



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**
Educadora de educadores

**¿CÓMO ARGUMENTAN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS?: UNA
DESCRIPCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN DE LOS DOCENTES
UTILIZANDO EL MODELO DE TOULMIN**

DIEGO ARMANDO MORENO HERRERA
EDWIN YESYD PARRA BUITRAGO
DIANA MARCELA VIDAL AGUDELO

Tesis de Grado presentada como requisito parcial para optar
por el título de Especialista en Educación Matemática.

Asesor:

EDWIN CARRANZA

Prof. Departamento de Matemáticas UPN

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, D.C.**

2015

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a nuestro asesor, profesor Edwin Carranza por sus significativos aportes al trabajo, por sus enseñanzas que nos ayudan a tener mejoras en nuestro quehacer docente, y sobre todo, por su infinita paciencia y dedicación con nuestra formación profesional, lo que muestra su compromiso serio con el avance de la educación en nuestra sociedad.

Queremos expresar nuestra más sincera gratitud a los docentes del Colegio Superior Americano y del Instituto Pedagógico Nacional que participaron en la aplicación de la actividad. Ellos, que a pesar de sus múltiples ocupaciones como docentes, se tomaron el tiempo para participar en la actividad e invirtieron en ella toda su concentración y todo su entusiasmo. Lo anterior muestra que los docentes no temen ser evaluados y son personas que siempre llevan su curiosidad científica como carta de presentación a todas partes. Sin ellos este trabajo no existiría.

Hacemos extensivo nuestros agradecimientos a los miembros de nuestras familias, que nos han apoyado en este proceso y han sido comprensivos con el tiempo que hemos dejado de compartir con ellos por invertirlo en la estructuración y elaboración de este trabajo. Nuestros seres queridos saben que nuestro compromiso con la educación del país es tan abnegado y sincero, que buena parte del tiempo de nuestra vida lo ocupamos en cuestiones académicas que nos permitan ser los docentes que merecen nuestros jóvenes. Esta invaluable lección la hemos aprendido a través del buen ejemplo de nuestros docentes, Alberto Donado, Edwin Carranza, Diego Izquierdo y Nubia Soler, docentes excepcionales de los que hemos tenido el lujo y el privilegio de estar en sus clases, reflexionando, aprendiendo... pero sobre todo, concientizándonos que son muchas las cosas que tenemos por aprender y muchas más las que podemos aportar a la Educación Matemática por medio de nuestra actividad docente.

Pero sobre todas las cosas... A Dios Padre



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Educadora de Educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE VALORACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado "*¿Cómo argumentan los docentes de matemáticas? Una descripción de la argumentación de los docentes utilizando el modelo Toulmin*", presentado por los estudiantes:

Diego Armando Moreno Herrera - 2015182017 - 1030568292
Edwin Yesyd Parra Buitrago - 2015182015 - 1031126572
Diana Marcela Vidal Agudelo - 2015182024 - 1069731967

Como requisito parcial para optar al título de **Especialista en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado**, con 45 Puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 03 días del mes de diciembre de 2015.

JURADOS

Directora del Trabajo:

Profesor:


EDWIN CARRANZA

Jurados:

Profesora:


MARÍA NUBIA SOLER

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado de especialización
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	¿CÓMO ARGUMENTAN LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS?: UNA DESCRIPCIÓN DE LA ARGUMENTACIÓN DE LOS DOCENTES UTILIZANDO EL MODELO DE TOULMIN
Autor(es)	Moreno Herrera, Diego Armando; Parra Buitrago, Edwin Yesyd; Vidal Agudelo, Diana Marcela.
Director	Carranza, Edwin
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015. 63 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	ARGUMENTACIÓN, CAMPOS DE LA ARGUMENTACIÓN, TÉRMINOS MODALES, MODELO DE TOULMIN, MODELACIÓN-GRAFICACIÓN.

2. Descripción
El presente es un trabajo de grado para optar por el título de Especialista en Educación Matemática que tiene como objetivo realizar una detallada descripción de los procesos de argumentación de los docentes del Colegio Superior Americano y del Instituto Pedagógico Nacional de la ciudad de Bogotá, al momento de afrontar una actividad matemática relacionada con el Cálculo, esta descripción se hará utilizando el modelo de argumentación de Toulmin.

3. Fuentes
Toulmin, S. (1958). <i>Los usos de la argumentación</i> . Barcelona, España: Ediciones Península.
Cordero, F., Suárez, L. (2008). <i>Modelación-Graficación. Una categoría en Cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento</i> . México, D. F. México.

4. Contenidos

Se trabaja en base a los campos de argumentación y términos modales, el modelo de Toulmin y sobre la modelación-graficación; por medio de la actividad propuesta a los docentes, sus soluciones y sus justificaciones a cada una.

5. Metodología

Se elabora la actividad que los docentes deben dar solución, esta va acompañada de un mapa que servirá de soporte para los análisis y argumentos de los docentes; Se realiza su aplicación en el Colegio Superior Americano y el Instituto Pedagógico Nacional, los docentes en su mayoría trabajo en parejas con el fin de observar en ellos posibles debates y por tal motivo se realiza grabación de algunos momentos donde se daba solución a la actividad y de los videos obtenidos se realiza una transcripción de varios instantes importantes, para luego determinar cuáles de estos servían como herramienta de estudio, donde se percibiera algo referente a la argumentación y por último se establecen algunas conclusiones relacionadas con la manera en que argumentan los docentes.

6. Conclusiones

- Se destaca que al realizar el trabajo en forma grupal, se obtuvieron algunas discusiones entre los docentes que los llevaron a resultados que se esperaban.
- Se señalan en el desarrollo de los ejercicios y en las grabaciones que se realizaron, todos los momentos en los que se presenta algo relacionado con las tres temáticas que se describen en el marco referencial, *Campos de argumentación y términos modales, modelo de Toulmin y Modelación -graficación*; en este proceso los docentes utilizaron estimaciones con ayuda de elementos para poder establecer distancias aproximadas, sus conocimientos matemáticos y sus estrategias para dar solución a una actividad propuesta.

Elaborado por:	Diego Armando Moreno Herrera, Edwin Yesyd Parra Buitrago, Diana Marcela Vidal Agudelo.
Revisado por:	Nubia Soler

Fecha de elaboración del Resumen:	5	10	2015
--	---	----	------

Contenido

AGRADECIMIENTOS	2
JUSTIFICACIÓN	7
INTRODUCCIÓN	8
SITUACIÓN A ESTUDIAR.....	9
OBJETIVOS	10
<i>Objetivo General</i>	11
<i>Objetivos Específicos</i>	11
MARCO DE REFERENCIA	11
<i>Campos de argumentación y términos modales</i>	12
<i>Modelo de Toulmin</i>	17
<i>Modelación -graficación</i>	21
METODOLOGÍA	23
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD	25
CONCLUSIONES	41
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
ANEXOS	45
<i>Actividad aplicada a los docentes</i>	45
<i>Transcripciones de los videos sobre la aplicación de la actividad</i>	52

JUSTIFICACIÓN

Teniendo en cuenta que el énfasis de esta Especialización en Educación Matemática para esta cohorte es la argumentación en Cálculo, se tuvo la idea, en primera instancia, de estructurar una actividad relacionada con nociones del cálculo que permitiera extraer argumentos de los estudiantes, pero al estar indagando y explorando posibles opciones para este trabajo de grado, se llega a la conclusión que la línea temática a seguir debería cambiar, ya que en el procesos de exploración bibliográfica se pudo detectar muy poco material que hablara del docente en el proceso argumentativo, lo que desemboca en preguntas fundamentales que dan un viraje a la concepción de lo que debía ser este trabajo de grado: *¿cómo argumentamos los docentes de matemáticas en el aula, con los estudiantes?, ¿y fuera del aula, con otros docentes de matemáticas, cómo se da ese proceso?; qué tan diferentes serán (si es que lo son) los argumentos del docente de matemáticas comparados con los de los estudiantes?*. Las posibilidades de responder de manera coherente y fundamentada a estas preguntas en un trabajo de grado de Especialización parece una empresa entre ambiciosa e imposible, pero la segunda pregunta capta de manera especial el interés de los autores del trabajo a tal punto que comienzan a reflexionar al respecto de esta cuestión, porque esta hace evidente la necesidad de visualizar la forma en que argumentan los docentes de matemáticas, pero no en el aula, sino fuera de ella, lejos de la autoridad que le confiere el hecho de ser el único docente dentro de este espacio; ya no frente al estudiante, que claramente posee menos conocimientos teóricos acerca de matemáticas, sino frente a otro docente de la misma asignatura.

Parece interesante el concepto del docente como foco de atención, además que puede dar luces acerca de las diferencias entre los argumentos de los docentes y el de los estudiantes (si existen), pero este trabajo es solo una parte preliminar del esfuerzo necesario para poder establecer estas diferencias, ya que se caracterizan los argumentos de los docentes, pero quedan como tareas pendientes aplicar la misma actividad a estudiantes (con el respectivo análisis de los argumentos) y la comparación entre los resultados de ambos.

El emprender estos caminos será la misión de otros docentes interesados en la materia, o tal vez, de los autores de este trabajo en un espacio académico como una maestría

relacionada con la docencia de las matemáticas. Lo importante es que tal preocupación por la argumentación del docente no se restrinja a esta labor académica de trabajo de grado, sino que pueda trascender en otros espacios y ojalá con otros docentes (estudiantes futuros de la Especialización o de la Maestría) interesados en generar respuestas en el ámbito de la argumentación en el ejercicio profesional del docente.

INTRODUCCIÓN

En actividades académicas como nuestra Especialización, es frecuente que se quiera indagar acerca de la manera en que argumentan los estudiantes en un contexto determinado o acerca de una temática particular, lo cual hace aportes significativos a modo de inventario para nuestra actividad en las aulas. Pero como grupo de trabajo (después de varias discusiones al respecto) se llega al acuerdo que no se suele tener presentes los argumentos del docente, o por ejemplo, si estos argumentos responden a criterios diferentes a los que pueden verse en los argumentos que estructuran sus estudiantes, o si estos argumentos se pueden evidenciar en las aulas, o cómo se logran defender tales argumentos frente a los estudiantes. Luego de estas reflexiones, se nota que antes de poder abordar cuestiones tan ambiciosas (que bien podría ser cada una de ellas un trabajo de grado de maestría), se debe observar la forma en que se presentan los argumentos en los docentes, y allí se ubica el foco de atención de este trabajo de grado. Lo que se hace en este trabajo es elaborar y aplicar una actividad que nos permita extraer información acerca del cómo se presentan los argumentos en los docentes, teniendo en cuenta que la actividad la presentan solamente docentes de matemáticas fuera del aula y ayudados por otros docentes de la misma área. Ya con la información proporcionada en la aplicación de la actividad (videos, guías, transcripciones, etc.) se realiza una descripción de la argumentación hecha en la actividad a la luz de algunos componentes teóricos desarrollados por Toulmin (1958) que se han seleccionado de común acuerdo en nuestro marco de referencia.

Tenemos varios propósitos con este ejercicio académico, entre ellos: 1) reflexionar acerca de nuestra actividad docente y el impacto que genera en la vida de nuestros estudiantes, ya que sentimos la necesidad de una formación constante para dar una mejor respuesta a las necesidades educativas actuales. 2) Generar inquietudes en otros docentes acerca de la importancia de la argumentación en el ejercicio profesional del docente, esperando que a futuro algunos otros docentes se interesen en cuestiones que no se logran abordar a profundidad en este trabajo y realicen adelantos en este aspecto, y 3) aspirar al título de Especialistas en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional.

SITUACIÓN A ESTUDIAR

Nuestro objeto de estudio son los procesos argumentativos realizados por los docentes, pero con la particularidad que estos argumentos no se presentan en el aula, frente a los estudiantes, sino fuera de ella, con otros docentes de matemáticas. Este es un primer esfuerzo de aportar elementos para vislumbrar cual es el papel de la argumentación en el ejercicio profesional del docente. Es claro que este es un campo de estudio amplio que requerirá de otros trabajos que compilen información que le permita ver a la comunidad educativa si los docentes incentivan la argumentación en el aula con las herramientas adecuadas, pero antes de poder realizar esto, se deben conocer los procesos de argumentación de los docentes tanto en el aula como fuera de ella. Se tiene presente que este trabajo es apenas un aporte sencillo para tal campo de estudio, pero que es necesario hacer dicho aporte, esperando que lo realizado aquí sirva como antecedente a otros trabajos en este mismo campo y en esta misma dirección de la argumentación en los docentes de matemáticas.

Con las necesidades educativas de la sociedad contemporánea, queda claro que es importante que los procesos argumentativos estén presentes en las aulas, pero para los autores de este trabajo esto no sucederá de manera significativa si los docentes no están conscientes de cómo se dan estos procesos en su mismo quehacer (no en los estudiantes, sino en su propio actuar profesional en todo ámbito). Por tal motivo, se ha querido con este trabajo, visibilizar la forma de los argumentos del docente, dejando de manifiesto una preocupación latente por establecer esta línea de trabajo como un asunto merecedor de debate y discusión dentro de la Educación Matemática.

OBJETIVOS

Objetivo General

Describir, por medio del modelo argumentativo de Stephen Toulmin, los procesos de argumentación realizados por docentes de matemáticas del Colegio Superior Americano y del Instituto Pedagógico Nacional al enfrentarse a una actividad matemática referente al cálculo.

Objetivos Específicos

- Elaborar una actividad matemática en el campo del cálculo para aplicarla a los docentes de matemáticas del Colegio Superior Americano y del Instituto Pedagógico Nacional, que les cree la necesidad de conjeturar, argumentar y comprobar hechos relevantes para la solución de la situación propuesta.
- Recolectar, organizar y describir la información obtenida en la aplicación de la actividad realizada por los docentes, teniendo en cuenta para esto los seis tipos de declaraciones posibles dentro del modelo argumentativo de Toulmin.
- Establecer algunas conclusiones que permitan ver algunos aportes del estudio a nuestro quehacer docente.

Para este trabajo se utilizarán como referente teórico principal algunos escritos de Toulmin (1958) acerca de la argumentación, las características de esta y el modelo establecido por él para clasificar y sistematizar las partes de un argumento. Además, se tendrá en cuenta el trabajo de Cordero & Suarez (2010), ya que estos autores logran el planteamiento de una epistemología para la modelación escolar a través del uso de las gráficas, lo que nos proporciona herramientas valiosas de cara a las descripciones que se llevan a cabo de los procedimientos a nivel gráfico que elaboren los docentes en nuestra actividad. A continuación se enunciarán a mayor detalle los aspectos que se utilizarán de cada uno de estos referentes teóricos y de qué manera nos aportan elementos vitales para la realización de los objetivos del trabajo.

Campos de argumentación y términos modales

En primer lugar, debemos establecer lo que de aquí en adelante se entenderá por la palabra “argumentación”, ya que de esto depende en gran parte la comprensión de las descripciones realizadas *a posteriori*. La argumentación se define como una actividad que consiste en plantear una hipótesis o una idea para luego ponerla en cuestión; se buscan razones que logren respaldarla, se realiza una crítica a estas de modo que si es posible se encuentre una refutación y finalmente se llegue a una conclusión verdadera al respecto. (Toulmin, 1984).

Ya con una definición de argumentación, nos interesa ahora establecer la posibilidad de que esta argumentación esté inscrita en distintos campos, ya que para Toulmin (1958) “dos argumentos pertenecen al mismo campo cuando los datos y las conclusiones en ambos argumentos son, respectivamente, del mismo tipo lógico” (p. 33). Lo anterior hace que podamos tener una buena cantidad de campos de argumentación distintos, ya que entre los datos y las conclusiones se pueden visualizar varios tipos lógicos diferentes, como por ejemplo, las pruebas fundamentadas en teoremas matemáticos difieren en su naturaleza a basar una conclusión a partir de la observación de características propias (o no presentes) de un cierto objeto. Esto supone un inconveniente en la descripción y análisis de los argumentos porque obligaría a tener ciertos criterios de análisis para cada uno de los diferentes tipos lógicos a los que puedan pertenecer los datos y las conclusiones, lo que sería una tarea bastante

dispendiosa dada la gran variedad de estos en diferentes situaciones en las que se involucren los argumentos.

Parece más coherente saber qué elementos permanecen invariantes y cuales dependen del campo en el que se argumente con relación a: 1) la forma y el valor de los argumentos, y 2) los modos (estándares) con los que valoramos un argumento y la manera en que sacamos conclusiones sobre ellos. De resultar ser independientes del campo de argumentación, entonces se podrán establecer unos criterios universales que aporten significativamente en la caracterización y análisis de los argumentos.

Para encontrar la relación de independencia (o dependencia) de estos aspectos de la argumentación, Toulmin (1958) estudia las fases de un argumento (sin hacer una categorización rigurosa) haciendo el paralelo entre el proceso de elaboración y exposición de un argumento con un proceso judicial y todo lo que este implica. A esta comparación Toulmin la denomina la “analogía judicial” y es parte esencial de su investigación para poder establecer posteriormente la forma en que se clasifican y definen las partes de un argumento. En esta comparación entre los procesos judiciales y la argumentación se usan los *términos modales* (en el caso de Toulmin se utilizan los términos “posible” y “necesario”) que ayudan a comprender las fases que en la práctica tiene el proceso argumentativo.

En un proceso judicial, una primera etapa es la formulación del cargo o demanda a resolver, luego se presentan las pruebas o testimonios que apoyan el cargo o la demanda para luego pronunciar un veredicto y una sentencia que depende del resultado del veredicto. De manera análoga, en la argumentación una primera fase consiste en presentar el problema, actividad que se hace más evidente si se plantea a manera de pregunta. Una segunda etapa consiste en considerar distintas propuestas que pueden servir como solución del problema, aunque en principio, algunas de ellas captan más nuestra atención que otras por parecer viables y algunas se vayan quedando atrás por parecer más remotas como solución, lo cual implica que se comienza a construir frases en las que los términos modales aparecen de forma protagónica porque se formulan frases del estilo de “Eso es posible” o “podría ser el caso” y en este proceso de búsqueda y discriminación de opciones generalmente se terminan quedando algunas opciones en las que se utiliza otro término modal: “probable”. Se dice que una de las opciones es más “probable” que otra, lo que va llevando a que se señale una de las

opciones encontradas por estar inequívocamente relacionada con los datos de los que se dispone (claro que este proceso no siempre sucede, porque a veces no se le puede encontrar solución a los problemas planteados). Quiere decir que en algún momento de la elaboración del argumento se *descartan* algunas opciones por no parecer viables y se reafirman algunas por dar mayor confianza al confrontarla con los datos disponibles. Es de resaltar que en estas fases no hemos especificado un campo de argumentación en particular. En resumen, independientemente del campo de argumentación, las fases de un argumento se presentarán de la misma manera en una gran variedad de casos, lo que nos permitirá en nuestro trabajo una mejor organización de los argumentos obtenidos para poder hacer una descripción elaborada con unos argumentos técnicos bien definidos, de ahí la importancia de esclarecer estas etapas y su incidencia en la estructura de la argumentación. A su vez, la estabilidad en el procedimiento nos garantiza que la forma de los argumentos también se pueda dar de manera invariante, según Toulmin (1958): “... mientras que presentemos formas de argumentos que reflejen estas similitudes de procedimiento, la forma de los argumentos de los diversos campos también será similar” (p. 42).

Para poder extraer de mejor manera los elementos invariantes en los diferentes campos de argumentación, Toulmin (1958) realiza un análisis de uno de los términos modales más utilizados en los argumentos cotidianos, la frase “no poder” y sus formas equivalentes. Para los objetivos de este trabajo y la forma de la actividad planteada a los docentes, se hace importante tal análisis y es por eso que dedicaremos parte de nuestras descripciones a explicar cómo se utiliza este término modal en distintos contextos. Las clasificaciones de los distintos usos del “no poder” nos ayudarán a organizar la información de un argumento a fin de darlo como un posible candidato para la solución de un determinado problema, o por el contrario, *descartarlo* como una opción viable. Por medio de varios ejemplos se pueden hacer evidentes algunos usos de este término modal. Uno de los ejemplos utilizados es el siguiente:

Una pieza de metal de gran tamaño cae de un camión a la carretera. El conductor, un hombre joven y de aspecto enfermizo, baja de la cabina y camina en dirección hacia él, como si fuera a recogerlo. Lo vemos y le decimos: «no podrás levantar ese peso tú solo. Espera un momento, mientras consigo ayuda o una polea» Él responde: «Muchas gracias, lo he hecho a menudo», y

encaminándose hacia él, lo levanta con presteza y lo devuelve al camión.
(Toulmin, 1958, p.44)

De este ejemplo se puede ver que la afirmación hecha se basa en la apariencia física del conductor, lo que da razones para pensar que no podrá levantar el peso él solo. Sin importar si el conductor hizo que la afirmación fuese falsa, lo importante es que se sospechó que realmente el conductor *no podía* levantar el objeto del piso, planteando una imposibilidad física. Con el siguiente ejemplo se hará manifiesta una diferencia clara entre usos del “no poder”

Un habitante de la ciudad regresa del campo y describe un espectáculo rústico al que ha asistido. «Un tropel de caballería, con chaquetas rojas, galopaba con gran estruendo por allí—explica—y delante de ellos se extendía a lo largo del campo una jauría de perros, ladrando cada vez con más fuerza medida que reducían la distancia que los separaba del rabo de un obre zorro». Uno de los que le escuchan, devoto de los deportes sangrientos, corrige despectivamente su descripción diciendo: «no se pude hablar del “rabo” de un zorro, y en cuanto a los “perros”, supongo que quieres decir los sabuesos, y la “caballería con chaquetas rojas” eran en realidad cazadores con sus casacas granates».
(Toulmin, 1958, p.46)

En este ejemplo la narración del habitante de la ciudad no pierde credibilidad, es decir, ninguno de sus interlocutores dudará que él viera aquel espectáculo que describe. En donde interviene el “no poder” es en la manera en que él expresa la situación, ya que por costumbre se dice que los zorros no tienen rabo sino cola, es decir que se está expresando es un uso inapropiado en el lenguaje, con lo cual sería válido decir que la implicación del “no poder” tiene una connotación distinta, ya que si ponemos atención aquella cosa que se dijo que no se podía hacer ya se hizo (se habló del rabo de un zorro). Tomemos otro ejemplo para encontrar algunas diferencias más:

El interventor de un tren encuentra a un pasajero fumando un cigarrillo en el compartimiento de no fumadores mientras una anciana señora, que también ocupa allí su asiento, tose y lagrimea a causa de humo del tabaco. Haciendo uso de su autoridad, le dice al pasajero: «no puede fumar en este compartimiento, señor». (Toulmin, 1958, p.49)

Este caso difiere del anterior en gran medida, ya que la afirmación *no puede fumar en este compartimiento* no implica que el pasajero no tenga la capacidad física de hacerlo, de hecho (como en el ejemplo anterior) ya lo ha hecho, lo que está señalando la afirmación es una falta contra las normas. Así que aunque se use el mismo término modal, queda claro que se puede referir a afirmaciones de naturaleza distinta.

Para tener en cuenta las clasificaciones y diferencias planteadas por el autor ya citado, estableceremos que existen para este término modal *imposibilidades* como *impropiedades* las cuales pueden ser a su vez de distinta índole. En el primer ejemplo hablamos de una imposibilidad física, en el segundo hablamos de una impropiedad del lenguaje y en el tercero una imposibilidad legal. En el trabajo de Toulmin (1958) se pueden encontrar otro tipo de usos para este término modal:

- Imposibilidades físicas
- Imposibilidades legales.
- Imposibilidades matemáticas.
- Incongruencias conceptuales
- Solecismos lingüísticos.
- Ofensas morales.
- Faltas de propiedad en el procedimiento judicial.

Una conclusión importante al respecto del tema que extrae Toulmin, es que cada una de estas formas de imposibilidades e impropiedades tienen un objetivo común: *descartar opciones en una situación determinada*, lo que implica que se ha encontrado una invariante en todos los casos. Aunque si se leen con cuidado cada ejemplo se logrará ver que en cada caso lo que se descarta es distinto. De igual modo, otra invariante que se puede extraer de lo ya hecho, es la forma (o esquema) en que se pueden presentar las preposiciones:

«Siendo P lo que es, se debe descartar cualquier cosa que suponga Q; actuar de otro modo sería R y daría lugar a S», Dado que (P) es la base sobre la que se apoya la afirmación, (Q) es el curso de acción a seguir cuando ya se hizo la afirmación. (R) es la imposibilidad o impropiedad que se comete. (S) la pena o sanción que conlleva cometer (R) Los anteriores elementos del esquema argumentativo de Toulmin serán estudiados

en las respuestas de la actividad que se propondrá a los docentes; se identificarán estos en cada uno de los argumentos que ellos den.).

Estas invariantes en la forma de los argumentos permitirán que afirmaciones como estas que resulten de la actividad realizada, puedan ser incorporadas al Modelo de argumentación de Toulmin para reflexiones posteriores.

Modelo de Toulmin

En el estudio de la argumentación, aparecen diversos modelos que permiten construir a partir de un conjunto de hechos ideas bien estructuradas que apoyen una aseveración o afirmación, incluso si alguien pone en tela de juicio tal afirmación, quien la argumente sea capaz de apoyarla, es decir demostrando que la afirmación está bien justificada. Pero solo será objeto de nuestro estudio el modelo de Toulmin; el cual está compuesto por un esquema de varios elementos que componen y permiten dar significado a los argumentos.

Como ya hicimos referencia anteriormente al término argumentación y observamos la definición que Toulmin propone al respecto, ahora ahondaremos en los elementos que según este autor le dan fuerza y sentido a un argumento, ante ello cabe resaltar que este considera que las argumentaciones cotidianas no siguen el clásico modelo riguroso del silogismo, por tal razón crea uno que permite analizar cualquier tipo de argumentación que se pueda generar desde las distintas disciplinas, áreas del conocimiento, ciencias exactas o en los distintos discursos sociales. Para ello, partimos de una tesis, aseveración o afirmación (conclusión), la cual se basa en algunos hechos o datos conocidos y es apoyada mediante una justificación (garante) y un respaldo que se encargan de darle fuerza y sentido; además utiliza un conector modal que imprime la fuerza otorgada por este último y permite establecer una conexión entre estas. Además considera los casos excepcionales en los que la tesis pueda no ser cierta (refutación), o el garante deba dejarse de lado.

En este sentido, cada uno de estos elementos cumple una función primordial dentro de la estructura de un argumento, así, mientras unos dan fuerza y apoyan la conclusión,

otros los respaldan y se encargan de conectarlos dando un sentido lógico al argumento. Las funciones de cada uno de dichos elementos se describen a continuación:

Dato (D): Es el elemento justificatorio que se propone como base de una afirmación hecha. Son los hechos con los que se cuentan como soporte del argumento.

Conclusión (o Aseveración)(C): Es una afirmación, tesis o aseveración que se establece y se busca apoyar o refutar mediante respaldos, garantes o refutadores.

Garante (G): Son enunciados hipotéticos que enlazan legítimamente al dato con la conclusión o aseveración y buscan mostrar como pasamos de los datos a la aseveración en forma apropiada y legítima.

Respaldo (R): Son los elementos, reglas, principios, o certezas que le dan autoridad, fuerza y validez a las garantías o garantes

El cualificador modal (M): Es aquella frase que indica la fuerza o el grado de certeza que el garante ofrece a la conclusión, además su función es establecer el grado de probabilidad que tiene la aseveración del argumento.

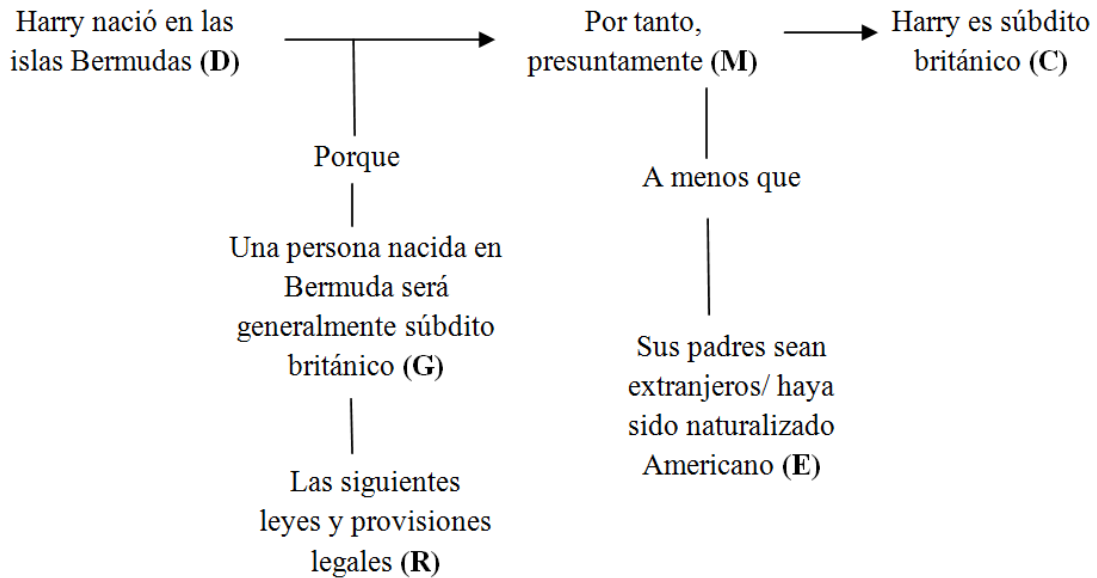
La reserva (E): Es la refutación o el caso en el que la aseveración pueda no ser verdadera.

Para reconocer cada uno de estos elementos, utilizaremos el siguiente ejemplo que permite reconocer la estructura general del argumento y la función que cumple cada una de sus partes dentro de esta:

“Presuntamente (Modal) Harry es súbdito británico (Aseveración) porque nació en las Islas Bermudas (Dato) y dado que una persona nacida en ese lugar generalmente es súbdito británico (Garantía), teniendo en cuenta lo que establecen las leyes y provisiones legales correspondientes (Respaldo), a menos que su padre y su madre sean extranjeros o él se haya naturalizado norteamericano (Refutación)” (Toulmin, 1984).

En el anterior ejemplo, en forma retórica se hace alusión a un argumento completo en el cual se señalan cada uno de los elementos involucrados en el modelo de Toulmin, algunos de estos elementos serán objeto de nuestro estudio a través de las respuestas que nos brinden los docentes en los argumentos de la actividad propuesta.

El ejemplo se puede visualizar en el siguiente esquema utilizado por Toulmin para analizar los argumentos y relacionar sus elementos:



Además de su estructura general, es importante reconocer dentro de sus elementos, que cuando se les dé un mal uso a estos, el argumento puede llegar a perder su validez, y también según la forma en que se conecten entre ellos y la fuerza de los garantes, podremos reconocer que clase de argumento es.

De acuerdo a Toulmin, un argumento es válido o no, teniendo en cuenta que si dada una proposición que puede expresarse según el método de Toulmin “datos, garantía y luego conclusión” puede ser un argumento formalmente válido porque la garantía por definición debe tener la forma de una implicación hipotética, que conecte los datos con la conclusión; siempre y cuando la garantía proporcione la fuerza requerida al paso del dato a la conclusión de modo que no pueda aparecer una refutación (Toulmin, 1958). Por el contrario, un argumento “dato, respaldo y luego conclusión” no será válido por razones formales debido a que el respaldo no conecta los datos con la conclusión.

En otras palabras, de la información que proporcionan los datos y garantes siguiendo el modelo del silogismo, se puede afirmar cuando un argumento es formalmente válido; en este sentido los argumentos que siguen el esquema “Datos, Garantes, luego Conclusión”

son formalmente válidos dado que el garante por definición debe tener la forma de una implicación hipotética, que conecte los datos con la conclusión y de allí se puede establecer una tautología, mientras que los argumentos que siguen el esquema “Datos, Respaldo, luego Conclusión” no son formalmente válidos debido a que el respaldo no conecta de manera directa los datos con la conclusión, lo cual claramente no es una tautología. Sin embargo, hay una clase especial de argumentos que rompe esta regla General, dicho tipo de argumentos se denominan argumentos *analíticos*, para ello consideremos el ejemplo:

Dato: Anne es una de las hermanas de Jack

Respaldo: Todas y cada una de las hermanas de Jack (una vez se ha comprobado individualmente) son pelirrojas

Conclusión: Luego Anne es pelirroja

En este sentido, un argumento que parta del Dato para llegar a la Conclusión será denominado analítico si, y sólo si, el respaldo que lo legitima incluye, implícita o explícitamente la información transmitida en la propia conclusión, cuando esto ocurra, un enunciado “Datos, Respaldo luego Conclusión”, será una tautología (evidentemente con algunas excepciones o refutaciones), mientras que cuando el respaldo que apoya la garantía no contenga la información transmitida en la conclusión, dicho enunciado no será nunca una tautología y el argumento será *sustancial*. En los argumentos sustanciales para llegar de los datos a las conclusiones aparece un cualificador modal como presumiblemente o probablemente, que califica las garantías y además es práctico, no se mide con base en criterios de corrección o validez, sino de relevancia o irrelevancia, fortaleza o debilidad. Un ejemplo de este tipo de argumentos se presenta como sigue:

Dato: Los antepasados de la Ballena fueron artiodáctilos anfibios

Respaldo: 95% de los artiodáctilos anfibios de los que se tiene reporte son animales terrestres

Conclusión: Los antepasados de la Ballena fueron animales terrestres

En este ejemplo se logra observar como no es posible pasar directamente del dato a la conclusión, ya que el respaldo no da la fuerza suficiente para hacerlo.

A la luz de la teoría, se ve la importancia del uso y conexión de los elementos que conforman un argumento y que de su correcta estructuración dependerá la validez y fuerza de estos. Además su aceptación dependerá de que se logre claridad en la retórica argumentativa y en la muestra de evidencias y garantías que logren convencer a otra persona, siendo este uno de los fines de mayor trascendencia en la argumentación.

Modelación -graficación

Teniendo en cuenta que nuestro trabajo involucra algunas actividades relacionadas con la modelación de situaciones de movimiento mediante el uso de las gráficas y luego de observar cómo estas son un objeto que incluyen el manejo de distintos elementos y conceptos matemáticos en los que se pueden vislumbrar argumentos simples para su construcción, por ejemplo, cuando se relaciona un intervalo creciente o decreciente con un cambio de velocidad (se interpreta el concepto razón de cambio y como esta afecta la forma de la curva), o al observar un intervalo constante (en el que se puede observar que no hay desplazamiento alguno al transcurrir un intervalo tiempo o que no hay un cambio de velocidad), a continuación se presentan los principales elementos a tener en cuenta en la interpretación de gráficas y su relación con la argumentación.

Para ello, Suárez y Cordero (2008), establecen una categoría que permite analizar situaciones de la modelación que conllevan tareas como: la comparación, el cambio, la predicción, la graficación, entre otras, que ponen en juego el uso de los diferentes significados o conocimientos matemáticos conocidos, de manera que quien las realice establezca relaciones que le permitan asociar alguna forma gráfica de Variación a una situación de movimiento. Ésta, puede generar espacios que lleven a la generación de nuevos conocimientos, el intercambio de ideas o conocimientos, y a la construcción o retroalimentación del conocimiento matemático en un contexto argumentativo; esta categoría es llamada, *La epistemología de la modelación-graficación*.

Así, en esta categoría se logran identificar dos tipos de elementos que la conforman:

- Elementos de funcionamiento y forma (epistemológicos).
- Elementos de modelación y construcción de conocimiento matemático: Allí se encuentran inmersos los *Significados*, los *Procedimientos* y los *Argumentos*

Los primeros tienen que ver con la caracterización ya sea explícita o implícita de los elementos que sirven como punto de partida para el trabajo y construcción del conocimiento matemático, entre ellos se pueden ver la elección de las variables que intervienen en la situación que se plantea (distancia, tiempo, masa, velocidad, etc.), las unidades de medición para cada una de estas (metros, segundos, kilogramos, kilómetros/hora, etc.), los valores correspondientes que toman, teniendo en cuenta la identificación de los valores máximos y mínimos para cada una, y su ubicación en el sistema de coordenadas (los puntos de referencia y su ubicación en los cuadrantes).

En cuanto a los segundos, se recurre a los diferentes argumentos que pueden presentarse para aseverar o refutar una afirmación, allí se ponen en juego los significados explícitos o implícitos de los elementos de funcionamiento y forma, además se relacionan entre sí, teniendo en cuenta los elementos de construcción del conocimiento matemático; es decir los *significados*, los *procedimientos* y los *argumentos*.

Los *significados* son las distintas conexiones que se generan o recrean entre definiciones, propiedades, incluso imágenes y metáforas manejadas a nivel personal por quien los maneja. Por ejemplo, al analizar la velocidad en una gráfica, se pueden establecer afirmaciones o relaciones entorno a la gráfica como:

- Si es creciente es positiva, si es decreciente es negativa o si es lineal será constante.
- Si es creciente y cóncava hacia arriba (creciente y que crece) será creciente.
- Cuando sea creciente y cóncava hacia abajo (creciente y que decrece) será decreciente.

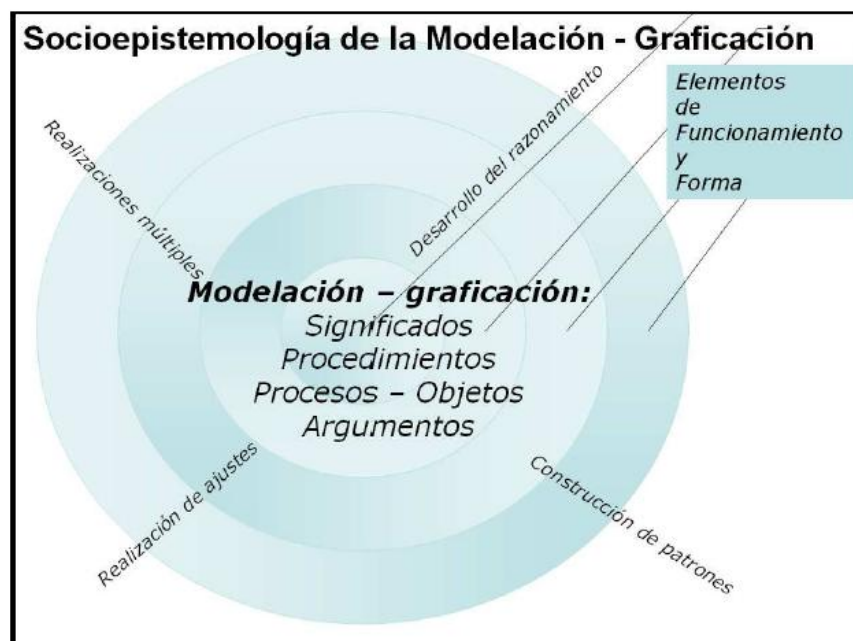
Los *procedimientos* son las operaciones y construcciones mentales inducidas por los significados para llegar a una respuesta o dar solución a una determinada situación o pregunta, por ejemplo:

- Calcular la velocidad en los trazos rectos
- Calcular la velocidad promedio en algunos intervalos en los trazos curvos
- Estimar la pendiente de la curva, asociando la pendiente a la velocidad

- Encontrar una expresión algebraica para la gráfica y derivarla analíticamente para, dar cuenta de la velocidad.

Finalmente, los *argumentos* son la reorganización de los elementos anteriores (*significados y procedimientos*), mediante esquemas explicativos que se construyen para convencer de la validez de una afirmación, o por el contrario para su refutación, y surgen como producto del conocimiento matemático. En este sentido los argumentos emergen de relacionar los elementos de funcionamiento y forma con los distintos significados y procedimientos obtenidos, donde se ponen en juego una serie de afirmaciones que permiten establecer la conexión entre las gráficas, los conceptos matemáticos involucrados en ella y la situación real u objeto de modelación.

Un esquema que permite interrelacionar los diferentes elementos de la modelación-graficación se muestra en la siguiente figura:(tomada de Cordero & Suárez, p.11)



METODOLOGÍA

Con el objetivo de recolectar la información necesaria para el análisis, se utiliza una actividad denominada *los tres amigos* elaborada por los autores de este trabajo, esta fue aplicada por parejas a los docentes seleccionados para el ejercicio, ellos laboran en las instituciones Colegio Superior Americano e Instituto Pedagógico Nacional de la ciudad de Bogotá. La aplicación de la actividad se hizo entre los días septiembre 15 y septiembre 22 del presente año (2015). La intencionalidad de realizar el ejercicio por parejas es la de incentivar el diálogo entre ellos y el debate de las opiniones referentes al ejercicio realizado. Por cuestiones de disponibilidad de tiempo dentro de las instituciones, para algunos docentes no fue posible reunirse en parejas para el ejercicio, por lo que algunos de los registros se encuentran realizados de manera individual, sin embargo, la mayor parte de los fragmentos en los que se notó la influencia de la argumentación son aquellos en los que se trabaja en comunidad, lo que deja de manifiesto que la argumentación suele aparecer cuando alguien cuestiona nuestras afirmaciones, lo cual hace que en el ejercicio individual sea menos frecuente que se estructure un argumento, al no ver amenazada la validez de su afirmación.

Las respuestas a esta actividad quedan registradas en una guía (anexada a este trabajo) que contiene preguntas hechas con la finalidad de extraer información relacionada con la argumentación de los docentes. Estas preguntas fueron elaboradas buscando visibilizar en ellas tres aspectos claves:

- La estructuración de argumentos que puedan ser analizados por medio del Modelo de Toulmin, reconociendo de ellos sus datos, garantías, conclusiones, respaldos y demás elementos que se puedan distinguir de acuerdo a la configuración de este modelo. Esto permitirá observar la forma de los argumentos planteados y la fuerza que quienes los utilizaron pudieron darle en el contexto de la actividad propuesta.
- La presencia de imposibilidades e impropiedades que permitan a los docentes descartar opciones de solución o que le restan fuerza a los argumentos que se plantean en la actividad. De acuerdo al tipo de imposibilidad o de impropiedad que surja, se buscará poder evaluar su impacto en la estructuración de los argumentos necesarios para solucionar la actividad.
- La utilización de gráficas para dar sustento a opciones de solución, esto para analizar argumentos que utilicen gráficas de funciones o esquemas gráficos

como elemento principal, que no solo comuniquen al interlocutor una idea, sino que sirvan de elemento disuasivo para reafirmar una opción de solución.

Cada uno de estos aspectos a visualizar corresponde con las temáticas contempladas en el marco de referencia, que sirve como punto de observación de la actividad y nos proporciona las herramientas para elaborar el análisis.

Para efectos de hacer un mejor registro de la información, se tomaron videos de la aplicación de la actividad en los que se grabaron algunas de las conversaciones entre ellos, así como algunos procedimientos hechos sobre los mapas y las gráficas de la guía (señalar con el lápiz, gestos sobre las afirmaciones del compañero, etc.). Los videos permiten revisar de manera más detallada la información y hacen más sencillo rastrear los posibles argumentos surgidos durante la actividad, además que aportan precisión en la descripción de estos. Seguidamente, se observan con detenimiento los videos, teniendo siempre presentes los elementos mencionados en nuestro marco de referencia (con la ayuda que proporcionan los aspectos claves que se buscan visualizar en las preguntas). Con la intención de plasmar en el trabajo apartes de la actividad y así llevar a cabo el análisis de los argumentos, se transcribieron las conversaciones de cada grupo de docentes, pero se seleccionaron de estas transcripciones apartados que despiertan nuestro interés por presentar características afines a los resultados que se esperaban cuando se emprende la planificación la actividad y se reflexiona acerca de sus posibles efectos.

Por último, se realizan los análisis de la información basados en los tres aspectos relevantes en los que se dividió el marco de referencia, buscando relacionar la información obtenida con el contenido del mismo. Para tal análisis se muestra el apartado de las transcripciones y una reflexión que utiliza elementos sobre el modelo de Toulmin, los términos modales o la epistemología de la modelación-graficación. En este análisis se muestran las razones por las cuales se eligen estos apartados, aunque el lector tendrá a su disposición la totalidad de las transcripciones en los anexos de este trabajo.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD

Después de aplicada la actividad, se hace necesario un análisis de lo sucedido en la misma, destacando los instantes en que los tres componentes del marco de referencia (términos modales, modelo de Toulmin y modelación-graficación) se hacen presentes. Se toman algunos apartes de la actividad en donde se hace más evidente la argumentación, por supuesto, no todos los tramos de la actividad muestran esta influencia del argumento, así que se hizo un filtrado para mostrar en este capítulo algunos de los elementos que a criterio de los autores del trabajo presentan parámetros que permite caracterizarlos con alguno o algunos de los componentes del marco de referencia.

En los anexos del trabajo se consignan de manera completa las transcripciones de los momentos de la actividad, lo que deja abierta la posibilidad de encontrar otros fragmentos en donde la argumentación tenga un papel protagónico, sin embargo, se busca en este análisis no abordar argumentaciones que se caractericen de manera parecida, lo que permitirá que en cada aparte de las transcripciones queramos observar aspectos diferentes, a la vez que seleccionemos solo algunos de los momento de la actividad.

Comencemos con un detalle que tal vez fue hasta imperceptible en la primera lectura de la transcripción:

Profesor 2: y para esta allá se demora 25 minutos, en la parte del trabajo... entregando y firmando

Profesor 1: pero dice que demora 10km/h

Para los que estamos escuchando atentamente cada frase o leyendo detenidamente cada respuesta, notamos el error conceptual en el fragmento: *demora 10km/h*. No queremos ahondar en el error (ya que cualquiera de nosotros puede cometerlo, más en el contexto de estar siendo grabado en la presentación de una prueba, por cuestión del nerviosismo y demás), sino queremos resaltar que el Profesor 2 no presentó ninguna objeción al respecto, tal vez por el ruido o por no estar prestando la suficiente atención, ya que esa simple frase puede restarle fuerza al argumento que ya se comenzaba a configurar (y que a posteriori dio respuesta a la pregunta). Sin importar que lo que se quisiera decir es que se podía ir a una velocidad de 10 km/h o cualquier otro aspecto (aunque fuese cierto) un contra-argumento que se puede plantear aquí es que “no se puede hablar de

demorarse en una unidad de velocidad” (aunque el Profesor 1 ya lo ha hecho), esto representa un solecismo lingüístico (impropiedad que utilizamos en los términos modales), que tal y como nos deja en claro Toulmin (1958), muchas veces es suficiente para descartar la validez de un argumento. Esto nos deja como lección que aunque lo que se tenga en mente sea válido, se corre el riesgo de que se descarten nuestros argumentos solamente por un error de sintaxis.

Aún no se visualiza aquí un argumento, pero se quiere con esta explicación hacer un énfasis en que el lenguaje que se maneja para establecer los argumentos no es un detalle menor, así que para aquellos que leen este trabajo, notará que a lo largo del tratamiento de los argumentos, el factor del lenguaje supone un obstáculo para hacer análisis transparentes. En las transcripciones de esta actividad se puede evidenciar esta falencia, pero para realizar el análisis se adaptan algunos de los argumentos conservando su esencia.

Un fragmento con un mayor interés para nosotros es el siguiente:

Profesor 1: vías de acceso...no (mejor escriba) vías de movilidad. Coloque ahí: “no se puede ir en contravía”, entre paréntesis “no se puede transitar en contravía”

Investigador: ¿por qué no?

Profesor 1: ¿Cómo?

Investigador: ¿por qué no se puede?

Profesor 1: por qué la flecha indica que va hacia allá, por la flecha, sino indicaría la flecha en ambos sentidos, ¿sí o no?

Investigador: ¿y si se mete en contravía?

Profesor 1: puede estrellarse, no ve que hay un accidente

Dirigiéndose hacia el Profesor 2, el Profesor 1 pregunta

Profesor 1: ¿sí o no? por eso fue el accidente, ¿sí o no?

A lo que el Profesor 2 no parece darle ningún gesto ni aprobatorio ni contradictor.

Investigador: a bueno, listo. ¿Y si no hay carros, se puede meter en contravía?

Profesor 1: no, yo no lo haría, preferiría llegar tarde

Luego de un rato el Profesor 1 se dirige al investigador

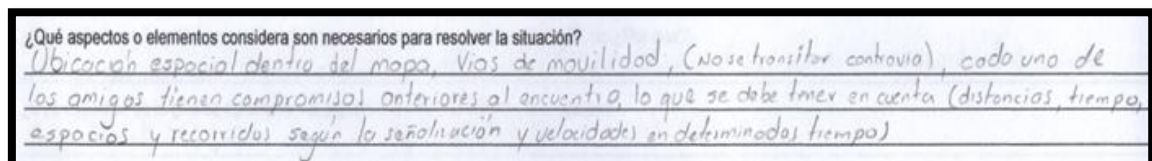
Profesor 1: es que lo que pasa es que la información es clara (señalando la guía) cuando nos dice que la señalización, o sea el sentido de la flecha, es el sentido de la vía, o sea, de la movilidad que hay

Complementando la información dada por el Profesor 1, el Profesor 2 interviene:

Profesor 2: (señalando la guía de trabajo) esa es información a tener en cuenta

Profesor 1: entonces, no podemos entrar en contravía. Por ejemplo yo no lo haría, así no hubiese ese caso, yo no lo haría

Además de quedar registrado en las transcripciones, parte de lo dicho queda registrado por escrito en la guía que realizan los profesores 1 y 2.



¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?
Ubicación espacial dentro del mapa, Vías de movilidad, (no se transitar contravía), cada uno de los amigos tienen compromisos anteriores al encuentro, lo que se debe tener en cuenta (distancias, tiempo, espacios y recorridos) según la señalización y velocidades en determinados tiempo

Este fragmento llama la atención ya que explícitamente vemos la frase que tanto se comenta en el marco de referencia: “no se puede...” en este caso, la frase sirve para descartar varias rutas, que aunque resultarían más eficientes, presentan restricciones que no permiten tomarlas (porque se infringirían reglas tanto de tránsito como del ejercicio en sí). Cuando se indaga acerca de los aspectos a tener en cuenta para resolver la situación, los Profesores 1 y 2 se refieren a que es importante el hecho de que *no se puede ir en contravía*. Ambos están de acuerdo en eso, cuentan con garantías (las flechas de las vías en el mapa, además de su experiencia personal en la calle) que les permite saber que tomar una contravía no suele ser la mejor decisión al conducir. Sin embargo, es de resaltar que una cosa es que no sea conveniente tomar una contravía (porque como nos dice el Profesor 1, se ocasionan accidentes así) y otra muy diferente

es que haya una imposibilidad física para hacerlo. Ningún automóvil tendría problemas de tipo físico (como si lo tendría una hormiga para escalar el monte Everest) para tomar hacia el sur una ruta diseñada para ir al norte, la imposibilidad en este caso –tal vez– proviene desde lo legal, ya que ir en contravía acarrea sanciones y multas.

Pero queremos ir más lejos con la afirmación, ya que luego de que el Profesor 1 nos explica que no se puede ir en contravía porque la flecha le indica el sentido en que debe ir y además ir en contravía causa accidentes, se le plantea a los Profesores 1 y 2 la pregunta *¿Y si no hay carros, se puede meter en contravía?* Con esta pregunta se busca aislar la imposibilidad legal de la contravía, ya que en el ejercicio no va a obtener una multa de tránsito, es un ejercicio hipotético en una ciudad ficticia, en la que ni siquiera se habla de manera específica que existan las multas de tránsito.

Lo relevante aquí es que ni siquiera con esos atenuantes, los Profesores 1 y 2 toman la decisión de no ir en contravía, lo que muestra que tal vez el argumento es una imposibilidad en forma de ofensa moral, porque lo que no permite ir en contravía es que eso va contra las buenas costumbres y la forma en que se debe conducir un vehículo con idoneidad y buen juicio. Observamos en la transcripción que ni siquiera teniendo una posibilidad de entrar en contravía lo hacen y muestran una buena gama de razones para no hacerlo, lo que para ellos convierte en verdadera la aserción hecha desde el comienzo “no se puede ir en contravía”.

Con el objetivo de estructurar lo argumentado por los Profesores 1 y 2 de manera más organizada durante la actividad, el argumento que han planteado para descartar la posibilidad de entrar en una vía en sentido contrario al señalado en el mapa se puede escribir a modo de preposición de la forma «Siendo P lo que es, se debe descartar cualquier cosa que suponga Q; actuar de otro modo sería R y daría lugar a S», dado que (P) es la base sobre la que se apoya la afirmación, (Q) es el curso de acción a seguir cuando ya se hizo la afirmación, (R) es la imposibilidad o impropiedad que se comete, (S) la pena o sanción que conlleva cometer (R). Con esto en mente, la preposición quedaría así:

Siendo el sentido de las vías lo que son, se debe descartar cualquier cosa que suponga ir en el sentido contrario que indican las flechas del mapa; actuar de otro modo sería

una imposibilidad legal, además de una ofensa moral y daría lugar a sanciones de tránsito. En el sentido moral representa una falta a las buenas costumbres al conducir.

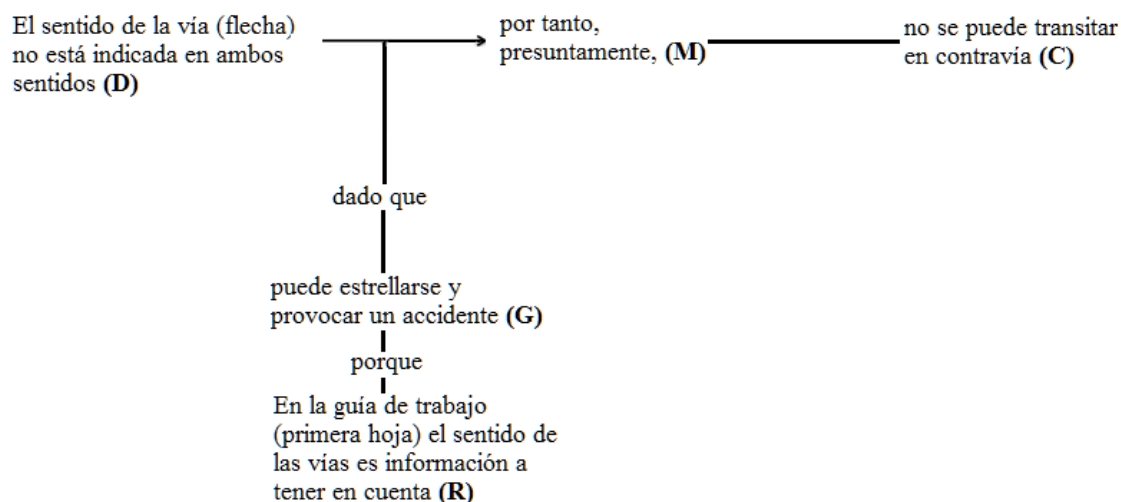
Se puede observar que la cadena de consideraciones hechas por los Profesores 1 y 2 se presentan en cierto modo disuasivas, a tal punto que no le permiten al interlocutor de sus ideas (investigador) realizar nuevos cuestionamientos al hecho de no tomar una contravía, lo que comienza a configurarse en un argumento. De ser así, deberá ser posible diferenciar sus elementos, teniendo presentes las definiciones formales de los elementos que conforman un argumento en el Modelo de Toulmin (datos, garantías, etc.) que ya han sido mencionadas en el marco de referencia del presente trabajo.

En ese sentido, el dato (D) de este argumento es que el sentido de la vía no está señalado en ambos sentido, información extraída de manera directa del mapa y que no da lugar a controversias. La conclusión (C) a la que se quiere llegar es que no se puede transitar en contravía, la garantía (G) resulta ser el hecho (hipotético) que sí se mete en contravía podría estrellar y causar un accidente, un respaldo (R) que necesitaron los Profesores 1 y 2 para convencer a su interlocutor es que en la guía de trabajo se contempla que el sentido de las vías es una información a tener en cuenta para resolver la actividad. Se considera este último un respaldo porque no hace referencia a un hecho hipotético, sino que está haciendo referencia al hecho factual que existe una parte del documento que direcciona la actividad en el que queda claro que se deben tener en cuenta el sentido de las vías (es decir, las flechas del mapa).

Añadiremos a estos elementos del argumento un matizador modal, la palabra *presuntamente*, porque los datos de los que se dispone no permiten ser tan categóricos en que los sentidos de la vía se conservan en todos los horarios, existirá la opción que algunas calles manejen un contraflujo, lo que hace necesario enfatizar en que la conclusión es correcta, pero que pueden presentarse salvedades al respecto. Por tanto, la palabra *presuntamente* resulta útil para resaltar que siempre y cuando los parámetros ya conocidos no cambien, la conclusión a la que se llega es correcta, además que para el contexto de una ciudad ficticia parece más adecuado dejar las afirmaciones con cierto grado de presunción, al no tener la posibilidad de realizarlo en concreto.

Ahora se va a organizar esta información en un esquema, para poder ver la relación entre estos elementos. A este punto, el lector habrá notado que se hizo un proceso de

adaptación del argumento, lo cual ha sido necesario en pro de la transparencia del mismo. También es de resaltar en este momento, que el lenguaje en que se da comunicación con nuestros interlocutores suele dificultar que se evidencien de manera clara los elementos del argumento que se trata de esbozar, este proceso también hace más difícil la comprensión a fondo del argumento, lo que en ocasiones hace más difuso el proceso argumentativo. El esquema quedará estructurado así:



Se observa, que esta la estructura del argumento se corresponde con los planteamientos iniciales de los Profesores 1 y 2, además que permite ver que hay una clara intención de disuadir a un interlocutor de que lo que se dice es correcto.

Las páginas anteriores han hecho referencia a un instante de la actividad, que de no haber sido grabada y documentada, es muy probable que este momento hubiese pasado desapercibido, lo que ratifica la necesidad de haber incluido en nuestra metodología la toma de videos y las transcripciones de las mismas. De igual manera, otros momentos similares han quedado registrados y son merecedores de análisis.

Los Profesores 5 y 6 dan la siguiente solución a la actividad propuesta para el mensajero de manera escrita y oral (transcripción), en la guía consignaron lo siguiente:

¿A qué hora llega aproximadamente el mensajero al punto de encuentro?:

a. A las 12:00 m
 b. Antes de la 12:00m
 c. Después de las 12:30m
 d. Entre la 12:00m y 12:30 m

✓ ¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?
las distancias, las convenciones correctas en el mapa.

✓ ¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para escoger su respuesta?
Las distancias aproximadas porque no hay una convención clara.

✓ ¿Qué razones o argumentos de su conocimiento matemático utilizó para escoger tal respuesta?
Ecuación de $v = \frac{d}{t}$

✓ ¿Considera que la información suministrada es suficiente para resolver la situación?
No

Una parte de la transcripción que se refiere a la actividad se obtiene:

Profesor 5: la distancia aproximada, porque no hay una conversión

Investigador: o sea que como que hay una cierta libertad en ciertos aspectos

Profesor 5: si, lo que hicimos fue, lo que hizo mi compañera fue medir con el lápiz esta distancia



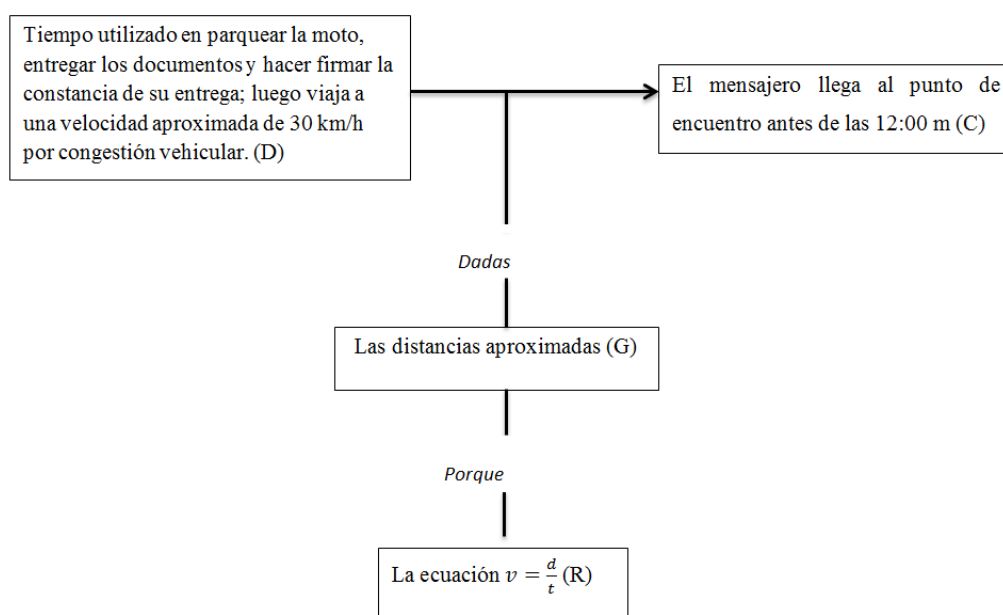
que es la única que le dan a uno y con esta, con ese patrón de medida lo usamos para medir el mapa, entonces tenemos una aproximación, no una medida muy cercana porque no hay una convención que nos de luces para poderlo resolver con exactitud, entonces la respuesta debe ser aproximada.

En esta se presenta un argumento que se llevará al esquema argumentativo de Toulmin:

Donde los datos (D) de este argumento serán: la información que se les brinda en la actividad; el tiempo utilizado en parquear la moto, entregar los documentos y hacer firmar la constancia de su entrega; luego viaja a una velocidad aproximada de 30 km/h por congestión vehicular. La aserción o conclusión (C) a la que se pretende llegar es que el mensajero llega al punto de encuentro antes de las 12:00 m, la garantía (G) que es el hecho (hipotético) las distancias aproximadas que han tomado, ya que han medido con

un lápiz una distancia conocida (del punto 1 al punto 2 hay 2 km) para luego utilizarla como patrón de medida para medir el recorrido realizado; el respaldo (R) que han utilizado la ecuación $v = \frac{d}{t}$, ya que es una justificación perteneciente a un cuerpo de leyes o teoremas, lo que la convierte en un argumento técnico. En este caso no se presenta matizador modal, ni una refutación (aunque de manera similar al anterior ejemplo se podría agregar, en este caso no se hará por la naturaleza del análisis que se hace).

Ahora se dará orden a esta información en un esquema, para observar la correspondencia entre estos elementos, el esquema será:



Es claro que en este esquema argumentativo indica cada una de las ideas estipuladas por los Profesores 5 y 6; así, también se observa el propósito de cualquier argumento, lograr convencer a una tercera persona de que lo establecido es válido.

En ese apartado de la actividad se ha realizado un análisis rápido de los elementos del argumento, pero lo que interesa es un hecho particular: *la garantía*. Se observa que la garantía utilizada (distancias aproximadas, a través de la medición con el lápiz) no ofrece la suficiente certeza para ser categóricos en la conclusión, de hecho el Profesor 5 expresa este hecho en la transcripción: “no hay una convención que nos de luces para poderlo resolver con exactitud, entonces la respuesta debe ser aproximada.” No se agregó un matizador modal en concreto, porque el mismo argumento se muestra provisional desde su planteamiento. Para darle fuerza al argumento se recurre a un

respaldo, sin que se ninguno de los profesores haya puesto en duda la conclusión a la que se llegó desde el comienzo, pero es tan manifiesta la (supuesta) debilidad de la garantía, quienes emiten el argumento ven la necesidad de mostrar el respaldo desde casi el mismo momento de dar el argumento.

Al analizar de manera pausada la actividad queda claro que las posibles alternativas de solución que se planteen pasarán de forma obligada por la estimación de distancias a partir de la única que se da de manera segura (distancia del punto 1 al 2), pero aun así los Profesores 5 y 6 parecen establecer que las estimaciones no son lo suficientemente confiables, tal vez porque en el ámbito de trabajo del matemático, los ejercicios generalmente manejan un nivel de incertidumbre bajo, comparados con otras ciencias. Ofrecer como respaldo una ecuación matemática, cuando en la actividad no se hace un énfasis en cálculos precisos muestra un afán por estructurar un argumento pulido y bien estructurado, aunque inconscientemente se olvidan de la idea que un argumento de estos no necesariamente debe recurrir a la precisión milimétrica, solamente debe estar bien hilado en términos lógicos.

La transcripción le permitió a estos profesores dar solución a la actividad, pero en una evaluación de los procedimientos hechos, ante la evidencia de la supuesta fragilidad del argumento, se podría estar tentado a decir que las conclusiones dadas sobre la actividad no son correctas. Sin embargo, como se verá en otras transcripciones, sus conclusiones acerca del mensajero son acertadas casi en su totalidad. Como en este trabajo el responder bien a la guía no es el objetivo, sino seguir la pista de los argumentos, se puede determinar que a pesar de la incertidumbre que causa la manera de enunciar el argumento, este resulta ser una herramienta útil para llegar a conclusiones correctas, solo que el lenguaje e de nuevo a jugar un papel preponderante, ya que no sonó disuasivo, aunque lo que se esbozara si fuese cierto.

En la parte final de la actividad, la forma de enunciar sus conclusiones y el argumento (aunque los procedimientos utilizados sean los mismos) cambia considerablemente, imprimiendo seguridad y claridad a lo esbozado:

Profesor 5: Hemos finalizado

Investigador: bueno, ¿más o menos cómo les quedó la guía? En términos de cada amigo, cómo les quedó, y el orden llegada

Profesor 6: Pues según nuestros cálculos, llegó primero el mensajero, luego el deportista y por último el empresario.

Investigador: así a grandes rasgos, ¿por qué?

Profesor 6: Pues el mensajero iba en moto y cuando miramos si podía desplazarse por este lado (señalando en el mapa con el dedo como se ve en la imagen) aquí le quedaría en contravía.



Entonces lo hicimos que atravesara incorrectamente la vía (refiriéndose a la discontinuidad en la vía en el punto 1, de la que ya habían discutido antes en el grupo) y no tenía represamiento, iba más rápido, la velocidad pues era constante a diferencia del empresario que si tenía un represamiento y además se demoraba más en la fábrica. Y el deportista no sabemos exactamente cuánto se demoró en el gimnasio. Pero pues también su velocidad era menor.

Investigador: Ok, listo. Entonces ustedes optaron por saltarse acá (señalando la discontinuidad de la vía en el punto 1) para poder tomar esta ruta.

Profesor 6: Para el motociclista, sí.

Investigador: ¿y por el otro lado cuál fue el impedimento?

Profesor 6: la contravía

Profesor 7: y el tráfico

Investigador: y el tráfico además

Profesor 7: y el accidente que hubo en la vía. Entonces suponemos que como no había otras indicaciones que no le permitieran hacer ciertos movimientos tanto al mensajero como al deportista, facilitó desplazarse al punto de reunión.

Es observable que ahora lo que se ofrece como garantías son los cálculo (que no muestran sino hasta que se recoge la guía, y ni aun así es claro el paso de las cuentas a la conclusión), pero para poder realizar cálculo han tenido que obtener algunas distancias, que por supuesto fueron obtenidas en las distancias aproximadas que ya habían servido de garantías, así que de todos modos siguen sustentando las afirmaciones que parecen nuevas, pero que en realidad lo que están es mejor expresadas y organizadas, por lo que un esquema de los elementos de esta trascripción se podría reducir casi que a lo mostrado anteriormente.

Ahora se tomarán los aspectos del marco de referencia que hacen mención a la argumentación a través de la graficación, ya que cuando los docentes desarrollan el punto del empresario, podemos observar situaciones como:

Profesor 1: ¿no se tiene la distancia?, más o menos uno va a estimar

Profesor 2: ¿del 1 al 2 cuanto dije que había? 2 kilómetros, o sea que sumerce si puede estimar

Profesor 1: entonces, 2, 4, 6,8, 10... (Tomando como patrón de medida el esfera para copiar la medida de dos kilómetros dados en la información inicial)

... Ahora cuando tratan de escoger la gráfica,

Profesor 1: en diez minutos recorrió 5 kilómetros, ¿sí o no? Y aquí en 10 minutos, menos de 10 minutos, es como igual, es como similar, pero toca mirarlo bien.

Profesor 2: ahora estos dos

Profesor 1: ahora miremos este... claro que es que aquí la pendiente se ve así (mueve su mano refiriéndose al que la pendiente es creciente) pero bueno... ahora en 12 kilómetros gastó 50 minutos, aquí en 12 kilómetros

Profesor 2: trata de ser igual

Profesor 1: espérame, la situación es esta (señalando una de las gráficas), vamos a mirar, hasta el momento es muy similar, vamos a mirar. A los 80 minutos de tiempo ha recorrido 12 kilómetros

Profesor 2: igual

Profesor 1: listo, vamos a mirar. Ahora, a las 2 horas y cinco minutos ha recorrido 20 kilómetros, o sea que esto lo que hicieron fue invertir los ejes, listo.

Dan solución a la pregunta *¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para escoger dicha gráfica?*

Profesor 1: la relación entre un espacio recorrido y un tiempo determinado... ¡Es lo mismo!, lo que pasa es que la ecuación es el espacio sobre tiempo, ¿sí o no?, porque es metro sobre segundo; según dada la situación física, si en términos, en fenómenos físicos, hablando en términos físicos obviamente es un espacio recorrido en un tiempo determinado, entonces por eso es así la connotación conceptual es esta, es la gráfica 1.

Profesor 2: ¿y esta? (señalando la gráfica 2)

Profesor 1: no, esta no. Generalmente esta la utilizamos para Cálculo Integral, sobre todo para hallar en Estadística o en sólidos en revolución

Esta situación, es un claro ejemplo que nos permite observar como los docentes hacen un reconocimiento de las magnitudes y las unidades de medida involucradas en la modelación de la situación, además muestran la estimación que hacen para encontrar la distancia entre el punto de partida (punto 1) y la fábrica, haciendo uso de un patrón, en este caso el esfero. Una vez teniendo estos elementos como puntos de partida, reconocen que la distancia o espacio recorrido está relacionada con el tiempo empleado en los trayectos, incluso aquí involucran el concepto de pendiente (el cual presuntamente está asociado a la relación entre el cambio en la posición y el tiempo transcurrido) ya que a pesar que no lo hacen explícito, el movimiento de la mano y el gesto que hace un profesor tratando de indicar que es creciente, (incluso tratando de convencer a su compañero), hacen indicar que se trata de una pendiente positiva.

Igualmente, se observa a través de las estimaciones con las distancias dadas como datos del problema, de la comparación de algunas razones de cambio en algunos momentos o intervalos del recorrido su relación con cada gráfica para finalmente comparar ambas

opciones gráficas, de buscar la relación entre la gráfica y la modelación de un fenómeno físico; inclusive el hecho de pensar en la representación de un modelo físico y no pensar en una modelación de “cálculo integral” o de “estadística”, como buscan razones que los lleven a seleccionar la gráfica correcta; inclusive a convencer al otro que su respuesta es la correcta.

Además, teniendo en cuenta los elementos matemáticos involucrados y descritos por los docentes en la situación, nos damos cuenta que al relacionarlos con las gráficas observan que la relación espacio-tiempo dada en cada una es la misma, salvo que se cambian los ejes coordenados, abscisas por ordenadas y viceversa, hecho que permite ver como establecen las conexiones entre los datos, los elementos de forma, los significados y la descripción gráfica.

Por lo tanto, desde la descripción hecha por los docentes, podemos observar de acuerdo al proceso de modelación-graficación que proponen Suarez y Cordero los Elementos de funcionamiento y forma, además los Elementos de modelación y construcción de conocimiento matemático, entre ellos los Significados y los Argumentos que proponen para afirmar que la gráfica seleccionada es la correcta.

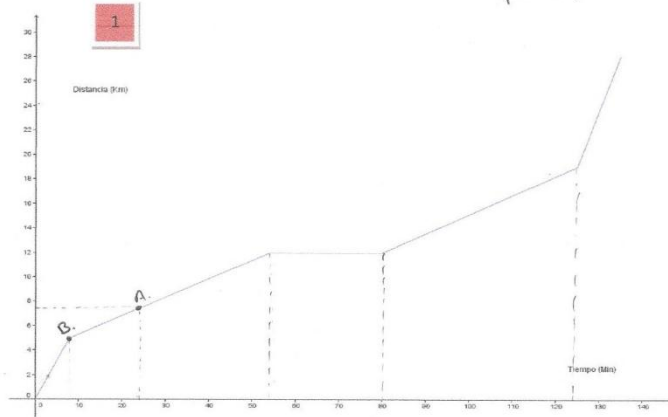
Ahora, ante la pregunta, *¿Cree usted que la gráfica seleccionada hace una ilustración a la situación? si, no ¿Por qué?* debemos destacar que todos los docentes responden afirmativamente dando justificaciones como que es la descripción más fiel del recorrido del automóvil del punto inicial a la fábrica, que las distancias del mapa y de la gráfica coinciden, o que simplemente muestra el recorrido que hace el automóvil al transcurrir el tiempo; pero hay solo uno de ellos que ante esta situación responde en forma negativa, su respuesta y justificación se observa en la imagen:

✓ ¿Cree usted que la gráfica seleccionada hace una ilustración a la situación? Sí, no ¿Por qué?
No, porque usando correctamente la información y la gráfica (mapa) suministrado debe haber obligatoriamente un cambio en la gráfica cuando se llega al punto A. Además en el punto B, no se puede demostrar un cambio de velocidad según toda la información suministrada.

Esta justificación la realiza basándose en la gráfica:

b. La gráfica que mejor describe la situación es:

1). Variación de la distancia que depende del tiempo.



Aquí se observa como para el docente cuando $t \approx 24min$, es decir el punto A debe haber un cambio en la gráfica, donde haciendo uso de los datos conocidos, los conceptos manejados y la información suministrada infiere que posiblemente hay un cambio de velocidad en este instante de tiempo, además cuando $t \approx 8min$, es decir el punto B, de acuerdo a su interpretación no debería haber un cambio de velocidad.

Lo anterior lo pudo haber justificado muy probablemente, teniendo en cuenta que entre el punto 5 y el punto 7 se da el dato que hay tráfico lento, pero no se sabe en qué parte del trayecto comienza este, por lo cual pudo haber afirmado que los datos no eran suficientes para afirmar el cambio de velocidad mostrado en la gráfica. Igualmente no es clara su justificación de un posible cambio de velocidad o de la gráfica al considerar $t \approx 24min$, aunque esto lo afirma teniendo en cuenta que en este instante de tiempo la velocidad disminuye a $10km/h$, como se observa en la imagen:

En el punto A. de la gráfica, debe haber cambio de velocidad Instantánea de acuerdo al numeral 6 de la información. (La velocidad disminuye a $10 km/h$).

EL MENSAJERO

$10 km \approx 17 min$

$10 km$

$20 min$

Por otra parte un docente afirma que ambas gráficas describen la situación (a diferencia de un par de docentes que intuitivamente afirmaron que ambas representaban lo mismo, pero se inclinaron por seleccionar solo una de ellas), por ello ante la pregunta: *La gráfica que mejor describe la situación es:* responde que:

Ambas.

Las diferencias entre las dos gráficas respecto al tiempo invertido y distancia recorrida son tan leves, y la información inicial tan limitada, que, en principio, no hay argumentos suficientes para preferir una sobre la otra.

Presentando algunas razones ante ello como:

Son prácticamente equivalentes. Las diferencias que presentan son:

- De una a la otra, se intercambiaron los ejes.
- Las escalas utilizadas en los ejes.
- El tiempo total utilizado y la distancia recorrida.

Las dos gráficas indican que hubo una detención en el desplazamiento y, además, de aproximadamente 25 minutos.

Donde se observa que diferencia las magnitudes involucradas y les asocia una unidad de medida a cada una, inclusive se logran ver los conceptos asociados que emplea para la interpretación gráfica que le permiten afirmar que ambas gráficas describen la situación, por ejemplo los cambios de velocidad, la velocidad nula en algunos intervalos, las estimaciones en el tiempo empleado teniendo en cuenta los datos dados, entre ellos la distancia y el tiempo total empleados, y el tiempo total de permanencia donde se detiene el empresario en la fábrica, elementos que le permiten inclinarse por ambas gráficas.

Igualmente cuando se le cuestiona sobre los aspectos de la gráfica que no siguen la idea fiel de la situación, este responde que:

- El tiempo desde la fábrica hasta el punto 7. Parece indicarse un mayor tiempo que el que realmente se tomaría.
- Se indican más de 25 minutos de permanencia en la fábrica.

De lo cual se puede concluir que haciendo el uso de los datos y estimando los tiempos de recorrido que le muestran las gráficas, el docente puede afirmar que las gráficas probablemente presentan algunos desfases en cuanto a los tiempos ya sean de recorrido o de permanencia en un mismo punto.

En general, en cada uno de los ejemplos que involucran la graficación, se pueden observar distintos argumentos que se enmarcan en la epistemología de la modelación-graficación, propuesta por Suarez y Cordero, donde se pueden ver los Elementos de funcionamiento y forma que dan pie al análisis de las descripciones gráficas, además de los elementos de modelación como lo son los Significados, los Procedimientos y los

Argumentos que vislumbran la interpretación y aplicación de los conceptos que realizan en torno a la gráfica y que llevan a establecer las relaciones entre estos.

CONCLUSIONES

Con la aplicación de la actividad diseñada para los docentes, se pudo observar, analizar y describir sus argumentos, destacando algunas situaciones particularmente encontradas con ayuda de la toma de videos y transcripciones a estos, tales como:

1. A pesar de que algunos problemas implican el escribir argumentos simples, debido a errores de sintaxis los docentes no le dan fuerza a sus argumentos, incluso en ocasiones les hacen perder su validez.
2. Es importante destacar que al realizar el trabajo en forma grupal, se obtuvieron algunas discusiones entre los docentes que los llevaron a resultados que se esperaban, pero el trabajo se había pensado inicialmente manejar de manera individual y quizás los resultados serían completamente diferentes.
3. Cuando se observan los videos y se hacen las transcripciones se logra ver que a pesar de que los docentes tienen la claridad de las ideas, las pueden expresar de manera incorrecta al dialogar con el colega, incluso llegando a convencerlo (a pesar que los argumentos en ocasiones no sean válidos).
4. En ocasiones cuando se carece de datos o garantías, los docentes crean sus argumentos recurriendo a estos elementos dados por su propia experiencia, o situaciones de la vida real.
5. En la descripción de los argumentos según el modelo de Toulmin, se destaca que los apartados escogidos fueron argumentos que cumplieron como mínimo con tener los elementos básicos para obtener un argumento válido, a su vez estos cumplen con la intención que debe poseer cualquier argumento: Que exista correlación entre los elementos del esquema argumentativo, que cada uno de estos cumpla con las condiciones que se indican en el marco referencial y que se logre disuadir a un interlocutor de que lo que se dice es cierto. Cabe subrayar que en el trabajo no se busca realizar una crítica sobre la veracidad de las respuestas que los docentes dan a la actividad; sino en encontrar en el proceso de desarrollo de los ejercicios, en las grabaciones de los videos todo aquel momento en el que se presente algo relacionado con las tres temáticas que se describen en el marco referencial, *Campos de argumentación y términos modales, modelo de Toulmin y Modelación -graficación*; en este proceso los docentes utilizaron estimaciones con ayuda de elementos para poder establecer distancias aproximadas, sus conocimientos matemáticos y sus estrategias para dar solución a una actividad propuesta.
6. Cuando se observan los argumentos dados por los docentes al analizar la situación del empresario donde deben recurrir a las interpretaciones conceptuales que involucra y su relación con las gráficas propuestas, se puede afirmar que así no sigan una descripción fiel al modelo de la epistemología de la modelación– graficación, si se vislumbra como hacen una interpretación general de la situación, reconociendo las magnitudes involucradas, las unidades de medida, manejando conceptos como pendiente, y la relación distancia – tiempo

que les permite dar solución a las preguntas planteadas con base en los propios argumentos o justificaciones que ellos proponen.

7. En general el trabajo nos permitió hacer una lectura e interiorización de algunos documentos que giraron en torno al proceso de argumentación y contrastarlos con los resultados encontrados en la actividad que se implementó a un grupo de docentes, de manera que se pudiera hacer una transcripción de los resultados y un análisis posterior a la luz de la teoría.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Toulmin, S. (1958). *Los usos de la argumentación*. Barcelona, España: Ediciones Península.

Cordero, F., Suárez, L. (2008). *Modelación-Graficación. Una categoría en Cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento*. México, D. F. México.

ANEXOS

Actividad aplicada a los docentes

LOS TRES AMIGOS

Nombres _____

Fecha _____

Nota: utiliza el mapa para ubicar los puntos señalados en la situación.

Tres viejos amigos (un empresario, un mensajero y un deportista) se encuentran de casualidad en la estación número 1 y luego de una corta charla se enteran que juntos asistirán a un concierto que se realizará a partir de la 1:00 p.m.(El lugar de realización del concierto es el punto 8), evento en el que deciden encontrarse, pero cada uno debe cumplir con sus compromisos profesionales antes de dirigirse al encuentro; así cada uno sale a sus destinos a las 11:00 a.m.

INFORMACIÓN A TENER EN CUENTA:

- Del punto 1 al punto 2 hay 2 km
- En la carretera que pasa por el frente de las fábricas y en las zonas verdes está prohibido el paso peatonal, el peatón solo puede pasar por las canchas deportivas.
- Señalización (sentido) de las vías.
- La velocidad promedio en la ciudad para vehículos es de 40 km/h
- La velocidad promedio en la ciudad para motos es de 35 km/h

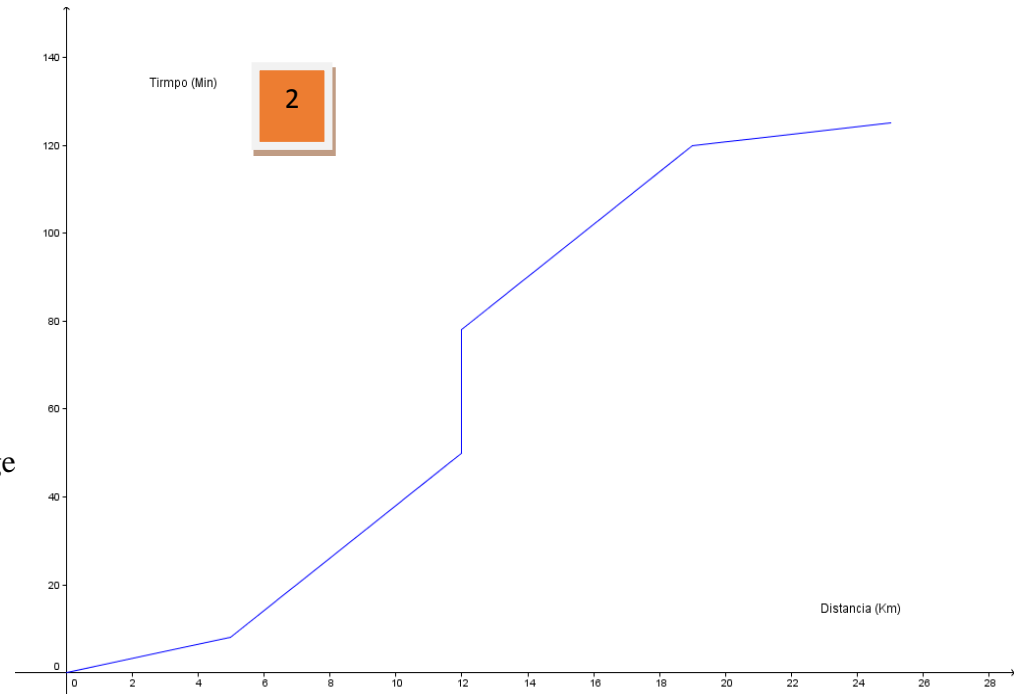
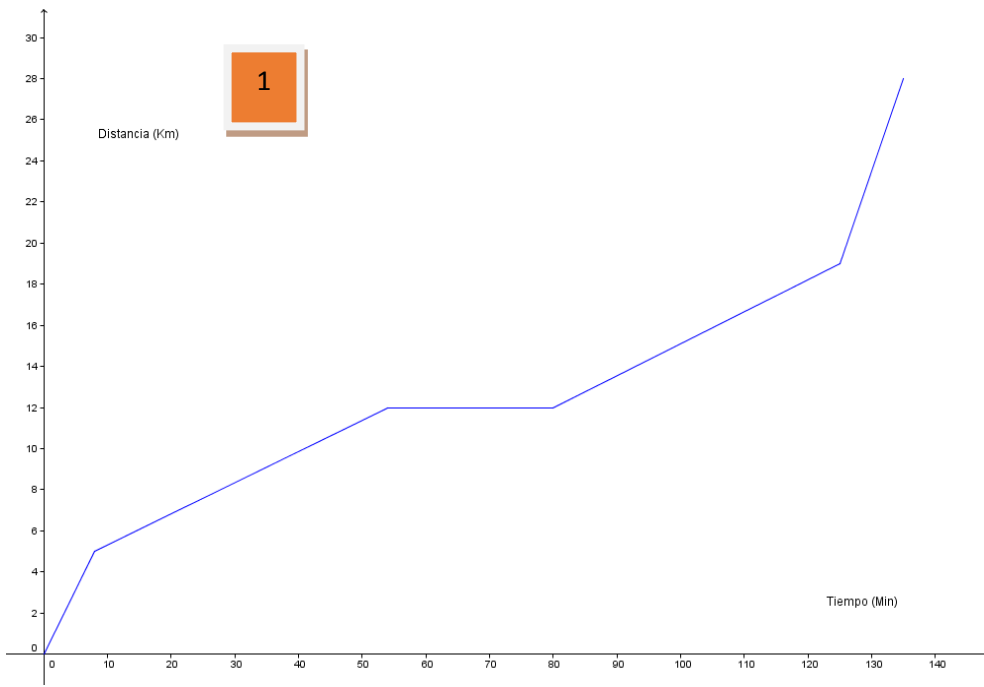
- Hay un accidente del punto 5 al punto 7 hacia las 10:00 am, por lo cual hay tráfico lento (de aproximadamente 10 km/h) para autos y restricción de transito de motos hasta las 2:00 p.m.

EL EMPRESARIO

El empresario se dirige hacia la fábrica en su automóvil, estando allí tarda 25 minutos entregando y firmando algunos informes e inmediatamente se dirige hacia el punto de encuentro. Teniendo en cuenta el mejor recorrido que pueda realizar el empresario (con base en la información del mapa).

- a. ¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?

- b. La gráfica que mejor describe la situación es:



a escoge

✓ ¿Qué razones o argumentos de su conocimiento matemático utilizó para escoger tal gráfica?, ¿Por qué?

✓ ¿Cree usted que la gráfica seleccionada hace una ilustración a la situación? Sí, no ¿Por qué?

✓ ¿Qué aspectos de la gráfica considera no siguen la descripción fiel de la situación?

EL MENSAJERO

El mensajero se dirige inicialmente al centro comercial a entregar unos documentos en su motocicleta, en este lugar dura 20 minutos; mientras parquea la moto, entrega los documentos e hizo firmar la constancia de su entrega; luego se dirige al punto de encuentro con sus amigos, pero viaja a una velocidad aproximada de 30 km/h por congestión vehicular.

¿A qué hora llega aproximadamente el mensajero al punto de encuentro?:

- a. A las 12:00 m
- b. Antes de la 12:00m

- c. Después de las 12:30m
- d. Entre la 12:00m y 12:30 m

✓ ¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?

✓ ¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para escoger su respuesta?

✓ ¿Qué razones o argumentos de su conocimiento matemático utilizó para escoger tal respuesta?

✓ ¿Considera que la información suministrada es suficiente para resolver la situación?

EL DEPORTISTA

El deportista se dirige primero al gimnasio, este recorrido lo hace trotando a una velocidad aproximada de 10km/h, allí recoge unos implementos deportivos y se va hacia el lugar del evento a una velocidad de 8km/h.

✓ ¿Qué tiempo tardó el deportista en realizar todo su trayecto hasta llegar al punto de encuentro?

✓ ¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?

✓ ¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para formular su respuesta?

✓ ¿Qué razones o argumentos de su conocimiento matemático utilizó para establecer su respuesta?

✓ ¿Considera que la información suministrada es suficiente para resolver la situación?

CONCIERTO

Teniendo en cuenta los recorridos hechos por los tres amigos, ¿Cuál fue el orden de llegada al evento?

¿Qué aspectos o elementos considera son necesarios para resolver la situación?

✓ ¿Qué razones dadas en el ejercicio, mapa o encontradas a través de la actividad utiliza para formular su respuesta?

✓ ¿Qué razones o argumentos dados por su conocimiento matemático utilizó para establecer su afirmación?

✓ ¿Considera que la información utilizada en su afirmación es suficiente para resolver la situación? Si su respuesta es sí, ¿por qué?, si su respuesta es no, ¿Qué elementos agregaría?



Transcripciones de los videos sobre la aplicación de la actividad

Video P1010738

En general se percibe que inicialmente los docentes realizan un detallado análisis de la información que se les brinda en la actividad como herramienta para su desarrollo.

Grupo 1 Empresario

El profesor 2 realiza la lectura del inicio de la actividad (información dada de apoyo), en el transcurso de esta lectura, el profesor 1 señala los puntos que se nombran en el mapa e indica un posible recorrido señalándolo con un esfero.

Profesor 2: hay toca mirar cuanto se demoró desde donde estaba hasta la fábrica

Profesor 1: o sea desde el punto 2 hasta el punto 7 más o menos.

Profesor 2: teniendo en cuenta que hay tráfico lento

Profesor 1: ¿si por qué hay que?, hay un accidente ahí

Profesor 2: si, y estando allí tarda 25 minutos

Profesor 1: ¿y para estar allá?

Profesor 2: y para esta allá se demora 25 minutos, en la parte del trabajo... entregando y firmando

Profesor 1: pero dice que demora 10km/h

Profesor 2: pero no tiene la distancia

Profesor 1: ¿no se tiene la distancia?, más o menos uno va a estimar

Profesor 2: ¿del 1 al 2 cuanto dije que había? 2 kilómetros, o sea que sumerce si puede estimar

Profesor 1: entonces, 2, 4, 6,8, 10... (Tomando como patrón de medida el esfero para copiar la medida de dos kilómetros dados en la información inicial)

Dan solución al ejercicio de la siguiente manera:

Profesor 1: vías de acceso...no (mejor escriba) vías de movilidad. Coloque ahí: “no se puede ir en contravía”, entre paréntesis “no se puede transitar en contravía”

Investigador: ¿por qué no?

Profesor 1: ¿Cómo?

Investigador: ¿por qué no se puede?

Profesor 1: por qué la flecha indica que va hacia allá, por la flecha, sino indicaría la flecha en ambos sentidos, ¿sí o no?

Investigador: ¿y si se mete en contravía?

Profesor 1: puede estrellarse, no ve que hay un accidente

Dirigiéndose hacia el Profesor 2, el Profesor 1 pregunta

Profesor 1: ¿sí o no? por eso, fue el accidente, ¿sí o no?

A lo que el Profesor 2 no parece darle ningún gesto ni aprobatorio ni contradictor.

Investigador: a bueno, listo. ¿Y si no hay carros, se puede meter en contravía?

Profesor 1: no, yo no lo haría, preferiría llegar tarde

Luego de un rato el Profesor 1 se dirige al investigador

Profesor 1: es que lo que pasa es que la información es clara cuando nos dice que la señalización, o sea el sentido de la flecha, es el sentido de la vía, o sea, de la movilidad que hay

Complementando la información dada por el Profesor 1, el Profesor 2 interviene:

Profesor 2: esa es información a tener en cuenta

Profesor 1: entonces, no podemos entrar en contravía. Por ejemplo yo no lo haría, así no hubiese ese caso, yo no lo haría

Investigador: listo

Continúan dando solución a la actividad

Profesor 1: cada uno de los amigos tiene compromisos que cumplir antes de encontrarse.

Ahora Para escoger la gráfica que da solución al ejercicio analizan detalladamente el movimiento que cada una de estas expresa (el profesor 1 observa la gráfica 1 y su compañero la otra gráfica y van comparándolas en conjunto):

Profesor 1: en diez minutos recorrió 5 kilómetros, ¿sí o no? Y aquí en 10 minutos, menos de 10 minutos, es como igual, es como similar, pero toca mirarlo bien.

Profesor 2: ahora estos dos

Profesor 1: ahora miremos este... claro que es que aquí la pendiente se ve así (mueve su mano refiriéndose al que la pendiente es creciente) pero bueno... ahora en 12 kilómetros gastó 50 minutos, aquí en 12 kilómetros

Profesor 2: trata de ser igual

Profesor 1: espérame, la situación es esta (señalando una de las gráficas), vamos a mirar, hasta el momento es muy similar, vamos a mirar. A los 80 minutos de tiempo ha recorrido 12 kilómetros

Profesor 2: igual

Profesor 1: listo, vamos a mirar. Ahora, a las 2 horas y cinco minutos ha recorrido 20 kilómetros, o sea que esto lo que hicieron fue invertir los ejes, listo.

Dan solución a la pregunta *¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para escoger dicha gráfica?*

Profesor 1: la relación entre un espacio recorrido y un tiempo determinado

...

Profesor 1: es lo mismo, lo que pasa es que la ecuación es el espacio sobre tiempo, ¿sí o no?, porque es metro sobre segundo; según dada la situación física, si en términos, en fenómenos físicos, hablando en términos físicos obviamente es un espacio recorrido en un tiempo determinado, entonces por eso es así la connotación conceptual es esta, es la gráfica 1.

Profesor 2: ¿y esta? (señalando la gráfica 2)

Profesor 1: no, esta no. Generalmente esta la utilizamos para Cálculo Integral, sobre todo para hallar en Estadística o en sólidos en revolución.

Profesor 1: ¿Cree usted que la gráfica seleccionada hace una ilustración a la situación? Sí, no ¿Por qué?

Grupo 2Empresario

En el momento de escoger cual es la gráfica que mejor representa la situación del mensajero se observa un detallado análisis de las dos graficas por parte de los docentes de la siguiente manera:

Profesor 3: pero, ¿cuál de las dos describe mejor la situación?

Profesor 4: pues el tiempo, va en el eje de las ordenadas

Luego el profesor 4 se dirige hacia el investigador

Profesor 4: Acá está el eje de las abscisas, acá dice que es distancia y acá el tiempo (señalando cada una de las gráficas respectivamente)

Investigador: con las variables que estén ahí.

Profesor 4: pues normalmente o por lo regular el tiempo va en las abscisas

Profesor 3: pero no necesariamente

Profesor 4: pero si lo cambiamos y miramos, ahh no, no es una noción igual

Profesor 3: no son iguales

Profesor 4: noo

Profesor 3: pero, como yo le decía estamos manejando dos kilómetros, entonces.... Va a una velocidad constante, digámoslo 40 km/h, entonces al manejar esa velocidad constante cuanta distancia va a recorrer en este sentido (marcando el camino con un esfero)

A lo que el profesor 4 (mueve la cabeza afirmando esta idea).

Entonces por eso yo le decía, teniendo la velocidad podríamos mirar la distancia recorrida; lo único es que en este punto (indicándolo), ya empieza el tráfico lento, hay va disminuyendo, entonces si nosotros vemos la pendiente de esta situación, el tiempo va transcurriendo, pero la pendiente va aumentando, acá es como si fuera aumentando su distancia cuando el trafico viene lento (mostrando la gráfica), entonces acá va aumentando la velocidad que es una ubicación constante, es decir, que el trayecto, el recorrido va hacer constante y va ir aumentando, que sucede cuando empieza el tráfico lento, la distancia empieza a disminuir y el tiempo empieza a aumentar, entonces digamos que acá la pendiente me indicaría que la velocidad como constante ...

Profesor 4: entonces digamos que en este punto ¿qué me indica? (señalando)

Profesor 3: ¿que el auto se quedó quieto?, eso es tiempo (indicando), sí que el auto se detuvo. Claro que en este el auto se pudo detener y transcurrirle el tiempo, los 25 minutos que él estuvo allá.

Profesor 4: pues venga miramos cuanto tiempo es

Luego de un rato el profesor 4 se dirige al investigador

Profesor 4: ¿cierto? estas graficas están mostrando lo mismo, simplemente que acá me cambian el tiempo las abscisas y acá me lo cambia en ordenadas (señalando la gráfica respectiva para cada caso). Pero la gráfica me está mostrando exactamente lo mismo.

Investigador: usted, ¿está de acuerdo con eso?

Profesor 3: no

Investigador: ¿Porque?

Profesor 3: a mí me parece que los tramos, en algunos tramos se ve el recorrido del tráfico lento.

Investigador: como están trabajando en grupo deberían, como hay una solo guía les toca ponerse de acuerdo de alguna manera, ¿Cómo harían?, ¿cómo usted la convence a ella de eso que está diciendo? O viceversa

Profesor 4: pues ella me dice que acá, en este tramo (indicando con sus manos)

Hay una mayor pendiente, por lo tanto que aumento su velocidad por decirlo, ¿sí?

Profesor 3: si

Profesor 4: que recorrió más distancia en menos tiempo, pero eso estaría bien si la distancia estuviera acá y el tiempo estuviera acá (mostrando con su mano los lugares).

Profesor 3: pero en este otro tramo

Investigador: y usted ¿Cómo lo convence a él?

Profesor 3: yo como lo convenzo a él

Investigador: bueno antes de seguir, ¿Qué le iba a decir de ese tramo? (señalando)

Profesor 3: que ese tramo con lo referente, bueno hay dice que, esos son los 25 minutos que él tarda en la fábrica firmando los papeles y luego sigue su recorrido para llegar al punto 8, entonces una pregunta mía es (se dirige al mapa) nosotros miramos en el mapa y pues ¿aquí sería la fábrica? (señalando)

Investigador: aja

Profesor 3: todavía tendría un tramo, al salir otra vez se tendría tráfico lento, entonces (se dirige a la gráfica de apoyo a su posición), entonces para mí sigue siendo el mismo punto y en este punto (se dirige al mapa) llegaría a un punto que está disfrutando del concierto o algo así.

Grupo 3 Empresario

En búsqueda de los posibles caminos que podría tomar el empresario del punto de partida a la fábrica se da la siguiente conversación:

Profesor 5: del punto 5 al punto 7 hay un accidente

Profesor 6: acá, ¿cómo hace uno para pasar?

Profesor 5: por acá se puede ir (señalando en el mapa)

Profesor 6: por acá (Señalando en el mapa) si

Profesor 5: yan, yan, yan ...y llega a la fábrica

Profesor 6: entonces, ¿no se puede ir por acá?

Profesor 5: también... y llega a la fábrica

Profesor 6: acá no se ve...

Investigador: no, entre el 1 y el 3 no... Está rotica la vía

Profesor 6: no se puede.

Profesor 5: ¿aquí sí puede pasar?

Investigador: hay sí, acá por eso hay una casita en la mitad (señalando en el mapa), como una estación.

Profesor 6: no, le toca por acá (señala)

Profesor 5: no hay de otra

Profesor 6: pero hay trancón

Para la elección de la gráfica se observa el profesor 6 tratando de medir con un esfero

Profesor 5: no necesariamente los puntos me indiquen estos cambios velocidad (relaciona el mapa con las gráficas)

Profesor 6: pero esto si es constante

Profesor 5: esto es pasa el tiempo y

Profesor 6: y está quieto

Profesor 5: si permanece quieto

Mensajero

Profesor 5: acá, ni en carro, ni en moto, a pie si obviamente

Investigador: la vía esta partida en ese sentido, entonces en carro no habría una posibilidad

Profesor 6: y en moto si

Profesor 5: posiblemente si

Investigador: posiblemente si, si lo ven como una posibilidad

Profesor 5: porque no hay acceso al centro comercial si lo hago a través de acá (señalando el recorrido)

Profesor 6: digamos, lo importante es que ustedes tomen como referente lo que visualmente se ve.

Grupo 5: Empresario

El docente de este grupo trabajo la actividad de manera individual; se dirige al investigador para resolver sus preguntas sobre el ejercicio.

Profesor 9: ...Todas las vías van hacia el norte y él está en la fábrica

Investigador: esta es la fábrica (señala)

Profesor 9: por eso, ¿cómo va ir al punto de encuentro? Si el punto de encuentro es el punto 1

Investigador: ¿el punto de encuentro cuál es?

Profesor 9: el 1

Investigador: el 1, no

Profesor 9: no (se dirige nuevamente a leer la información del ejercicio)

El profesor al momento de elegir la gráfica que mejor describe la situación, se dirige al investigador

Profesor 9: ¿cuál situación?

Investigador: toda la situación

Profesor 9: ¿anterior?

Investigador: si, todo que se esboza antes

Profesor 9: aquí la parte anterior (muestra donde)

Investigador: todo lo que se habla acá (señala), por eso habla del empresario, toda la situación del empresario, esa va a hablar exclusivamente de él, ¿listo?

Profesor 9: si pero, para mí que falta esa información aquí

Investigador: por eso lo pusimos con subtítulos; entonces hay solo vamos hablar del empresario, aquí solo del mensajero, aquí solo del deportista

Profesor 9: ahh ya

Investigador: listo

Video P1010738

Grupo 1

Se dirigen a dar solución a la actividad propuesta para el empresario

Profesor 1: O sea que de aquí acá, ¿cómo va el motociclista?, o sea que de aquí acá hay 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 kilómetros, hay nueve kilómetros del punto uno hasta el centro comercial, al parecer nueve kilómetros. Estimando, no.

Profesor 2: nueve kilómetros

Profesor 1: pero de ahí para allá debe haber 1, 2, 3, 4, 5, 6 kilómetros. Del centro comercial al punto de encuentro hay 6 kilómetros, pero del punto uno al centro comercial hay nueve kilómetros. Pero la velocidad del punto uno al centro comercial no es igual a la velocidad que tiene del centro comercial al punto de encuentro, ya que baja por restricción de movilidad, creo que hay una que dice en la información.

Profesor 2: La velocidad promedio en la ciudad para motos es de 35 km/h (observando en la actividad)

Profesor 1: 35 kilómetros y ¿cuantos kilómetros le había dicho? , ¿Nueve?

Profesor 2: si

Profesor 1: nueve, en 35...9x4, 36... 4 punto algo, o sea que demora 4 minutos.

Profesor 2:.....

Profesor 1: ah no ¿35 km/h?

Profesor 2: si

Profesor 1: ¿son 35 kilómetros en una hora?

Profesor 2: ----

Profesor 1: claro, entonces ¿se debe demorar qué? No, no, está mal. Lea la información que estamos leyendo mal

Profesor 1: si en una hora, 30 minutos, ¿en 30 minutos?, 15 minutos, se demora un cuarto de hora. Estimando bien se demora un cuarto de hora. A esa velocidad entre el punto 1 y el punto 9 se demora 15 minutos. Más o menos 15 minutos. Nooo, menos. Son nueve kilómetros, si 35 km es 1 hora, en media hora son 17,5, o sea que en la mitad de eso... si hay 15 minutos, si está bien. Ahora....

Entre **los grupos 3 y 4** se crea la siguiente discusión:

Profesor 6: ¿Por dónde va?, (la profesora 7 indica en el mapa) aquí están

Profesor 7: si mire, aquí esta... chun chun chun (continua señalando el camino mientras que el profesor 5 dice)

Profesor 5: por ahí, pero es que ahí hay una casa, aquí no hay vía

Profesor 6: no hay vía para la moto

La Profesora 7 se dirige a observar el mapa detalladamente

Profesor 5: pues no hay una vía vehicular

Profesor 7: pero va en moto, claro va en moto; porque él dice que llegó ahí en moto y guardó la moto.

Profesor 5: se tele transporto

Profesor 6: al punto 1

Profesor 7: noo, dice que llevo al centro comercial

Profesor 6: pero es que todos salieron del punto 1

Profesor 7: por eso, pero en la esta dice que guardo la moto, dice que tardo 20 minutos en guardar la moto.

Profesor 5: en el centro comercial (afirmando con la cabeza)

Profesor 6: en el centro comercial la guardó

Profesor 7: por eso, o sea si se fue en moto y se demora 20 minutos mientras parquea la moto, entrega los documentos, o sea que si llevo en moto.

Profesor 6: si claro, llevo en moto; pero entonces le toca pasarse por entre los andenes de la calle porque ahí no hay vía vehicular.

Profesor 7: usted no cree que una motico ahí llega y hace este pedacito

Profesor 6: si claro yo le decía a Andrés, cualquier motociclista pues se sube al andén

Profesor 5: pues sería la única alternativa porque la única restricción es para los peatones y las vías tienen ese mismo sentido.

Investigador: o sea que ¿es viable lo que dice Ángela?, que si puede ser que se haya brincado ahí.

Profesor 6: desde punto de vista de motociclista, si

Investigador: ahhh ok

Profesor 6: y de motociclista de Bogotá, si

Profesor 5: es más atravesaría todo y llegaría (marcando en el mapa)

Profesor 8: yo me iría por acá

Profesor 6: mire ella es motociclista

Profesor 8: yo haría esto,... por la ciclo ruta me mando por acá y por...la vía peatonal se puede hacer y ya

Profesor 5: por acá (indicando con su mano)

Profesor 8: acá, acá, acá... (Señalando el camino que tomaría)

Profesor 7: acá mire acá, póngale que solamente se salte este pedacito y el resto si lo hace sin ningún cambio y mire ya llego (muestra todo el camino hasta el centro comercial).

Profesor 5: es que eso era lo que estábamos pensando

Profesor 6: pero es que nosotros cumplimos más las normas de transito

Profesor 5: solo que hay no dice que no se pueda

Profesor 7: no, hay no dice

El grupo 3 responde ala pregunta ¿Qué razones dadas en el ejercicio y/o en el mapa utiliza para escoger su respuesta?

Profesor 5: la distancia aproximada, porque no hay una conversión

Investigador: o sea que como que hay una cierta libertad en ciertos aspectos

Profesor 5: si, lo que hicimos fue, lo que hizo mi compañera fue medir con el lápiz esta distancia que es la única que le dan a uno y con esta, con ese patrón de medida lo usamos para medir el mapa, entonces tenemos una aproximación, no una medida muy cercana porque no hay una convicción que nos de luces para poderlo resolver con esa actitud, entonces la respuesta debe ser aproximada.

....

Profesor 6: no porque nos hace falta los 20 minutos que estuvo ahí, más lo que se demoró en recorrer hasta el punto de encuentro

Profesor 5: ahh si

Profesor 6: porque hay es la distancia que se demoró en llagar al centro comercial.

En la conclusión de la actividad (que se realizó el 22 de septiembre), se genera la siguiente conversación que entre el investigador y los Profesores 5,6 y 7.

Profesor 5: Hemos finalizado la labor

Investigador: ¿listo?

Profesor 5: Hemos finalizado

Investigador: bueno, ¿más o menos cómo les quedó la guía? En términos de cada amigo, cómo les quedó, y el orden llegada

Profesor 6: Pues según nuestros cálculos, llegó primero el mensajero, luego el deportista y por último el empresario.

Investigador: así a grandes rasgos, ¿por qué?

Profesor 6: Pues el mensajero iba en moto y cuando miramos si podía desplazarse por este lado (señalando en el mapa con el dedo como se ve en la imagen) aquí le quedaría en contravía.



Entonces lo hicimos que atravesara incorrectamente la vía (refiriéndose a la discontinuidad en la vía en el punto 1, de la que ya habían discutido antes en el grupo) y no tenía represamiento, iba más rápido, la velocidad pues era constante a diferencia del empresario que si tenía un represamiento y además se demoraba más en la fábrica. Y el deportista no sabemos exactamente cuánto se demoró en el gimnasio. Pero pues también su velocidad era menor.

Investigador: Ok, listo. Entonces ustedes optaron por saltarse acá (señalando la discontinuidad de la vía en el punto 1) para poder tomar esta ruta.

Profesor 6: Para el motociclista, sí.

Investigador: ¿y por el otro lado cuál fue el impedimento?

Profesor 6: la contravía

Profesor 7: y el tráfico

Investigador: y el tráfico además

Profesor 7: y el accidente que hubo en la vía. Entonces suponemos que como no había otras indicaciones que no le permitieran hacer ciertos movimientos tanto al mensajero como al deportista, facilitó desplazarse al punto de reunión.

Profesor 7: a las calles no dan como salidas, o sea (realiza un gesto con las manos que hace entender que está como encerrado el camino)

Profesor 6: el motociclista podría llegar hasta el punto 7, pero él necesitaba ir al centro comercial, entonces (señalando el mapa) se encuentra una contravía

Profesor 7: mire ese caminazo, le tocaba coger era por acá (señalando el mapa), por eso... las calles... no había doble. Se necesitaban las calles dobles.

Investigador: era completamente necesario para... facilitar

Profesor 7: pues completamente necesario no, pero para facilitar la llegada sí. Porque es que aquí (señalando caminos en el mapa) chun... chun... y aquí se encuentran dos... (Refiriéndose a que existe una parte de las vías en el que todas las rutas convergen en ese punto)

