DESCRIPCIÓN DE LOS ARGUMENTOS LOGRADOS POR ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO AL REALIZAR UNA TAREA DE GENERALIZACIÓN.

ELIZABETH MUÑOZ RAMÍREZ CÓDIGO: 2014182021
MILTON ALEJANDRO QUEVEDO LEANDRO CÓDIGO: 2014182029

TRABAJO DE GRADO PARA OBTENER EL TÍTULO DE ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ASESOR: DIEGO FERNANDO IZQUIERDO R.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
OCTUBRE 2014
BOGOTÁ D.C.

“Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido de trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los créditos respectivos”

Acta

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado ***"Descripción de los argumentos logrados por estudiantes de grado noveno al realizar una tarea de generalización"*** Presentado por los estudiantes:

Elizabeth Muñoz Ramírez - 2014182021
Milton Alejandro Quevedo Leandro -2014182029

Como requisito parcial para optar al título de **Especialización en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigno la calificación de **Aprobado** con **47** puntos.

Observaciones: ______________________________

En constancia se firma a los 01 días del mes de diciembre de 2014.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a) ______________________
DIEGO IZQUIERDO

Jurado:

Profesor(a) ______________________
ALBERTO DONADO

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN- RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado.
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Descripción de los Argumentos Logrados por Estudiantes de Grado Noveno al Realizar una Tarea de Generalización.
Autor(es)	Muñoz Ramírez Elizabeth; Quevedo Leandro Milton Alejandro.
Director	Izquierdo Rodríguez Diego Fernando.
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 2014.50 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Argumentación, Generalización, Modelo de Toulmin.

2. Descripción
El presente trabajo es desarrollado con un grupo de estudiantes de grado noveno, del sector privado, en la ciudad de Bogotá y tiene como finalidad describir los argumentos logrados por dichos estudiantes al realizar una tarea de generalización. El interés de desarrollar dicho trabajo, parte de la importancia actual de incluir en las clases de matemáticas procesos, practicas, actividades y tareas que promuevan la actividad argumentativa, tal y como lo manifiestan el Ministerio de Educación Nacional MEN (1998), MEN (2006) y algunos docentes

en la práctica. Asimismo, se tiene en cuenta algunas problemáticas observadas desde la práctica docente en grado noveno, asociadas a la presentación de argumentos y contra argumentos (por parte de los estudiantes) al realizar actividades matemáticas, problemáticas también manifestadas ampliamente en SED (2007).

Dado lo anterior se ha rediseñando y propuesto una tarea (ver anexo C) sobre generalización, con la que se pretende reconocer y describir los argumentos que presentan los estudiantes durante el proceso de resolución de la tarea, teniendo en cuenta que dichos argumentos son analizados en base modelo argumentativo propuesto por Toulmin (2007).

Con la realización de dicho trabajo, también se espera que proporcione herramientas para aquellos docentes que decidan continuar con el fortalecimiento de la argumentación en clases de matemáticas y en parte a la transformación de la práctica pedagógica.

3. Fuentes

Referencias sobre razonamiento:

Cañadas (2007), M.E.N. (1998), M.E.N. (2006), Peirce (1901), Rico (1997).

Referencias sobre generalización:

Cañadas, Castro y Castro (2012), Mason (1996), Mason (1985), Mason, Graham & Johnston (2005), MEN (2006), Radford (2010), Pólya (1966)

Referencias sobre argumentación:

Crespo (2010), Duval (1999), Icfes (2013), Izquierdo y Granados (2012), MEN (1998), Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. (2012), Platin (2001), SED

(2007), Toulmin (2007), Toulmin (1958), Toulmin, Rieke & Janik (1979).

4. Contenidos

La estructura de este trabajo está conformada por cinco capítulos. En el primer capítulo se realiza una descripción del planteamiento del problema, en el que se da a conocer la importancia de incluir en las clases de matemáticas la práctica argumentativa por parte de los estudiantes, así como algunas dificultades que estos presentan a la hora de dar a conocer sus argumentaciones, cuando se les pide que justifiquen sus respuestas frente a una tarea matemática. Adicional a esto, se presentan los objetivos que se pretenden alcanzar con la realización de este trabajo.

En el segundo capítulo se presenta el marco de referencia que orienta teóricamente el desarrollo del trabajo, partiendo del proceso de razonamiento como eje articulador entre la tarea propuesta, el proceso de generalización, y la argumentación. Continuando con el proceso de generalización, debido a que la tarea a realizar por los estudiantes es en base este proceso y que la generalización será el medio usado para provocar la actividad argumentativa en el aula y por último se presenta como referente la argumentación y el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (2007), puesto que, con estos se pretende obtener las herramientas necesarias para describir los argumentos logrados por los estudiantes.

En el tercer capítulo se hace énfasis en la metodología, en ella se da a conocer el tipo de población con la que se desarrolló la tarea, así como los medios usados para la recolección, interpretación, descripción y análisis de la información.

En el cuarto capítulo se da a conocer el análisis realizado entorno a las producciones de los estudiantes y por ende a las argumentaciones que subyacen al desarrollo de la tarea. De igual forma se describe la estructura que poseen los argumentos logrados por los estudiantes.

En el quinto y último capítulo se presentan las conclusiones de este trabajo que están encaminadas a dar cuenta de lo que se logró con los estudiantes en relación al proceso de argumentación, de la pertinencia de la tarea realizada y del papel desempeñado por el docente en la interacción entre el estudiante y la tarea.

5. Metodología

La metodología desarrollada en este trabajo pretende describir el tipo de investigación, la población con la que se trabajó, dar a conocer el proceso llevado a cabo para el diseño e implementación de la tarea, así como, los medios usados para la interpretación y análisis de los resultados obtenidos durante su realización.

El tipo de investigación corresponde a un estudio de tipo cualitativo, dado que lo pretendido es describir los argumentos logrados por los estudiantes cuando se enfrentan a una tarea de generalización. El desarrollo de dicha tarea fue llevado a cabo con estudiantes de grado noveno, con edades entre los 14 y los 16 años, vinculados a una institución de carácter privado en la ciudad de Bogotá.

En el diseño de la terea se tuvo en cuenta la realización de dos pruebas piloto (realizadas con estudiantes de otra institución con características similares), con las que se pretendía evidenciar su viabilidad y la posible estructura de las preguntas a formular en la tarea definitiva. La tarea definitiva fue tomada de Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. (2012), y rediseñada de acuerdo a lo observado en las pruebas piloto. La tarea fue implementada en clase de matemáticas y tuvo una duración de aproximadamente dos horas y media.

Los medios usados para la interpretación de la información fueron: las producciones escritas por los estudiantes de forma individual, las producciones escritas por los estudiantes de forma grupal (carteleras), registros fílmicos, que posteriormente fueron usados para su análisis.

6. Conclusiones

De acuerdo a las producciones de los estudiantes y en relación a los objetivos propuestos se puede concluir, que los argumentos logrados por los estudiantes presentan tres estructuras diferentes, cuando la aserción corresponde a un caso particular, el garante es un patrón; cuando la aserción corresponde a un caso particular, el garante es una generalización manifestada en forma verbal o simbólica y; cuando la aserción corresponde a un caso particular, el garante es una generalización presentada en forma verbal o simbólica.

Las tareas asociadas a procesos de generalización posibilitan la producción de argumentos, dado que al observar la secuencia gráfica en búsqueda de regularidades, los estudiantes pueden evidenciar algún patrón o regla general que les permitirá concluir sobre casos particulares y/o sobre casos generales. Cuando el estudiante se encuentra en este proceso, intenta convencerse a sí mismo y convencer a otros sobre sus hallazgos para lo cual debe presentar sus explicaciones y justificaciones.

En relación al papel del docente, se destaca la importancia de la interacción que promueve entre la tarea y el estudiante, dado que al ser mediador, permite que sea el estudiante quien construye sus propios argumentos basados en

evidencias y razones que le proporciona la tarea.

Elaborado por:	Elizabeth Muñoz Ramirez. Milton Alejandro Quevedo Leandro.
Revisado por:	Diego Fernando Izquierdo R.

Fecha de elaboración del Resumen:	20	10	2014

CONTENIDO

ILUSTRACIONES

NO SE ENCUENTRAN ELEMENTOS DE TABLA DE ILUSTRACIONES.

TABLAS

ESQUEMAS

FIGURAS

INTRODUCCIÓN

El trabajo que se presenta a continuación pretende describir los argumentos logrados por los estudiantes de grado noveno del Instituto Henao y Arrubla al enfrentarse a una tarea de generalización, Utilizando como herramienta el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (2007).

Para ello se ha dispuesto de cinco capítulos, en los que se pretende exponer la estructura de esta propuesta.

En el Capítulo uno se detalla la descripción del problema, en el cual se justifica la problemática por el cual se decidió realizar este trabajo. Luego se presentan los objetivos del trabajo.

En el Capítulo dos se desarrolla el marco teórico que fundamenta el trabajo. Se afianzan los referentes teóricos y como se toman y aplican en el estudio. La organización de este capítulo se hace en torno a la actividad demostrativa que encierra las acciones propias de la justificación en matemáticas, encaminadas a la producción de conjeturas y verificación de las mismas desde la perspectiva del modelo reducido de Toulmin y las investigaciones acerca del razonamiento, la generalización y la argumentación.

En el Capítulo tres se presenta en detalle el diseño metodológico del trabajo. Se describe el tipo de investigación, el grupo de estudiantes con los que se trabajó, la tarea propuesta, los instrumentos empleados para la recolección de la información y las fases de la investigación en las cuales se manifiesta la manera como se procedió para realizar el análisis de los datos.

En el Capítulo cuatro se presentan los resultados obtenidos en el estudio de la tarea propuesta. Se presenta el análisis de cinco argumentos logrados por los estudiantes y su respectiva caracterización.

En el Capítulo cinco se concluyen los resultados obtenidos en el capítulo de análisis de datos, en relación a los objetivos propuestos.

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La actividad argumentativa en el aula es hoy en día parte esencial del currículo de matemáticas, dado que está ligada a los procesos de pensamiento matemático propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, por ejemplo, la formulación, planteamiento, transformación y resolución de un problema exige del estudiante formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones; En lo referente a la comunicación, se espera del estudiante la producción y presentación de argumentos persuasivos y convincentes; en cuanto al razonamiento se requiere que el estudiante explique el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalizaciones, someterlos a prueba y explorar nuevos caminos MEN (1998).

Por su parte Crespo C., Farfán R., Lezama J. (2010), resaltan la importancia de la argumentación matemática en el aula, dado que ésta permite que los estudiantes adquieran el dominio de formas de razonamiento que inicialmente pueden ser aplicadas a un dominio formal de la matemática y posteriormente les permitirá enriquecer su manera de razonar ante problemáticas de diverso origen.

De acuerdo a lo anterior, se hace evidente la necesidad de promover la actividad argumentativa en el aula, sin embargo, documentos como el de la SED (2007), revela que algunos de los estudiantes de la Educación Básica de los grados octavo y noveno les resulta difícil dar razones sobre la validez de sus ideas, así como ofrecer argumentos y contra argumentos que rebatan las ideas de otros. Por lo que, a su vez, propone que en la clase de matemáticas se promueva la construcción de argumentos con ideas generales, en los que se explicite su validez para el universo de casos en los que se pretende que la idea tenga validez.

También, en la práctica pedagógica con grado noveno se ha encontrado que los estudiantes manifiestan dificultades a la hora de dar a conocer sus argumentos en torno a una tarea matemática bien sea de forma verbal, escrita, o simbólica. Esta dificultad tiene que ver con lo que ha sido manifestado por Duval (1999) "el pasaje de un modo de expresión oral a un modo de expresión escrita es complejo y presenta dificultades serias aún al nivel del ciclo básico de la escuela secundaria… y tiene sus consecuencias en lo que concierne a un estudio de la argumentación" (p.6).

Por otro lado, en las pruebas de estado que son realizadas en Colombia, también se evalúa la competencia argumentativa, en ella se pretende que el estudiante justifique juicios sobre situaciones que tiene que ver con el uso de datos cuantitativos u objetos matemáticos a partir de consideraciones o conceptualizaciones matemáticas. Que también Incluye el construir o identificar argumentaciones válidas; usar adecuadamente ejemplos y contraejemplos; distinguir hechos de supuestos; reconocer falacias (Icfes, 2013).

Por todo lo anterior y con el propósito de aportar a nuestra práctica docente y a la comunidad educadora matemática, en este trabajo se propone realizar una tarea de generalización con estudiantes de grado noveno, que posibilite identificar y describir los argumentos logrados por ellos al realizar una tarea de generalización. Aunque si bien es cierto, que una tarea no subsanará todas las dificultades que se presentan en torno a la argumentación ni prepara completamente a los estudiantes para las pruebas de estado, se proyecta que este trabajo de forma implícita, promueva actividad argumentativa, brinde al estudiante la posibilidad de dar sentido a su quehacer matemático, de dar sentido a una expresión algebraica como producto de una generalización, entre otras. También se espera que proporcione herramientas para aquellos que decidan continuar con el fortalecimiento de la argumentación en clases de matemáticas y en parte a la transformación de la práctica pedagógica.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 General

Describir los argumentos logrados por estudiantes de grado noveno, al realizar una tarea relacionada con procesos de generalización.

1.1.2 Especifico

Reconocer y describir las argumentaciones que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a una tarea que involucra procesos de generalización.

Determinar si las tareas relacionadas con procesos de generalización promueven la argumentación en el aula

Reconocer y determinar el papel del docente en la interacción entre el estudiante y la tarea.

2 MARCO DE REFERENCIA

Para el desarrollo de este trabajo se ha optado por tomar tres componentes fundamentales que orientan la implementación y el análisis de los resultados. Inicialmente se toma como marco de referencia algunos autores que se han referido al proceso de razonamiento, así como lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional MEN (1998) y MEN (2006), con el propósito de resaltar la importancia que este proceso da a la argumentación. Posteriormente se toma como marco de referencia el proceso de generalización visto desde el trabajo realizado por diversos autores, debido a que la tarea está diseñada con base a este proceso. Por último se toma el proceso de argumentación y cómo el modelo argumentativo propuesto por Toulmin (2007) nos ayuda a describir y analizar los argumentos logrados por los estudiantes al realizar la tarea de generalización.

2.1 RAZONAMIENTO

Peirce (1901), concluye que el razonamiento es un proceso en el que el razonador es consciente de que un juicio, la conclusión, es determinado por otro juicio o juicios, las premisas, de acuerdo a un hábito general de pensamiento, que probablemente no sea capaz de expresar con precisión, pero que lleva al conocimiento verdadero. Es importante entonces aclarar lo que Peirce entiende por juicio y conocimiento verdadero.

Juicio es un acto de consciencia en el que una persona piensa que reconoce una creencia, en lógica, se le llama proposición. Por conocimiento verdadero concibe, el conocimiento último en el que espera que finalmente pueda descansar la creencia, sin ser perturbada por la duda. Sin esta aprobación lógica, el proceso, aunque puede ser estrechamente análogo al razonamiento en otros aspectos, carece de la esencia del razonamiento. Para Peirce,

> El razonamiento no comienza hasta que se forma un juicio; pues las operaciones cognitivas antecedentes no están sujetas a aprobación o desaprobación lógica, al ser subconscientes, o no lo suficientemente cercanas a la superficie de la consciencia, y por tanto incontrolables. El razonamiento, por lo tanto, comienza con las premisas que se adoptan como representando percepciones, o generalizaciones de tales percepciones. Todas las conclusiones del razonador deberían referirse solamente a las percepciones, o bien a proposiciones que expresen hechos de percepción. Pero esto no equivale a decir que las concepciones generales a las que llega no tengan valor en sí mismas. (Peirce, 1901, p.1)

Por otra parte Rico (1997), define el razonamiento como "la capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto y se expresa mediante una secuencia argumental. El razonamiento es la forma usual de procesar conceptos, es decir, de derivar unos conceptos de otros o implicar una nueva relación sobre la base de las relaciones ya establecidas" (Rico, 1997). Y en este trabajo al igual que en Cañadas (2007), consideramos el razonamiento como un proceso cognitivo mediante el que se encadenan o manipulan ideas o conceptos que llevan a una conclusión.

El razonamiento matemático según el M.E.N. (1998), "se entiende como la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión"(p.54). Enfatizan como se debe propiciar el razonamiento a través del trabajo matemático para que los estudiantes den cuenta del cómo y del porqué de los procesos; de justificar las estrategias y los procedimientos al desarrollar tareas; formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, propiedades y relaciones para explicar hechos explícitos e implícitos en el trabajo propuesto por el docente y así finalmente encontrar patrones y expresarlos matemáticamente (p.54).

Por esto la actividad argumentativa se considera como inherente al proceso de razonamiento, pues según el MEN (1998), este proceso tiene que ver con "utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar" (p.77).

2.2 GENERALIZACIÓN

La generalización entendida aquí como un proceso, se constituye como un puente entre los conceptos matemáticos, el proceso de razonar y la habilidad de argumentar dado que según Mason (1985), "la generalización… puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades", actividad propia del proceso de razonamiento como lo menciona el MEN (2006), y que a su vez involucra la argumentación, debido a que en la búsqueda de patrones y en la necesidad de darlos a conocer, el estudiante deberá dar cuenta del cómo y del porqué de su proceder.

Ampliando un poco más la idea del proceso de generalización, Mason (1996) y Mason, Graham & Johnston (2005) proponen que hay cuatro etapas para trabajar la generalidad en el salón de clases: percibir la generalidad, expresar la generalidad, elucidar una regla general, verbal o numérica para generar una secuencia y expresar simbólicamente la generalidad. Adicional a esto, Cañadas, Castro y Castro (2012) definen la generalización verbal como una forma de expresar con el lenguaje natural el término general de una sucesión. La representación verbal se refiere al uso del lenguaje oral para expresar la generalización.

Por otro lado Radford (2010, citado en Izquierdo y Granados 2012) reconoce que se debe hablar de generalización cuando se ha identificado lo que tienen en común los casos particulares. Este autor hace una distinción entre dos formas de generalización: algebraica y aritmética. La generalización algebraica se apoya en la identificación de algo común que después es generalizado a todos los términos de la sucesión y que sirve como garantía para construir expresiones de elementos de la sucesión que persisten más allá del campo perceptual. Los estudiantes que generalizan aritméticamente, generalmente identifican un patrón y usualmente son conscientes de que este patrón no es práctico para otros términos de la sucesión.

También es de resaltar el uso de patrón al generalizar, debido a que éste hará parte de los argumentos producidos por los estudiantes al realizar la tarea de generalización. Autores como Pólya (1966) señalan que, el reconocimiento de patrones es esencial en la habilidad para generalizar ya que, al partir de una regularidad observada, se busca un patrón que sea válido para más casos.

Entonces, de acuerdo a los referentes citados se precisa lo siguiente para el posterior análisis de los datos:

- La generalización producida por los estudiantes puede darse de forma verbal o simbólica.
- El reconocimiento de un patrón en la tarea de generalización hace referencia a una regularidad encontrada.

2.3 ARGUMENTACIÓN

Hoy en día existen teorías abordadas en ocasiones, desde perspectivas diferentes que tratan de cómo se enseña y se aprenden las matemáticas o bien, teorías que se adaptan a las matemáticas, Con las teorías y/o adaptaciones, los profesores de matemáticas han buscado guiar al estudiante hacia una mejor comprensión de las matemáticas y con la misma intención pero con un objetivo más puntual, Duval (1999) se ha interesado en las competencias que promueve la argumentación, dado que este autor afirma que “el interés por la argumentación ha aparecido como un interés por las formas de razonamiento que escapan a las normas y los esquemas lógicos…" (p.2).

El proceso de argumentación que según Duval (1999) "es un medio para convencer, sea a uno mismo o a los otros" (p.1). Resulta inherente el proceso de resolución de una tarea matemática, puesto que a la hora de enfrentarse un estudiante a la solución de una tarea (como la que se propone en este trabajo) pone en juego variadas estrategias y herramientas, como lo son los conocimientos previos, dibujar figuras, vincular el lenguaje matemático, explorar problemas que se asemejen al que debe resolver, generalizar, invertir o variar el problema que serán llamadas por Polya y Schoenfeld (Citados por MEN, 1998) "Herramientas heurísticas". Cuando el estudiante se está valiendo de dichas herramientas para solucionar el problema, se podría decir que está usando los medios que lo llevarán a convencerse a sí mismo. Y para convencer a los demás mediante sus argumentos se vale del proceso de comunicación que consiste según MEN (1998) en "expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas" (p.94). Que estaría ligada a lo que Duval (1999) llama "operaciones discursivas puestas en funcionamiento".

Platin (2001), plantea que la argumentación es uno de los más antiguos mitos fundacionales de las ciencias humanas junto a la geometría, en donde se Constituyen como una herramienta para el pensamiento e instrucción imprescindible para una comunicación eficaz y crítica. Formalmente Para Plantin, la argumentación es una relación entre unas premisas de partida y una conclusión, con base en una ley que permite pasar de unas premisas a una conclusión. Así, para Plantin:

> "La argumentación es, en consecuencia, una operación lingüística que se apoya en un enunciado asegurado o aceptado, para llegar a un enunciado menos aceptado o menos seguro como conclusión. Argumentar es dirigir argumentos a un interlocutor, es decir, dar

razones para hacerle admitir una interpretación e incitarlo a adoptar los comportamientos adecuados" (p.151).

Plantin estudió la argumentación partiendo de los trabajos de Toulmin (1958) y Toulmin, Rieke & Janik (1979), para quienes un argumento es el contenido y fuerza del punto de vista de un hablante, cuando expresa una idea a partir de una cadena de razonamientos o secuencias relacionadas entre presunciones y razones, y argumentación como la actividad de expresar opiniones y desafiarlas, produciendo razones y refutando de nuevo estas. Apartándose de las anteriores definiciones Platin expresa que el movimiento de los datos a la aserción es la prueba de que la línea argumental se ha realizado con certeza. Este movimiento es realizado a través de la *garantía* que es la que permite la conexión.

2.3.1 Modelo argumentativo de Toulmin

Toulmin (2007), se refiere particularmente a la validez, estructura y al cómo funcionan los argumentos, teniendo en cuenta que un mismo argumento puede exponerse de diferentes formas y que él es formalmente valido cuando sigue las formalidades apropiadas, es decir cuando son manifiestas las características necesarias para que la estructura de los argumentos sean transparentes desde el punto de vista lógico. Para ello establece un esquema o modelo que consta de seis elementos fundamentales que son: Datos (D), Aserción (A), Garantía (G), Respaldo (R), Cualificador Modal (M) y Reserva (Refutación) (E), donde cada uno de ellos cumple un papel y ocupa una posición específica en relación al argumento que se pretende validar.

De acuerdo a este modelo aparecen inicialmente los tres componentes, Datos (D), Aserción (A) y Garantía (G), que posteriormente se van ampliando y van dando paso a los demás componentes. Cada uno de ellos posee ciertas características que se describen a continuación.

Aserción (A), es una aseveración o afirmación de la que se va a establecer su validez, para ello se dispone de los Datos (D), estos son hechos (evidencias) que apoyan la afirmación o la confirman y se constituyen en los elementos justificatorios. Cuando se desea saber qué tienen que ver los datos con la conclusión o los datos no son suficientes para concluir se dispone de las Garantías (G) que entraran a apoyar los datos, estas son proposiciones tales como reglas, principios o enunciados hipotéticos de carácter general que son un puente entre las conclusiones y los datos, que a su vez permitirán realizar inferencias en lugar de agregar datos.

Un primer esquema para analizar los argumentos propuesto por Toulmin (2007) tiene entonces la siguiente estructura.

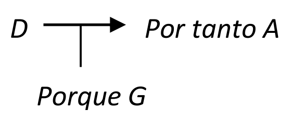


Figura 1. Esquema Toulmin

Ahora bien, si las garantías sustentan de manera suficiente el paso que se da entre los Datos y la Aserción, se puede decir que se le ha dado la validez a la Aserción. Pero las Garantías son de diferente clase por lo que dan diversos grados de fuerza a las Aserciones, algunas Garantías permiten aceptar una afirmación de forma inmediata siempre y cuando los datos sean apropiados, mientras que otras permiten dar un paso provisional porque pueden estar sujetas a condiciones y es allí donde el modelo propuesto para describir las estructuras de los argumentos aumenta su complejidad dado que entran en juego las siguientes componentes, el Cualificador Modal (M) que se considera como el grado de fuerza que se le da a la Aserción (A) concedido desde la garantía ; y la Reserva (E) apuntan las circunstancias en que la autoridad general de la garantía ha de dejarse a un lado, es decir contraargumentos que pueden hacer descartar o rechazar la conclusión justificada con el fin de fortalecerla a partir de sus posibles debilidades.

El Cualificador Modal (M) y la Reserva (E) suponen un comentario implícito a la importancia de la Garantía (G), mientras que un nuevo elemento, el Respaldo (R) va a ser quien apoyan directamente la garantía porque detrás de las garantías que se emplean habrá normalmente otras certezas sin las cuales las propias garantías carecerían de autoridad y vigencia.

Por lo tanto, un esquema que representa el modelo argumentativo de Toulmin es como el que se presenta en la figura 1.

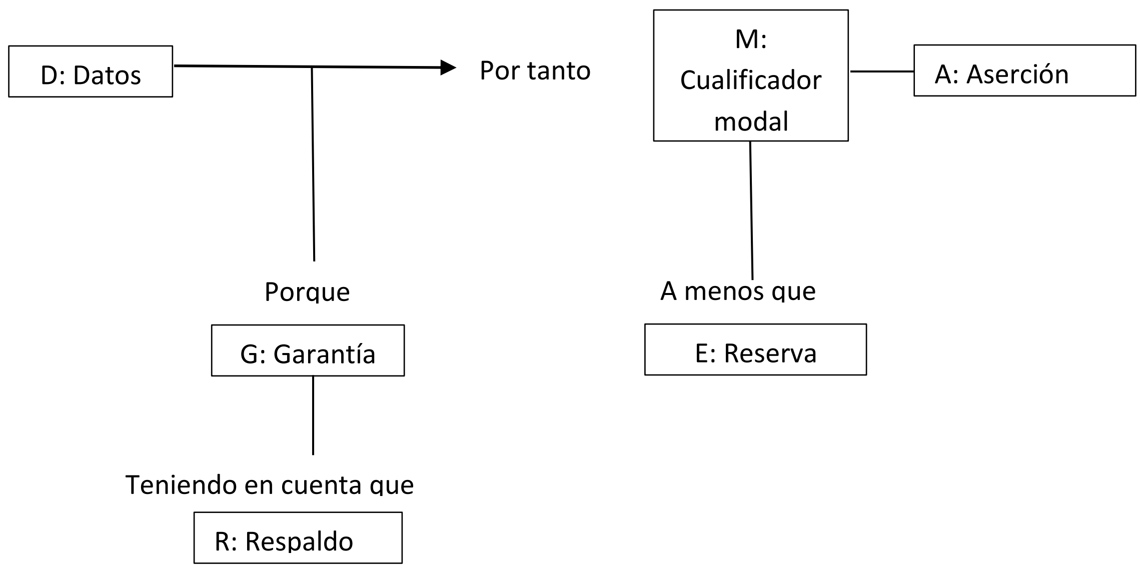


Figura 2.Modelo argumentativo Toulmin

Sin embargo, de acuerdo a los argumentos a analizar en este trabajo, se tomará como referencia el modelo que corresponde a los tres elementos iniciales (Datos, Aserción y Garante) en la formación de argumentos propuestos por Toulmin, dado que con estos tres es suficiente para armar un argumento que se presenta en la figura 3.

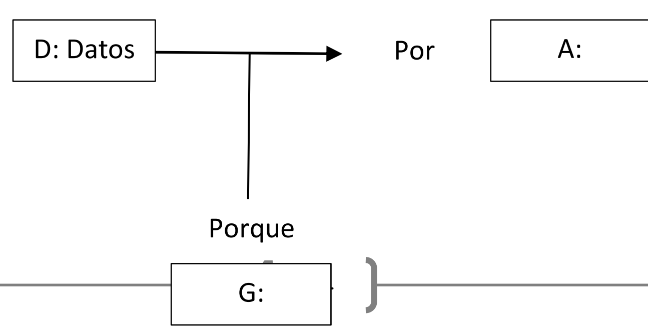


Figura 3. Modelo reducido Toulmin

3 METODOLOGÍA

El presente capitulo pretende dar a conocer la estructura del ejercicio de investigación, frente al diseño, implementación y análisis del mismo.

Frente al diseño se presenta el tipo de investigación, los Instrumentos de recolección de información y el diseño de la tarea. En la Implementación describimos la población. Y en el Análisis para terminar, las etapas previas al análisis de la Información, revisión de las pruebas escritas y revisión del audio y video.

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo se desarrolló desde el enfoque cualitativo, dado que se busca describir los argumentos que ponen de manifiesto los estudiantes al desarrollar actividades de generalización.

3.2 POBLACIÓN

Los participantes en este estudio son 35 estudiantes que cursan grado Noveno en el presente año, del Instituto Henao y Arrubla de la ciudad de Bogotá, institución privada.

Teniendo en cuenta el buen desempeño de dicha institución en la pruebas saber de los últimos años, se decidió aplicar estas pruebas según lo descrito en el planteamiento del problema, esta población cursa noveno grado y poseen ciertas dificultades al establecer razones de los procedimientos realizados en clase de Matemáticas. Esta población no tiene aulas integradas por lo que se espera que los análisis y resultados obtenidos no presenten sesgos.

Dicha institución posee sillas individuales de trabajo, la tarea se desarrolla en un primer momento individualmente, luego en parejas y por último en grupos de cuatro o cinco estudiantes según la acomodación que ellos prefieran.

3.3 INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

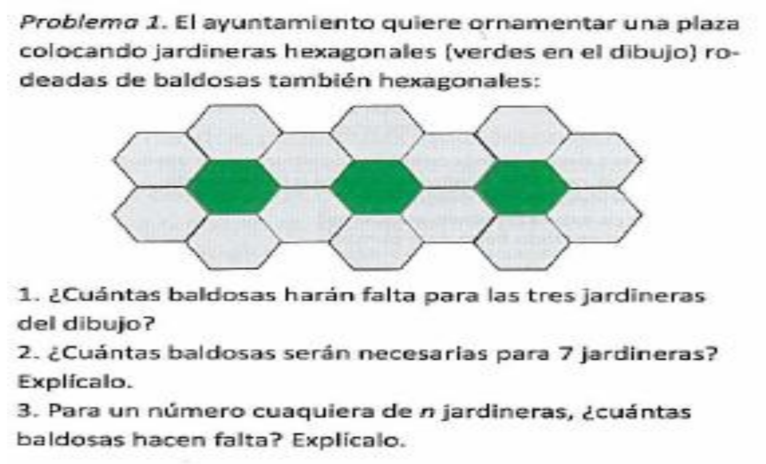
La recolección de información se realizó a través de tres instrumentos aplicados en instituciones diferentes, en los cuales se recolecto material fotográfico, videográfico, escritos individuales y grupales. Ver Anexos A, B y C.

3.4 DISEÑO DE LA TAREA

En el diseño de la tarea se realizaron dos pruebas piloto en un colegio diferente pero con características similares de población y calidad académica, la primera se realizó con material concreto (palillos), (ver Anexo **A**). En la Tarea piloto 1, se evidencio el poco uso que los estudiantes le dan al material concreto manipulativo, además de evidenciarse algunas falencias en el número de preguntas y en la redacción de las preguntas pues no llevan a los estudiantes a plasmar posibles argumentos con la realización de la tarea.

La tarea piloto 2, y tarea final fueron tomadas de la revista Suma que propone dos ejercicios en su artículo "*problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor*. Morera, Chico, Badillo y Planas, 2012. (Pág 9-20)".Las cuales se modificaron y rediseñaron teniendo en cuenta que debemos evidenciar posibles procesos de argumentación en los estudiantes según el esquema reducido del Modelo de Toulmin mencionado en el capítulo anterior.

Ilustración 1. Problema 1"Baldosas"



Problema 1. El ayuntamiento quiere ornamentar una plaza colocando jardineras hexagonales (verdes en el dibujo) rodeadas de baldosas también hexagonales:

1. ¿Cuántas baldosas harán falta para las tres jardineras del dibujo?
2. ¿Cuántas baldosas serán necesarias para 7 jardineras? Explícalo.
3. Para un número cuaquiera de *n* jardineras, ¿cuántas baldosas hacen falta? Explícalo.

Ilustración 2.Problema 2 "El Huerto"

1. Explica cuántos naranjos y pinos hacen falta para cinco filas de naranjos. ¿Cómo lo has hecho?
2. Para el caso general de n naranjos, ¿cuántos naranjos necesitan? ¿Y pinos?
3. El principal ingreso del agricultor proviene de la venta de naranjas. Por tanto, le interesa tener más cantidad de naranjos que de pinos. Manteniendo la forma del huerto, ¿es esto posible?

El estudio sobre la tarea piloto 2 consiste en el desarrollo de una tarea inicial sobre generalización con cinco preguntas para ser ensayadas. Además verificar la viabilidad y pertinencia de las preguntas planteadas en la tarea, de acuerdo con los objetivos propuestos en el ejercicio de investigación. Además se obtiene información acerca de la redacción y el orden de las preguntas. Que posiblemente utilizaremos en la tarea final. (Ver anexo **B**)

Al implementar la tarea final se tuvo en cuenta el informar a los estudiantes y padres de familia que la sesión de clase de ese día sería grabada, dado que sería parte de un ejercicio de investigación. Indicarles la importancia de trabajar a los estudiantes, en un primer momento de manera individual, en segundo momento por parejas y por último en manera grupal participando en la socialización.

Después de dar las indicaciones generales se les entrega la tarea para su desarrollo en forma individual. Terminada la prueba escrita individual, se recogen las hojas de respuesta de los estudiantes y se pide que realicen la tarea nuevamente en parejas, luego se recogen las hojas de respuesta en parejas y se indica que se agrupen como ellos prefieran, al tiempo que se les entrega por grupo un pliego de papel craft y tres marcadores de colores diferentes para realizar las carteleras con la solución de la tarea propuesta inicialmente, que luego explicaran en la socialización donde participa todo el grupo. Al terminar el trabajo en grupo se recoge el material y se procede a la socialización de las respuestas. (Ver anexo **C**)

3.5 ETAPAS PREVIAS AL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Luego de la sesión de clase, se revisa la información de las pruebas escritas individuales, parejas y en grupo, como también las carteleras realizadas por los estudiantes para la plenaria, las cuales son registradas en una grabación de audio y video.

3.6 REVISIÓN DE LAS PRUEBAS ESCRITAS

Inicialmente se revisan las pruebas escritas de forma individual, y en parejas con el objetivo de identificar argumentos propios de cada estudiante y como van cambiando a medida que los van socializando con su pareja y luego en grupos. En los registros escritos se puede establecer que la información suministrada es suficiente para identificar y ubicar argumentos logrados por los estudiantes dentro del Modelo de Toulmin, luego se pasa a la revisión del audio y video tomados durante todo el desarrollo de la actividad.

3.7 REVISIÓN DEL AUDIO Y VIDEO

En la revisión del audio y video, se puede evidenciar que las ideas expresadas verbalmente por los estudiantes concuerdan con las pruebas escritas. Lo cual hace más fácil el identificar argumentos dentro del modelo de Toulmin.

4 ANÁLISIS DE DATOS

Los argumentos logrados por los estudiantes son analizados y descritos en este capítulo, en base al modelo argumentativo de Toulmin (2007) propuesto en el marco teórico de este trabajo. Para su análisis y descripción, se ha tenido en cuenta las producciones de los estudiantes presentadas en forma escrita y verbal, realizadas tanto en forma individual como grupal.

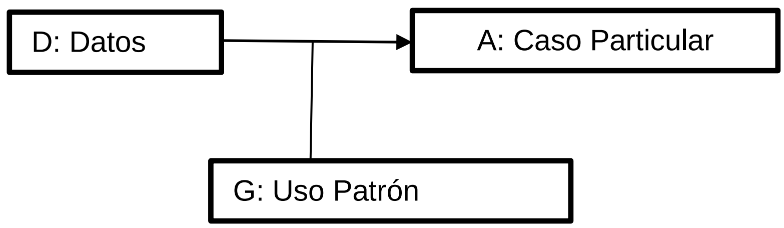
Lo que se pretende inicialmente es describir las argumentaciones que presentan los estudiantes en el proceso de resolución de la tarea, para luego revisar sí las clases de aserciones y de garantes presentados por los estudiantes, corresponden al modelo argumentativo de Toulmin, con el fin de diferenciarlos y describir su estructura en forma detallada.

Teniendo en cuenta que la naturaleza de la tarea propuesta es sobre generalización se observó que durante el desarrollo de la tarea las aserciones presentadas por los estudiantes eran de dos tipos, por un lado hacían referencia a un caso particular (hallaban la cantidad de pinos y de naranjos para cuando habían 5 o 60 filas de naranjos), y por otro la aserción hacía referencia a una generalización (un término general expresado de forma verbal o simbólica) que obedece a la definición dada por Radford (2010).

De otro lado, se observó que las garantías subyacentes al desarrollo de la tarea correspondían a tres tipos diferentes. Las garantías hacían referencia al uso de patrones (que se relaciona con la concepción de patrón presentada por Castro, Cañadas y Molina (2010)) cuando se tenía como aserción un caso particular. Hacían referencia al uso de la generalidad cuando la aserción correspondía a un caso particular. Y hacía referencia al uso de un caso particular o ejemplo cuando la aserción correspondía a un caso general.

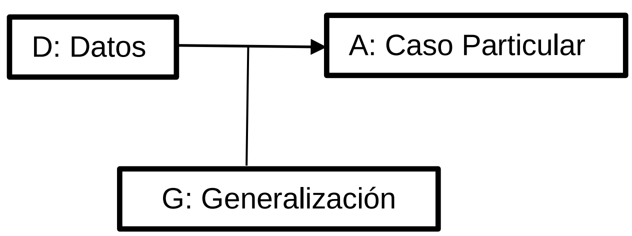
De acuerdo a los tipos de aserciones y garantes presentados, surgen en el desarrollo de la tarea tres estructuras diferentes de argumentos logrados por los estudiantes, identificados por Izquierdo y Granados (2012). El primero y segundo es cuando la aserción correspondía a un caso particular, la garantía correspondía al reconocimiento de un patrón o bien a una generalización según sea el caso. El tercero cuando la aserción correspondía a una generalización, la garantía hacía referencia a un ejemplo, es decir a un caso particular. Las estructuras, se pueden observar en cada uno de los siguientes esquemas.

Estructura 1



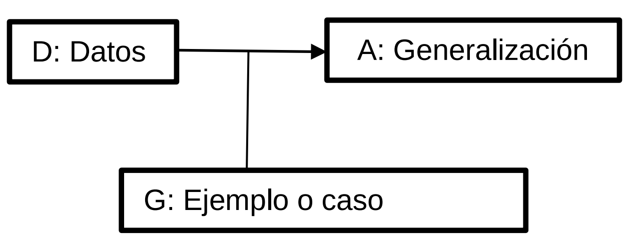
Esquema 1 Argumento con estructura 1

Estructura 2



Esquema 2. Argumento con estructura 2

Estructura 3



Esquema 3. Argumento con estructura 3

4.1 DESCRIPCIÓN DE LOS ARGUMENTOS

A continuación se presentan los argumentos logrados por los estudiantes durante el desarrollo de la tarea de generalización, de acuerdo al modelo argumentativo de Toulmin (2007) en su forma reducida. Es de aclarar que en todos los argumentos presentados, los datos (D) corresponden a la secuencia dada en la tarea por lo que no se hace comentario al respecto.

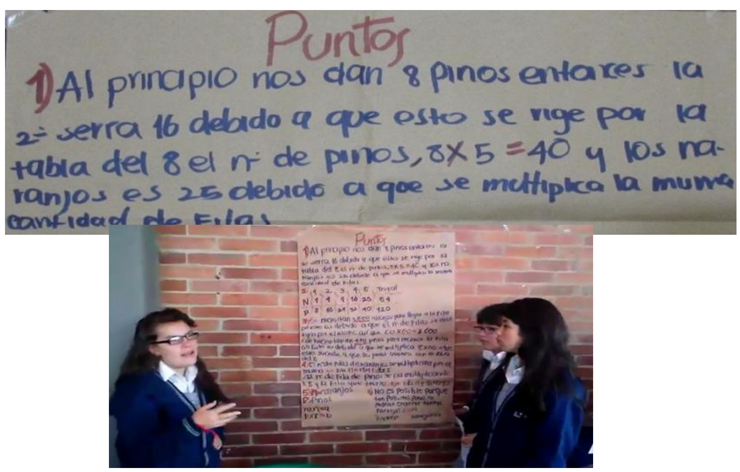
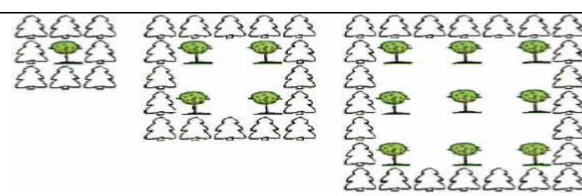
4.2 ARGUMENTO 1, ESTRUCTURA 1

Este argumento es tomado de la socialización realizada por los estudiantes después del trabajo individual, por parejas y en grupo como se especifica en un capitulo anterior. Es formado por el grupo 1 (G1). Dicho argumento corresponde a la solución de la pregunta número 1 de la tarea asignada, en la que se le pregunta al estudiante ¿Cuántos naranjos y pinos hacen falta para 5 filas de naranjos? Y se le pide que justifique su respuesta.

Para solucionar esta pregunta, G1 establece una relación entre el aumento de la cantidad de pinos y la "Tabla de multiplicar del 8", afirmando que el aumento de pinos se rige por la tabla del ocho, en otras palabras, afirman que si multiplican la cantidad de filas por 8, obtendrán la cantidad total de pinos en determinado número de filas. En lo que corresponde al aumento de los naranjos, proponen *multiplicar la misma cantidad de filas*, es decir, multiplicar la cantidad de filas por sí misma. Esta regla general obtenido por G1, le permite determinar que para cuando se tienen 5 filas de naranjos habrá 40 pinos debido a que multiplican 5 por 8, y habrá 25 naranjos porque multiplican 5 por 5. (Ver figura 4)

De acuerdo al objetivo de la pregunta y a la forma en que G1 presenta su razonamiento, se concluye que este argumento posee la Estructura 1, ya que como aserción describe un caso particular, es decir la cantidad de pinos y naranjos que se obtiene cuando hay 5 filas de naranjos; y como garantía un patrón, que describe el aumento de pinos y de naranjos para cualquier cantidad de filas de naranjos. El patrón es tomado como garantía ya que éste está apoyando los datos y permitiendo el paso de los datos a la aserción, y como ya se mencionó en el marco teórico, las garantías según Toulmin (2007), son proposiciones tales como reglas, principios o enunciados hipotéticos de carácter general, que a su vez permitirán realizar inferencias en lugar de agregar datos, inferencias que se pueden evidenciar cuando el estudiante propone un patrón de crecimiento en cantidad de pinos y naranjos, para luego concluir. El argumento logrado por G1 se presenta en la tabla 1.

Tabla 1 Análisis de argumento producido por G1

Producción realizada por G1	
Figura 4. Producción G1 	
Argumento Logrado por G1	
Datos	

Aserción	N° de pinos, $8 \times 5 = 40$ y N° de los naranjos es 25
Garante	N° de pinos: debido a que estos se rigen por la tabla del 8. N° de Naranjos: debido a que se multiplica la misma cantidad de filas.

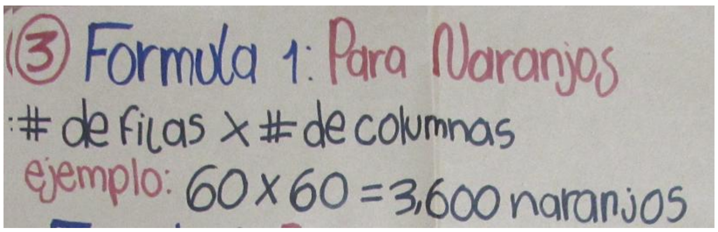
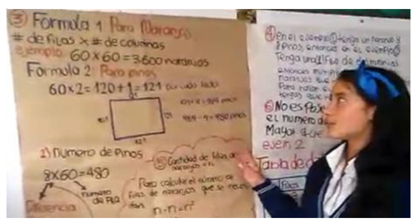
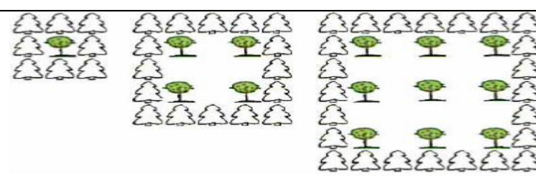
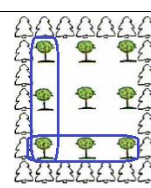
4.3 ARGUMENTO 2, ESTRUCTURA 2

En la pregunta tres se indaga a los estudiantes sobre la cantidad de pinos y naranjos que se necesitan para 60 filas de naranjos. En la solución a esta pregunta, El grupo 2 (G2) reconoce un patrón que describe el aumento de los naranjos, dicho patrón le lleva a establecer una forma general de determinar la cantidad de naranjos. G1 llega a concluir que la cantidad de naranjos que se necesitan cuando hay 60 filas de naranjos es 3600 (Aserción) debido a que, al multiplicar el número de filas de naranjos por el número de columnas de naranjos (Garante), puede obtener el total de naranjos. (Ver Figuras 5 y 6)

Es de observar que aunque E1 no menciona que el número de filas es igual al número de columnas lo asume en forma implícita o lo da por hecho.

Por lo tanto, este argumento presenta la Estructura 2, es decir, la aserción hace referencia a un caso particular puesto que se concluye para el caso cuando se tienen 60 filas de naranjos y de acuerdo a Toulmin (2007), la aserción es la conclusión a la que se quiere llegar. Por otro lado, el garante corresponde a una expresión general dada a conocer en forma verbal (*# de filas x # de Columnas*), con la que se pretende dar a conocer la forma en que ha llegado a dicha aserción, recordando que de acuerdo a Toulmin, el garante permiten realizar inferencias y tienen como objetivo mostrar cómo a partir de los datos se puede pasar a la aserción. El argumento logrado por G2 se presenta en la tabla 2.

Tabla 2. Análisis de argumento producido por G2

Producción realizada por G2	
Figura 5. Producción G2 .  *…bueno tenemos la fórmula para los naranjos, entonces se multiplican el número de filas por el número de columnas. Un ejemplo serial el del punto 3 que es 60x60 y da 3600 naranjos.* *Figura 6. Presentación G2*  	
Argumento logrado por G2	
Datos	
Aserción	La cantidad de naranjos que se necesitan cunado hay 60 filas de naranjos es 3600.
Garante	*# de filas x # de Columnas.* 

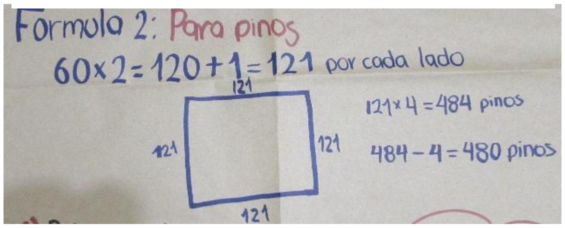
4.4 ARGUMENTO 3, ESTRUCTURA 1

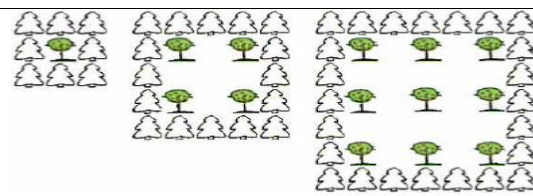
Este argumento es continuación del realizado por G2, y responde a la segunda parte de la pregunta ¿Cuántos pinos se necesitan para 60 filas de naranjos?, ¿Cómo lo ha hecho? Para solucionar esta pregunta G2 propone que deben tomar el número de filas que es 60 y multiplicarlo por 2, a este producto le suman uno (120+1), a partir de esto, observa que hay 121 (el doble más 1) pinos por cada lado y dado que la figura tiene forma de cuadrado multiplica este resultado por los 4 lados, obteniendo así un total de 484 pinos, sin embargo, luego resta 4 porque se han contado dos veces de las cuatro esquinas. Concluyendo así, que la cantidad de pinos que se necesitan cuando hay 60 filas de naranjos son 480 pinos. (Ver figura 7)

Cuando G2 socializa su solución, da a entendedor el reconocimiento de un patrón (Ver tabla 3), lo que permite observar, que éste es el que le permite determinar el aumento de la cantidad de pinos en relación a la cantidad de filas de naranjos.

Por lo tanto, el argumento logrado por G2 presenta la misma estructura que el argumento logrado por G1, es decir, la aserción corresponde a un caso particular cuando determina que la cantidad de pinos es 480 y el garante corresponde a un patrón o regla general enunciada de forma alfa numérica, que corresponde a la forma algebraica $(\ 2n+1\ \ \cdot 4n)-4$. Dicho patrón le permite a G2 obtener la cantidad de pinos cuando se tiene cualquier cantidad de filas de naranjos, como se representan en los argumentos anteriores. Aunque como ya se mencionó, el argumento logrado por G2 presenta la misma estructura al logrado por G1, es de reconocer que G2 presenta una organización diferente tanto en la forma de razonar, como en la forma de establecer las relaciones entre el aumento de pinos con relación a la cantidad de filas de naranjos. El argumento logrado por G2 se presenta en la tabla 3.

Tabla 3. Análisis de argumento producido por G2

<table>
<tr><td colspan="2">Producción realizada por G2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Figura 7. Producción G2


…entonces la primera es que multiplicamos el número de filas (60) x 2 y da 120, y siguiendo el patrón le sumamos a estos ciento veinte, uno (120+1), me da 121 por cada lado y como es un cuadrado entonces se tendría que multiplicar por los 4 lados, y me da 484 y luego se resta 4 y me da 480 pinos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Argumento logrado por G2</td></tr>
<tr><td>Datos</td><td></td></tr>
<tr><td>Aserción</td><td>la cantidad de pinos que se necesitan para 60 filas de naranjos es 480</td></tr>
<tr><td>Garante:</td><td>Hay el doble más uno de pinos que de naranjos en cada lado. 
Multiplica por cuatro, ya que hay cuatro lados. 
Y como las esquinas las han contado dos veces, le resta 4 de </td></tr>
</table>

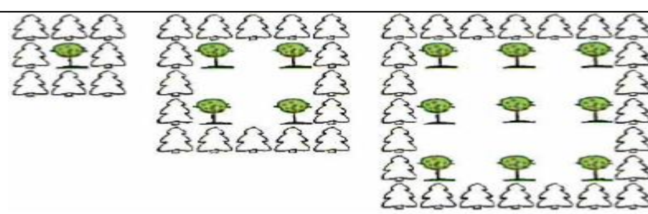
	las cuatro esquinas.

4.5 ARGUMENTO 4, ESTRUCTURA 3

Este argumento es tomado del trabajo individual y es formado por el estudiante 1 (E1), éste surge al intentar dar respuesta a la pregunta 4, en la que se le propone explicar a un compañero cómo hallar la cantidad de pinos y naranjos a partir de la cantidad de filas de naranjos. Para solucionar esta pregunta E1 propone una generalización de carácter alfa numérica que posteriormente probará para un caso particular. En el proceso de generalización realizado por este estudiante se evidencia un previo reconocimiento del patrón en cuanto al aumento de pinos y de naranjos. En relación al aumento de pinos reconoce que están dispuestos en forma de cuadrado, por lo que propone multiplicar la cantidad de filas de naranjos por si mismas para determinar la cantidad total y en relación al aumento de pinos observa que existe el doble más uno de pinos que de naranjos en cada lado, pero como son cuatro lados multiplica por cuatro, y como ha contado dos veces los pinos de las esquinas, le resta estos cuatro pinos. Adicional a esto, E1 propone un ejemplo con el cual pretende validar su razonamiento, para cuando tiene cinco filas de naranjos obtiene la cantidad de naranjos, multiplicando cinco por sí mismo y para obtener la cantidad de pinos, multiplica el número de naranjos por dos, a este resultado le suma uno y multiplica por los cuatro lados que forman los pinos, posteriormente como ya ha contado dos veces los cuatro pinos de las cuatro esquinas, se los resta, obteniendo así un total de 40 pinos , tal y como se evidencia en la Ilustración 3, teniendo en cuenta que el estudiante realiza el proceso bien, pero la forma de representarlo se equivoca en una igualdad.

Por tanto este argumento presenta la Estructura 3, dado que la aserción corresponde a una generalización en la que se expresa la regla general $(2n + 1 \cdot 4n) - 4$, en forma verbal, posibilitando hallar la cantidad de pinos y de naranjos para cualquier cantidad de filas de naranjos, y el garante al caso particular que se usa para validar el patrón o regla general hallada, así como se describe anteriormente. El argumento logrado por E1 se presenta en la tabla 4.

Tabla 4. Análisis de argumento producido por E1

<table>
<tr><td colspan="2">Producción realizada por E1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Figura 8. Producción E1.
4. Yo le explicaria a un compañero con la siguiente forma matemática
numero de naranjos · número de naranjos = número de naranjos en total
Pinos = numero de naranjos · 2 + 1 = X · 4
ejemplo
5 · 5 = 25
Pinos = 5 · 2 = 10 + 1 = 11 por cada lado
11 · 4 = 44 pinos. − 4 = 40 pinos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Argumento logrado por E1</td></tr>
<tr><td>Datos</td><td></td></tr>
<tr><td>Aserción</td><td>Numero de naranjos por número de naranjos es igual al total de naranjos.</td></tr>
</table>

	Numero de naranjos por 2 +1= x - 4
Garante	Ejemplo Naranjos $5 \cdot 5 = 25$ Pinos $5 \cdot 2 = 10 \quad 10 + 1 = 11\, por\ cada\ lado$ $11 \cdot 4 = 44 \quad 44 - 4 = 40\, pinos$

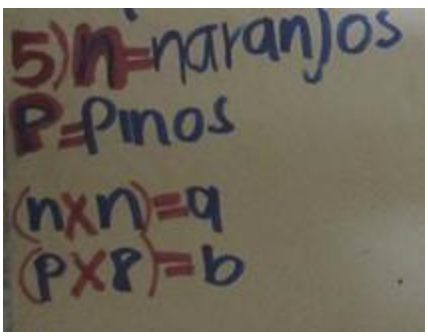
4.6 ARGUMENTO 5, ESTRUCTURA 3.

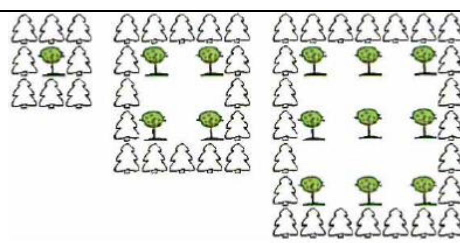
Este argumento es tomado del momento de socialización que se lleva a cabo durante la realización de la tarea y en particular hace referencia a la pregunta 5 en la que el estudiante debe dar cuenta de, cuántos naranjos y pinos hacen falta para una cantidad **n** cualquiera de filas de naranjos y proponer para ello una expresión matemática. Aunque este argumento presenta la misma estructura del argumento anterior y es en relación a la misma pregunta, difiere en la forma en que dan a conocer la aserción, es decir, ellos presentan una expresión general pero lo hacen en forma simbólica (Ver Figura 9) y adicional a esto, toman como garante un ejemplo particular sobre una cantidad de filas diferente, con el propósito de verificar su fórmula.

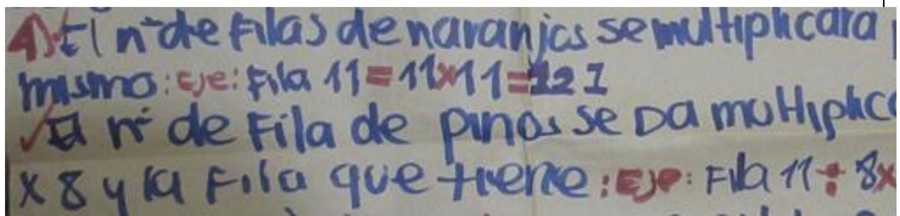
Cuando el grupo 3 (G3) da a conocer su propuesta de solución se remite a lo consignado en la cartelera y manifiesta que pueden obtener la cantidad de naranjos y pinos para una cantidad n de filas de naranjos, mediante la fórmula: para obtener la cantidad de naranjos, y para obtener la cantidad de pinos. Sin embargo como G3 olvida determinar la cantidad total de pinos y naranjos, el profesor propone para ello sumar. Aunque esta fórmula (como los G3 la llaman) presenta una falencia debido a que lo que se multiplica por ocho no es la cantidad de pinos, sino la cantidad de filas, en el ejemplo lo aclaran, Pues para el éste proponen analizar la fila 11, reemplazando el número de fila en su fórmula, tanto para la cantidad de naranjos como de pinos.

Entonces, este argumento también posee la Estructura 3, puesto que en este argumento se toma como aserción la generalización, debido a que se expresa la regla general en forma simbólica $(n^2 + 8n)$ y permite hallar la cantidad de pinos y de naranjos para cualquier cantidad de filas de naranjos. Como garante se considera el ejemplo, dado que con éste, G3 pretende validar la aserción, verificando que se cumple para una cantidad particular de filas de naranjos diferente, que además es diferente a las dadas en la secuencia dada. El argumento logrado por G3 se presenta en la tabla 5.

Tabla 5. Análisis de argumento producido por G3.

<table>
<tr><td colspan="2">Producción realizada por G3</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Figura 9. Producción G3.


…pues con una formula n es igual al número de naranjos, P es igual a pinos, entonces $n \times n = a$, y $(P \times 8) = b$
Profesor: entonces la formula al final es $a + b$
E2 si porque sería el resultado.
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Argumento logrado por G3</td></tr>
<tr><td>Datos</td><td></td></tr>
<tr><td>Aserción</td><td>$n \times n = a$
$(P \times 8 = b)$</td></tr>
</table>

Garante	*Figura 10. Producción G3* 

5 CONCLUSIONES

A continuación se presentan las conclusiones de este ejercicio de investigación, las cuales se plantean a partir de los objetivos del trabajo.

A consecuencia de la tarea propuesta se pueden identificar diferentes argumentos que construyen los estudiantes al tratar de explicar sus soluciones cuando se les pregunta por la cantidad de pinos y naranjos, proponiendo aserciones como caso particular o generalización y como las respaldaban con garantes en donde se evidencia el uso del patrón, una generalización o un ejemplo según sea el caso.

La implementación de este tipo de tareas potencializa los procesos de generalización y argumentación en los estudiantes como se evidencia en el análisis de datos cuando en algunos casos las aserciones y garantías son expresiones algebraicas o patrones de la secuencia encontrada al explicar la cantidad de pinos y naranjos.

El tipo de tarea planteada a los estudiantes fomenta la cooperación entre pares, además de propiciar la competencia a partir de la aceptación de los argumentos propuestos por cada estudiante al desarrollar la tarea.

Se identifica a través de la tarea propuesta al menos tres tipos de argumentos logrados por los estudiantes, según el modelo reducido de Toulmin (2007), al buscar una generalización para establecer la cantidad de pinos y naranjos. Argumentos que se caracterizan en el análisis de datos.

Se clasifico los argumentos logrados por los estudiantes a partir de características representadas que describen a la aserción como caso particular o generalización, y al garante como patrón, generalización o ejemplo. Mostrados en el trabajo escrito y de socialización hecho por los estudiantes al desarrollar la tarea propuesta.

Se evidencia que la importancia del maestro en este tipo de actividades no es de trasmisor de temas y algoritmos, que deben ser memorizados por los estudiantes para un examen posterior, sino que representa un rol de orientador del trabajo y de las discusiones que se presenten frente a los argumentos que ponen de manifiesto los estudiantes en el aula de clase cuando se refieren a la cantidad o a la generalización de pinos y naranjos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cañadas, María C. (2007). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.

Cañadas, M., Castro, E., & Castro, E. (2012). Diferentes formas de expresar la generalización en problemas de sucesiones. *La Gaceta de la RSME, 15*(3), 561–573.

Castro, E., Cañadas, C., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *Uno: Revista de Didáctica de la Matemática* (054), 55-67.

Crespo C., Farfán R., Lezama J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. Relime vol.13 no.3 México nov. 2010. Tomado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000300003

Duval R. (1999). Algunas cuestiones relativas a la argumentación. Tomado de http://www-didactique.imag.fr/preuve/Newsletter/991112Theme/991112ThemeES.html

Icfes (2013). Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación, Alineación del examen SABER 11°.

Izquierdo,D., & Granados,J,. (2012). caracterización de los argumentos que emergen en el desarrollo de una tarea de generalización realizada por estudiantes de grado noveno. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional de Colombia.

Mason, J., Graham, A., & Johnston, W. (2005). *Developing Thinking in Algebra*. London: The Open University y Paul Chapman Publishing.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L.

Mason, J. (1985). *Rutas hacia el álgebra y Raíces del álgebra.* (C. Agudelo, Trad.)Tunja, Colombia. Tunja: UPTC.

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá MEN.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá MEN.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. (2012). Problemas Ricos En Argumentación Para Secundaria. Reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *Suma, 70*, 9-20.

Peirce, C. S. (1901). Razonamiento. Traducción castellana de Sara Barrena (2001) Grupo de estudios Peirceanos. Retrieved from http://www.unav.es/gep/Reasoning.htmlwebsite: http://www.unav.es/gep/

Plantin, C. (2001). La argumentación. Barcelona: Ariel, 2a. Edición.

Polya, G. (1966). Matemáticas y razonamiento plausible. Madrid: Tecnos.

Radford, L. (2010). Layers of Generality and Types of Generalization in Pattern Activities. *PNA, 4*(2), 37-62

Rico, L. (1997a). Dimensiones y componentes de la noción de currículo. In Rico (Ed.), Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria (pp. 377-414). Madrid: Síntesis.

Secretaría de Educación Distrital. (2007). *Colegios Públicos de Excelencia para Bogotá. Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático*. Bogotá, D.C.

Toulmin, S. (2007). *Stephen Toulmin los Usos de la Argumentación. Traducción de María Morrás y Victoria Pineda*. Barcelona: Ediciones Península.

ANEXOS

ANEXO A

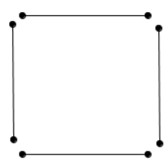
COLEGIO: ____

FECHA: ___________________________ ***GRADO:***________ ***EDAD:***________

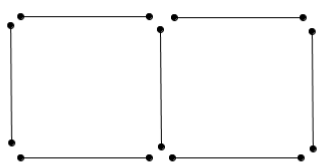
NOMBRE: ____

<u>CONTANDO PALILLOS</u>

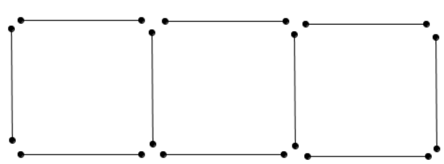
Observar las siguientes figuras, y de acuerdo a ellas responder:


Posición 1

1. ¿Cuántos palillos se necesitan para armar la figura que está en la posición 1?


Posición 2

2. Para armar esta figura se necesitan _____ palillos


Posición 3

3. ¿Cuántos palillos se necesitan para armar la figura 3?
4. ¿Cuántos palillos se necesitan para armar la figura que está en la posición 5?
5. ¿se puede armar una figura con 28 palillos? si es posible, ¿En qué posición estaría la figura?
6. De qué otra forma se pueden contar los palillos si se desea saber la cantidad que hay en la posición 1.000 ó 2050. Escriba con sus palabras el procedimiento que seguiría.
7. ¿Cómo podrías calcular el número de palillos en cualquier posición?

ANEXO B

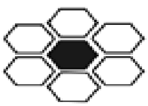
COLEGIO:____ __________

FECHA: _______________________________***GRADO:***________ ***EDAD:***______

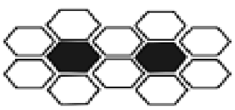
NOMBRE:____

BALDOSAS

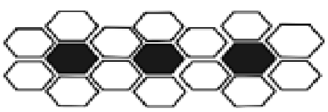
Se tiene el siguiente modelo de embaldosado para decorar la pared de un baño. El modelo consta de baldosas negras y blancas de forma hexagonal como lo muestran las siguientes figuras:



si se tiene una una baldosa negra necesitamos 6 baldosas blancas



si se tienen 2 baldosas negras necesitamos 10 baldosas blancas



si se tienen 3 baldosas negras necesitamos 14 baldosas blancas

1. ¿Cuántas baldosas blancas se necesitan si se tiene 5 baldosas negras?, justifique su respuesta.
2. Represente en una tabla los datos obtenidos hasta ahora con la cantidad baldosas negras y blancas, que se necesitan para un arreglo que tiene 5 baldosas negras.
3. ¿Cuántos baldosas blancas se necesitan para 60 baldosas negras?, ¿Cómo lo has hecho?
4. Como le explicarías a un compañero, como hallar la cantidad baldosas blancas, a partir de la cantidad de baldosas negras, ¿Cómo sabes que es así?
5. Si tenemos una cantidad cualquiera de baldosas negras (n), ¿Cómo calcular el número de baldosas blancas que se necesitan?

6. Completa la siguiente frase: Si se tiene n baldosas negras, entonces tenemos______ baldosas blancas.
7. El dueño de un apartamento desea enchapar su baño, y ha averiguado que el costo de baldosas negras es menor que el costo de baldosas blancas, por tanto ha decidido invertir en más cantidad de baldosas negras que en baldosas blancas. Manteniendo la forma del modelo de embaldosado. ¿es posible esto? Justifique su respuesta.

ANEXO C

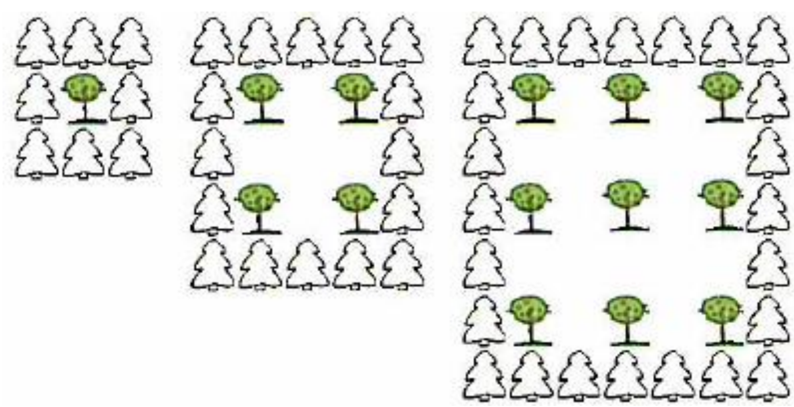
COLEGIO:**____**

FECHA:**____________________________ *GRADO:*________ *EDAD:*________**

NOMBRE:**____**

EL HUERTO

Un agricultor quiere plantar naranjos siguiendo una forma cuadrada y alrededor quiere plantar pinos. Se imagina el siguiente esquema para 1, 2 y 3 filas de naranjos[1].



1. ¿Cuántos naranjos y pinos hacen falta para 5 filas de naranjos?, justifique su respuesta.
2. Represente en una tabla los datos obtenidos hasta ahora, con la cantidad de pinos y naranjos, que se necesitan para 5 filas de naranjos.
3. ¿Cuántos naranjos y pinos se necesitan para 60 filas de naranjos?, ¿Cómo lo ha hecho?

[1] Tomado de: Morera, L., Chico, J., Badillo, E., & Planas, N. (2012). Problemas Ricos En Argumentación Para Secundaria. Reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *Suma*, *70*, 9-20.

4. Como le explicaría a un compañero, cómo hallar la cantidad de pinos y naranjos, a partir de la cantidad de filas de naranjos, ¿Cómo sabe que es así?
5. ¿Cuántos naranjos y pinos hacen falta para una cantidad x cualquiera de filas de naranjos? Proponga para ello una expresión matemática.
6. El principal ingreso del agricultor proviene de la venta de naranjas. Por tanto, le interesa tener más cantidad de naranjos que de pinos. Manteniendo la forma del huerto, ¿es esto posible? Justifique su respuesta.