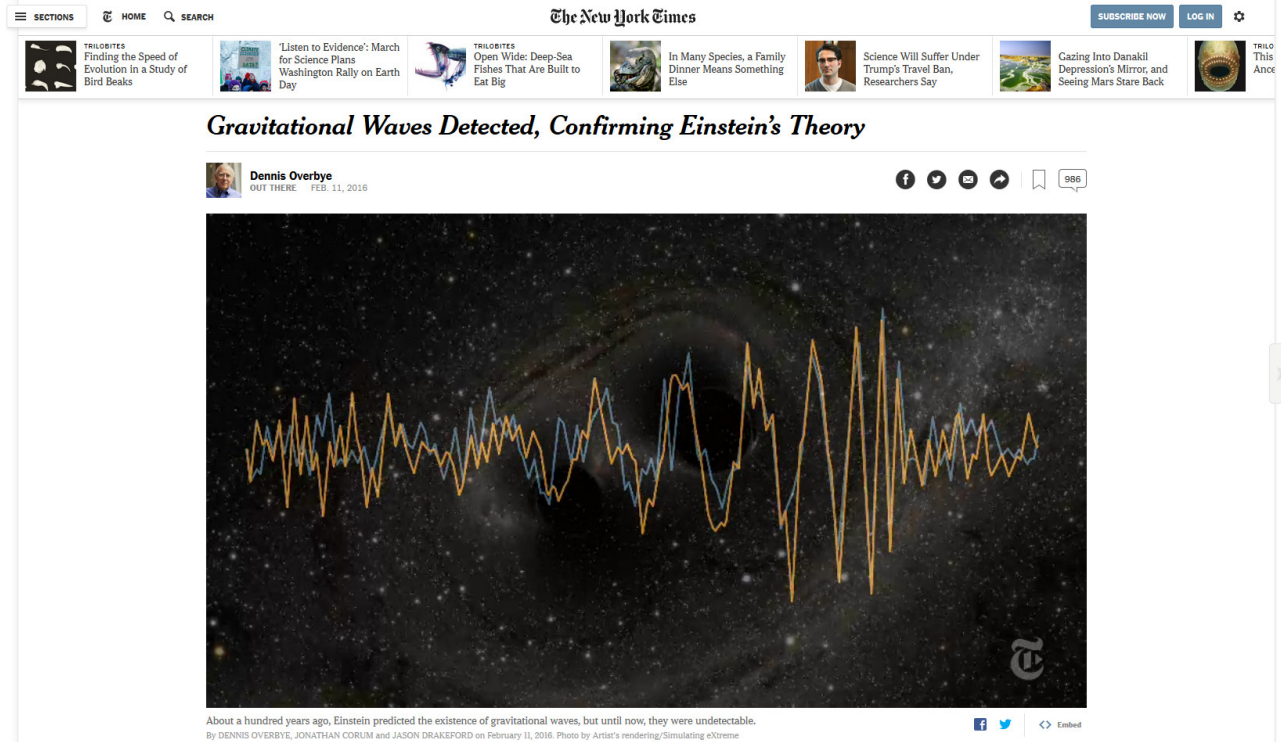
En 1919, cuatro años después de la publicación de la Relatividad General, se produjo un eclipse total visible desde Brasil y el sur de África. Normalmente, la luz del Sol hace imposible observar en el cielo nocturno las estrellas que están cerca del Sol. Pero durante un eclipse total esto se hace posible. El eclipse solar era la posibilidad perfecta para poner a prueba la predicción de Einstein de que la luz se curva cerca de grandes masas como el Sol. Einstein calculó



cuánto se desvía la luz de las estrellas lejanas en el espaciotiempo curvado alrededor del Sol. El investigador británico Sir Arthur Eddington realizó una expedición a África para comprobar los cálculos de Einstein tomando fotografías del cielo nocturno durante el eclipse. Así publicaron los periódicos de la época este descubrimiento:



El 11 de febrero de 2016, los investigadores de LIGO anunciaron la primera detección de ondas gravitacionales, 100 años después de que Einstein predijera el fenómeno. Las ondas gravitacionales procedían de dos agujeros negros que se fusionaron en uno solo hace 1.300 millones de años.



**Gravitational Waves Detected, Confirming Einstein's Theory**

Dennis Overbye  
OUT THERE Feb. 11, 2016

About a hundred years ago, Einstein predicted the existence of gravitational waves, but until now, they were undetectable.  
By DENNIS OVERBYE, JONATHAN CORLIM and JASON DRAKEFORD on February 11, 2016. Photo by Artist's rendering/Simulating @tremor

Para entender un poco qué son las ondas gravitacionales las invito a que revisen el siguiente video

<https://vimeo.com/201667560>

5. Tanto Newton como Einstein tienen su propia teoría de la gravedad. Realicen un resumen de las explicaciones de Newton y Einstein.

---



---



---

6. ¿En qué situaciones se debería utilizar la teoría de Newton y en cuáles la de Einstein? Argumente sus respuestas.

- Para enviar el Apolo 11 con tres astronautas a la Luna
- Utilizar un sistema GPS para determinar su posición.
- Para explicar la curvatura de la luz alrededor de los agujeros negros

---



---



---



---

Links de interés

<https://vis.sciencemag.org/generalrelativity/>

<https://www.spacetime travel.org/is/>

[https://www.youtube.com/watch?v=MfGfZwQ\\_qaY](https://www.youtube.com/watch?v=MfGfZwQ_qaY)

<https://www.quantamagazine.org/gravitational-waves-discovered-at-long-last-20160211/>

<https://www.laserlabs.org/spacetimequest.php>

<https://www.youtube.com/watch?v=IrYrWqyJPWM>